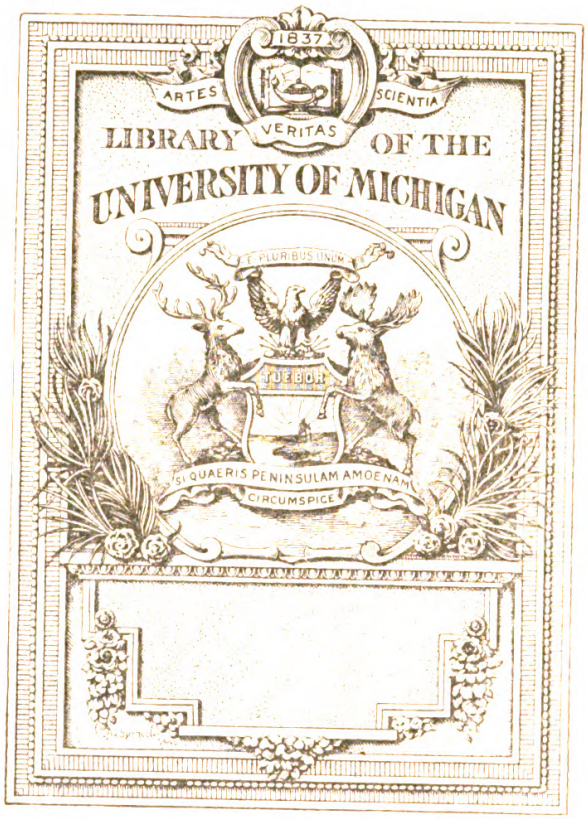
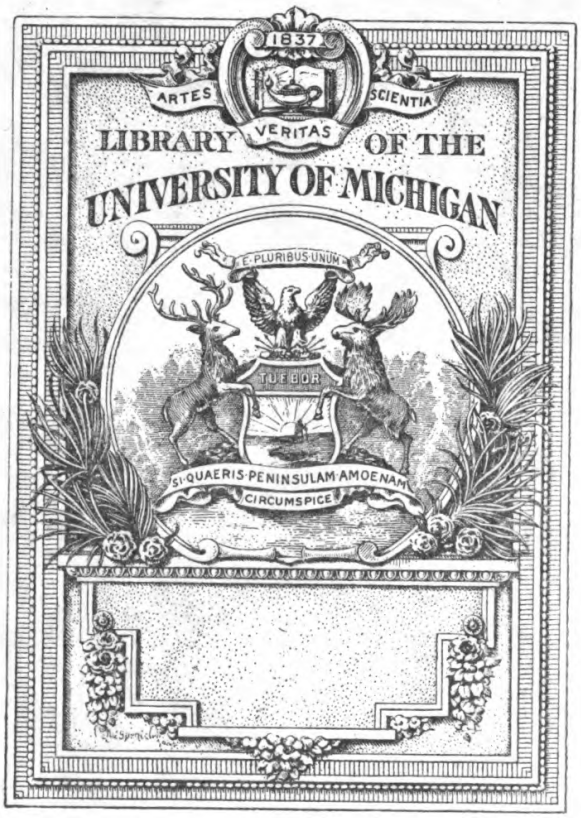
B 1,064,765


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Q
67
.Z965

PAGE NOT AVAILABLE


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QL
67
.Z965

Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,

Prof. der Astronomie in Zürich.

Dreissigster Jahrgang.

Zürich,

In Commission bei S. Höhr.

1885.

Inhalt.

Seite.

Fiedler, W., über die Büschel gleichseitiger Hyperbeln, den Feuerbach'schen Kreis und die Steiner'sche Hypocycloide 390

— E.W., über eine besondere Classe irrationaler Modulargleichungen der elliptischen Functionen . . . 129

Graberg, über Masszeichen 55

Haller, Beiträge zur Kenntniss der schweizerischen Milbenfauna 77

Imhof, zoologische Mittheilungen 369

Wolf, astronomische Mittheilungen . . . 1 230 321

Wolfer, Sonnenfleckenpositionen 233 331

— Einige Mittheilungen über den neuen Stern in der Andromeda 257

Auszug aus einem Schreiben von Hrn. Pfarrer Tscheinen in Grächen vom 18. Aug. 1885 270

Billwiller, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . 95 271 404

Graberg, die Zeichnung im Dienste der Naturwissenschaft und die Masszeichen insbesondere 403

21[illegible]

Seite.

Heim, über die Entstehung und Bildung des Gletscherkorns 97
Schär, über das Cocaïn 103
Tobler, über die Methoden zur Bestimmung der Kabelfehler 106
Wolf, Denzler's Studien über die Loth-Ablenkung . . 93
— Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Forts.) 108 281 416

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

LXIV. Beobachtungen der Sonnenflecken im Jahre 1884, sowie, Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres, und Mittheilung einiger betreffender Vergleichungen; Studien über die Constanten meiner Variationsformeln; achte Serie der von Herrn A. Wolfer erhaltenen Sonnenfleckenpositionen; Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur.

Die Häufigkeit der Sonnenflecken konnte von mir im Jahre 1884 an 290 Tagen vollständig und mit dem seit Jahren dafür gebrauchten $2^1/_2$ füssigen Pariser-Fernrohr, oder auf Excursionen mit einem annähernd equivalenten Münchener-Fernrohr, — und noch an 5 Tagen bei bewölktem Himmel wenigstens theilweise beobachtet werden; diese sämmtlichen Beobachtungen sind unter Nr. 505 der Literatur eingetragen, und die 290 vollständigen derselben wurden unter Anwendung des frühern Factors 1,50 zur Bildung einer ersten Reihe von Relativzahlen verwendet. Ausser ihnen lagen noch die unter Nr. 506 gegebenen 256 vollständigen Beobachtungen vor, welche mein Assistent, Herr Alfred Wolfer, an dem Frauenhofer'schen Vierfüsser der Sternwarte bei Vergrösserung 64 erhalten hatte; ihre Vergleichung mit meinen Relativzahlen ergab mir für das

erste Semester aus 123 Vergleichungen den Factor 0,54
zweite » » 115 » » » 0,52

und mit diesen Factoren wurde aus ihnen eine neue Reihe von Relativzahlen berechnet, — sodann aus beiden Reihen

Tägliche Fleckenstände im Jahre 1884. Tab. 1.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
1	90*	85	92*	77	59	76	70	77	52	59*	55*	54
2	90	86	92	82	51*	72	91	85	35	62	44	50
3	90	73	103	85	30	56	95	97	17	54	20	45
4	93*	93	103	92	52*	47	105	82	19*	77	18	40*
5	96	95	93	79	29	65	98	62	13	56*	13	36
6	99*	91	88*	99	28	69	73	36	33	64*	11	47*
7	129	88	119	68	43	51	58	33	47	27	11	44
8	110*	74	107	78*	40	77*	62	37	48	35	5*	32
9	150	70	108	76	74	61	56	47	55	27	19*	48
10	166	67	112	78	82	45	36	46	69	34	28	51
11	116	83	104	72	81	31	35	45	59	35	51*	43
12	112	64	98*	75	72	36	56	45	74	30	47*	51
13	110*	75*	113	72	73	34	59	45	69	26	54	48
14	87*	104	138	49*	68	44	49	51	68	26	68	61
15	63	88*	132	52*	57	42*	36	38	70	24	50	42
16	67*	85*	111	51	55	32	27	34	77	18	38*	38
17	76	88	99	73	54	43	24	35	82	20	49*	55*
18	85	108	99	56*	62	57	26*	33	80	33	24*	57
19	89	103	109	73*	70	58	27*	51	86	33	38*	54
20	62*	84	100	88	65	53	33	33	82	35	29	52*
21	74	66	85	63	60	66*	35	75	90	55	47	74*
22	71	56	85	89	54	57	44	78	90	39	43	54
23	67	61	60	108	90	49	52	78	98*	55*	57	60*
24	79	108	54	103	87	42	54	64	69	72*	31	55*
25	79	108	47	78	105	35	49	79	60	76	38*	62*
26	68	117	45	76	91*	40	38	76*	55	69	40	24
27	59	122	41	72	102	54	37	39	63	80	36*	39
28	78	99	33	78	95	44	54	72	62	74	41*	36*
29	93	78*	44	71	78	49	48	50	74	77	36	36
30	88		42	70	88	51	57	52	61	56*	57	39*
31	101		56		67		62	55		54*		35*
Mittel	91,5	86,9	86,8	76,1	66,5	51,2	53,1	55,8	61,9	47,8	36,6	47,2

eine Mittelreihe gebildet, welche sich in Tab. I ohne weitere Bezeichnung eingetragen findet. Es blieben so im ersten Semester noch 26, im zweiten Semester noch 34 Tage zum Ausfüllen, und hiefür wurden nunmehr in folgender Weise die Reihen verwendet, welche ich der gefälligen, und wenigstens zum Theil sehr prompten Mittheilung aus Athen, Gohlis bei Leipzig, Laibach, Lawrence Observatory, Madrid, Moncalieri, Palermo und Rom verdanke, und unter Nr. 515, 509, 507, 520, 514, 511, 517 und 516 vollständig mittheile: Zuerst wurden für diese acht Reihen durch Vergleichung mit der Zürcher-Mittelreihe die Reductionsfactoren abgeleitet. Die Ergebnisse dieser Vergleichungen sind in folgendem Täfelchen enthalten, wo n die Anzahl der Vergleichungen und f den aus ihrer Gesammtheit erhaltenen Reductionsfactor bezeichnet:

Ort	Erstes Semester		Zweites Semester	
	n	f	n	f
Athen	147	1,11	133	1,06
Gohlis bei Leipzig .	96	0,88	61	0,79
Laibach	95	0,82	88	0,85
Lawrence Observatory	91	0,67	94	0,72
Madrid	101	0,60	119	0,54
Moncalieri	85	1,04	93	1,03
Palermo	138	0,59	108	0,56
Rom	134	0,80	126	0,78

Unter Anwendung dieser Factoren reducirte ich sodann die 51 Beobachtungen von Athen, die 21 B. von Gohlis, die 20 B. von Laibach, die 33 B. von Lawrence Observatory, die 32 B. von Madrid, die 23 B. von Moncalieri,

Monatliche Fleckenstände im Jahre 1884. Tab. II.

1884	I			II			III		
	m	*n*	*r*	*m*	*n*	*r*	*m*	*n*	*r*
Januar	0	21	94,6	0	23	92,1	0	31	91,5
Februar	0	25	91,2	0	25	87,7	0	29	86,9
März	0	28	87,4	0	28	86,9	0	31	86,8
April	0	23	75,0	0	25	79,0	0	30	76,1
Mai	0	28	65,0	0	28	66,7	0	31	66,5
Juni	0	25	50,8	0	27	50,0	0	30	51,2
Juli	0	28	52,5	0	30	54,0	0	31	53,1
August	0	30	55,8	0	30	55,1	0	31	55,8
September . . .	1	24	62.6	0	28	62,1	0	30	61,9
October	0	22	40,0	0	24	44,4	0	31	47,8
November . . .	0	16	36,7	0	18	36,5	0	30	36,6
December . . .	0	20	48,3	0	20	45,4	0	31	47,2
Jahr	1	290	63,3	0	306	63,3	0	366	63,4

die 36 B. von Palermo und die 45 B. von Rom, welche auf die in Zürich fehlenden 60 Tage fallen, und von ihnen

1	8	8	9	21	12	1	0	Tage
1	2	3	4	5	6	7	8	fach

decken*), — und trug endlich die für die einzelnen Tage sich ergebenden Mittelwerthe unter Beisetzung eines * in Tab. I ein, zugleich je das definitive Monatmittel ziehend. — Es scheint mir auch diessmal nicht ohne Interesse in Tab. II speciell zu zeigen, welchen Einfluss diese successive Vervollständigung der täglichen Relativzahlen auf die Monatmittel hatte: Sie gibt zu diesem Zwecke unter I*r* die

*) Am 31. Dec. erhielt nur Athen eine Beobachtung; es ist dieser Fall seit Jahren nicht vorgekommen, und es ist somit der 31. Dec. den Meteorologen als ein Tag zu verzeigen, der sich durch eine seltene Ausdehnung des bedeckten Himmels charakterisirte.

mittlern monatlichen Relativzahlen, wie sie sich aus meiner eigenen Beobachtungsreihe ohne irgend welchen Zusatz ergeben hatten, — unter II*r* ihre Beträge nach Zuzug der Serie Wolfer, — unter III*r* endlich ihre Beträge, wie sie sich schliesslich (Tab. I) nach Beiziehung der sämmtlichen ausländischen Serien definitiv ergaben, — und zeigt wie sogar in dem an trüben Tagen reichsten Monate, dem November, die aus den Zürcher-Beobachtungen abgeleitete mittlere Relativzahl durch die ausfallenden Tage nur unmerklich gefälscht worden ist; grössere Abweichungen zeigen sich allerdings in October, Februar und Januar, jedoch wird wohl auch diese Niemand für bedenklich halten wollen. Ueberdiess gibt Tab. II für jede der drei Stufen die Anzahl *m* der als fleckenfrei eingetragenen Tage*)

---

*) Diese Anzahl wechselt natürlich mit dem angewandten optischen Mittel wesentlich, und es wurden 1884 als fleckenfrei notirt:

IX 3 von Athen, Laibach.
- 4 von Laibach.
- 5 von Athen, Laibach, Zürich (kl. F.).
- 6 von Athen.

XI 7 von Lawrence Obs.
- 8 von Athen, Gohlis, Lawrence Obs.
- 9 von Athen.
- 10 von Athen.

Da aber die Tabellen der als Norm angenommenen Vergrösserung 64 eines Vierfüssers entsprechen sollen, und mit dem Zürcher-Normalinstrument IX 3, 5, 6 und XI 7, 10 Flecken gesehen wurden, — so konnten nur IX 4 und XI 8, 9 in Betracht fallen, und von diesen mussten IX 4 und XI 9 nach den Zeugnissen aller übrigen Stationen als Fleckentage bezeichnet werden, und auch XI 8 standen den drei Zeugnissen für Fleckenfreiheit drei gegen solche gegenüber, so dass ich schliesslich vorzog auch diesen Tag fallen zu lassen, und somit für 1884 die Anzahl der fleckenfreien Tage mit 0 einzutragen.

Monatliche Fleckenstände im Jahre 1884. Tab. II.

1884	I			II			III		
	m	*n*	*r*	*m*	*n*	*r*	*m*	*n*	*r*
Januar	0	21	94,6	0	23	92,1	0	31	91,5
Februar	0	25	91,2	0	25	87,7	0	29	86,9
März	0	28	87,4	0	28	86,9	0	31	86,8
April	0	23	75,0	0	25	79,0	0	30	76,1
Mai	0	28	65,0	0	28	66,7	0	31	66,5
Juni	0	25	50,8	0	27	50,0	0	30	51,2
Juli	0	28	52,5	0	30	54,0	0	31	53,1
August	0	30	55,8	0	30	55,1	0	31	55,8
September . . .	1	24	62.6	0	28	62,1	0	30	61,9
October	0	22	40,0	0	24	44,4	0	31	47,8
November . . .	0	16	36,7	0	18	36,5	0	30	36,6
December . . .	0	20	48,3	0	20	45,4	0	31	47,2
Jahr	1	290	63,3	0	306	63,3	0	366	63,4

die 36 B. von Palermo und die 45 B. von Rom, welche auf die in Zürich fehlenden 60 Tage fallen, und von ihnen

1	8	8	9	21	12	1	0	Tage
1	2	3	4	5	6	7	8	fach

decken*), — und trug endlich die für die einzelnen Tage sich ergebenden Mittelwerthe unter Beisetzung eines * in Tab. I ein, zugleich je das definitive Monatmittel ziehend. — Es scheint mir auch diessmal nicht ohne Interesse in Tab. II speciell zu zeigen, welchen Einfluss diese successive Vervollständigung der täglichen Relativzahlen auf die Monatmittel hatte: Sie gibt zu diesem Zwecke unter I*r* die

*) Am 31. Dec. erhielt nur Athen eine Beobachtung; es ist dieser Fall seit Jahren nicht vorgekommen, und es ist somit der 31. Dec. den Meteorologen als ein Tag zu verzeigen, der sich durch eine seltene Ausdehnung des bedeckten Himmels charakterisirte.

mit ziemlicher Sicherheit den Schluss zu machen, dass das Maximum auf Anfang December 1883 gefallen ist, oder eine

Maximums Epoche 1883,9

angenommen werden darf. Es folgte also dem Maximum von 1870,6 in 13,3, und dem Minimum von 1879,0 in 4,9 Jahren ein neues Maximum, und es darf das Jahr 1884, welches das 38. Jahr meiner eigenen Sonnenfleckenbeobachtungen, das 136. meiner Reihe der monatlichen Relativzahlen und das 274. des Zeitraumes ist, für welchen ich den periodischen, im Mittel 11 1/9 Jahre erfordernden Wechsel der Fleckenhäufigkeit nachgewiesen, und die Epochen der Maxima und Minima ermittelt habe, mit grosser Wahrscheinlichkeit als das erste Jahr nach einem Maximum bezeichnet werden. Einige andere Betrachtungen, zu welchen dieses Maximum Veranlassung bietet, werden unten nachfolgen.

Der im Vorhergehenden für das Jahr 1884 abgeleiteten mittlern Relativzahl

$$r = 63{,}4 \quad \text{entspricht} \quad \Delta v = 0.045.r = 2',85$$

und es sollte sich somit, nach den in XXXV mitgetheilten Untersuchungen, im mittlern Europa die magnetische Declinationsvariation 1884 im Jahresmittel um 2',85 über ihren geringsten Werth oder die für

Christiania	4',62	nach XXXV
Mailand	5,62	„ XXXVIII
München	6,56	„ XXXV
Paris	6,28	„ 518
Prag	5,89	„ XXXV
Wien	5,31	„ 400

betragende örtliche Constante meiner Formeln erhoben

Ausgeglichene Fleckenstände für 1876 bis 1884. Tab. III.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1876	11,7	11,6	11,7	12,0	11,8	11,4	11,7	11,9	10,8	10,6	11,8	13,0	11,7
77	13,1	12,6	12,7	12,7	12,6	12,5	11,4	10,4	10,1	9,8	8,0	7,1	11,1
78	6,5	6,0	5,3	4,6	4,0	3,4	3,3	3,0	2,4	2,3	2,4	**2,2**	**3,8**
79	2,5	3,2	3,7	4,2	5,0	5,7	6,9	9,0	10,9	12,3	13,7	15,8	7,7
80	17,7	19,8	23,9	26,8	29,7	31,3	32,8	34,4	36,5	39,5	41,6	43,6	31,5
81	46,9	49,7	49,6	49,9	51,8	54,2	54,6	55,6	57,0	59,5	62,2	62,4	54,4
82	60,4	58,4	57,9	57,8	58,9	59,9	60,4	60,1	58,1	56,5	54,6	54,5	58,1
83	57,3	59,0	59,0	59,8	60,8	62,3	65,0	67,9	71,4	73,0	74,2	**74,6**	**65,3**
84	72,4	71,7	72,4	71,3	67,8	64,6	60,8	57,2	54,5	—	—	—	—

und die Anzahl n der zu Grunde liegenden Beobachtungstage, sowie die entsprechenden Zahlen für das ganze Jahr. Letzteren ist zu entnehmen, dass die definitive (sich übrigens von der ersten approximativen nur um 0,1 unterscheidende) mittlere Relativzahl des Jahres 1884

$$r = 63{,}4$$

beträgt. Sie zeigt uns in Zusammenstellung mit den mittlern Relativzahlen der Vorjahre

1867	1868	1869	1870	1871	1872	1873	1874	1875
7,3	37,3	73,9	**139,1**	111,2	101,7	66,3	44,6	17,1
1876	1877	1878	1879	1880	1881	1882	1883	1884
11,3	12,3	**3,4**	6,0	32,3	54,2	59,6	**63,7**	63,4

dass 1884 die Fleckenthätigkeit um ein Weniges geringer als im Jahre 1883 war, und die Tab. III, in welcher, im Anschlusse an die in Nr. XLII für die Jahre 1749 bis 1876 gegebene Tafel, die ausgeglichenen monatlichen Relativzahlen für 1876 bis 1884 enthält*), erlaubt uns sogar

*) Die für 1884 VII—IX eingetragenen Zahlen sind nur provisorisch, da für ihre Berechnung auch nur die aus meiner eigenen Beobachtungsreihe für 1885 I—III erhaltenen provisorischen Werthe verwendet werden konnten; jedoch werden sie nach den in Tab. II erhaltenen Ergebnissen kaum wesentlich von den definitiven abweichen.

mit ziemlicher Sicherheit den Schluss zu machen, dass das Maximum auf Anfang December 1883 gefallen ist, oder eine

Maximums Epoche 1883,9

angenommen werden darf. Es folgte also dem Maximum von 1870,6 in 13,3, und dem Minimum von 1879,0 in 4,9 Jahren ein neues Maximum, und es darf das Jahr 1884, welches das 38. Jahr meiner eigenen Sonnenfleckenbeobachtungen, das 136. meiner Reihe der monatlichen Relativzahlen und das 274. des Zeitraumes ist, für welchen ich den periodischen, im Mittel 11 1/9 Jahre erfordernden Wechsel der Fleckenhäufigkeit nachgewiesen, und die Epochen der Maxima und Minima ermittelt habe, mit grosser Wahrscheinlichkeit als das erste Jahr nach einem Maximum bezeichnet werden. Einige andere Betrachtungen, zu welchen dieses Maximum Veranlassung bietet, werden unten nachfolgen.

Der im Vorhergehenden für das Jahr 1884 abgeleiteten mittlern Relativzahl

$$r = 63{,}4 \quad \text{entspricht} \quad \Delta v = 0.045.r = 2',85$$

und es sollte sich somit, nach den in XXXV mitgetheilten Untersuchungen, im mittlern Europa die magnetische Declinationsvariation 1884 im Jahresmittel um 2',85 über ihren geringsten Werth oder die für

Christiania	4',62	nach	XXXV
Mailand	5,62	„	XXXVIII
München	6,56	„	XXXV
Paris	6,28	„	518
Prag	5,89	„	XXXV
Wien	5,31	„	400

betragende örtliche Constante meiner Formeln erhoben

Ausgeglichene Fleckenstände für 1876 bis 1884. Tab. III.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1876	11,7	11,6	11,7	12,0	11,8	11,4	11,7	11,9	10,8	10,6	11,8	13,0	11,7
77	13,1	12,6	12,7	12,7	12,6	12,5	11,4	10,4	10,1	9,8	8,0	7,1	11,1
78	6,5	6,0	5,3	4,6	4,0	3,4	3,3	3,0	2,4	2,3	2,4	**2,2**	**3,8**
79	2,5	3,2	3,7	4,2	5,0	5,7	6,9	9,0	10,9	12,3	13,7	15,8	7,7
80	17,7	19,8	23,9	26,8	29,7	31,3	32,8	34,4	36,5	39,5	41,6	43,6	31,5
81	46,9	49,7	49,6	49,9	51,8	54,2	54,6	55,6	57,0	59,5	62,2	62,4	54,4
82	60,4	58,4	57,9	57,8	58,9	59,9	60,4	60,1	58,1	56,5	54,6	54,5	58,1
83	57,3	59,0	59,0	59,8	60,8	62,3	65,0	67,9	71,4	73,0	74,2	**74,6**	**65,3**
84	72,4	71,7	72,4	71,3	67,8	64,6	60,8	57,2	54,5	—	—	—	—

und die Anzahl n der zu Grunde liegenden Beobachtungstage, sowie die entsprechenden Zahlen für das ganze Jahr. Letzteren ist zu entnehmen, dass die definitive (sich übrigens von der ersten approximativen nur um 0,1 unterscheidende) mittlere Relativzahl des Jahres 1884

$$r = 63{,}4$$

beträgt. Sie zeigt uns in Zusammenstellung mit den mittlern Relativzahlen der Vorjahre

1867	1868	1869	1870	1871	1872	1873	1874	1875
7,3	37,3	73,9	**139,1**	111,2	101,7	66,3	44,6	17,1
1876	1877	1878	1879	1880	1881	1882	1883	1884
11,3	12,3	**3,4**	6,0	32,3	54,2	59,6	**63,7**	63,4

dass 1884 die Fleckenthätigkeit um ein Weniges geringer als im Jahre 1883 war, und die Tab. III, in welcher, im Anschlusse an die in Nr. XLII für die Jahre 1749 bis 1876 gegebene Tafel, die ausgeglichenen monatlichen Relativzahlen für 1876 bis 1884 enthält*), erlaubt uns sogar

*) Die für 1884 VII—IX eingetragenen Zahlen sind nur provisorisch, da für ihre Berechnung auch nur die aus meiner eigenen Beobachtungsreihe für 1885 I—III erhaltenen provisorischen Werthe verwendet werden konnten; jedoch werden sie nach den in Tab. II erhaltenen Ergebnissen kaum wesentlich von den definitiven abweichen.

ander gehen; es zeigt sich also auch diess Jahr wieder, dass die aus der Fleckenhäufigkeit berechneten Variationen fast sicherer als die wirklich beobachteten sind. Der untere Theil der Tafel enthält für jeden Monat, sowie für das ganze Jahr einerseits die Zunahmen dr, welche die monatlichen Relativzahlen des Jahres 1884 gegenüber denjenigen der gleichnamigen Monate des Jahres 1883 zeigen, und die daraus berechneten Werthe $dv' = = 0{,}045 \, . \, dr$, — anderseits die entsprechenden Zunahmen dv'', welche die beobachteten Declinationsvariationen an den 6 Stationen zeigen, und ihre Mittelwerthe. Die Vergleichung der dv' mit den mittlern Werthen der dv'' ergibt nun allerdings eine wesentlich geringere Uebereinstimmung als im vorhergehenden Jahre, aber zeigt doch immerhin bei beiden Reihen wesentlich denselben Gang: Von den zwölf Vorzeichen stimmen immer noch acht überein, und das erste Halbjahr ergibt bei Beiden einen starken positiven, das zweite bei Beiden einen starken negativen Ueberschuss. — Ferner hat sich bei Weiterführung der in LXI und LXIII publicirten Variationsreihen ergeben, dass Christiania, Mailand, Prag etc. übereinstimmend für December 1883 ein Maximum ergeben, dass sich also auch da wieder die frühere Uebereinstimmung der Variationen und Sonnenflecken in Beziehung auf Epoche und Periodenlänge vollständig bewährt hat. Ich behalte mir vor diese Fortsetzungen der Variationsreihen bei einer spätern Gelegenheit zu publiciren, und stelle hier nur noch zum Schlusse meiner Sonnenflecken-Statistik für 1884 die neuern gemeinschaftlichen Maximums-Epochen für Sonnenflecken und Variationen mit den entsprechenden Maximal-Zahlen der Sonnenflecken und der Mailänder-Variationen zusammen:

Vergleichung der Fleckenstände und Variationen. Tab. IV.

1884	r	Δv	v						
			Christiania	Mailand	München	Paris	Prag	Wien	Mittel
Beob.	63,4	—	7,99	9,11	9,33	9,04	8,27	7,77	8,58
Ber.	—	2,85	7,47	8,47	9,41	9,13	8,74	8,16	8,56
Diff.	—	—	0,52	0,64	-0,08	-0,09	-0,47	-0,39	0,02
1883/4	dr	dv'	dv''						
			Christiania	Mailand	München	Paris	Prag	Wien	Mittel
Jan.	30,9	1,36	1,43	1,34	1,54	0,30	0,14	0,84	0,93
Febr.	40,0	1,80	2,79	2,20	2,59	3,10	-0,17	1,20	1,95
März	44,0	1,98	1,31	2,56	2,87	3,50	0,14	1,66	2,01
April	- 6,0	-0,27	0,85	1,68	1,71	1,50	2,18	1,61	1,59
Mai	34,4	1,55	1,43	0,34	1,07	1,60	0,70	-0,10	0,84
Juni	-25,3	-1,14	1,10	0,55	0,52	1,20	0,87	0,49	0,79
Juli	-27,5	-1,24	-1,30	-1,65	-1,95	-1,30	-1,74	-2,01	-1,66
Aug.	9,8	0,44	-1,67	-1,10	2,07	-0,80	-0,74	-0,09	-0,39
Sept.	9,3	0,42	0,53	0,18	0,79	-0,90	0,08	0,21	0,15
Oct.	-36,0	-1,62	-0,29	-1,24	-1,14	0,40	0,15	-0,70	-0,47
Nov.	-47,9	-2,16	-0,22	-0,17	-0,83	-0,40	-0,65	-0,88	-0,53
Dec.	-28,7	-1,29	0,24	0,45	0,14	0,90	0,39	0,08	0,37
Jahr	- 0,3	-0,01	0,50	0,43	0,78	0,76	0,11	0,19	0,47

haben. Die betreffenden Rechnungen und Vergleichungen sind in Tab. IV zusammengestellt: Der obere Theil dieser Tafel enthält ausser den für 1884 soeben gegebenen Werthen von r und Δv, und den in Christiania laut Nr. 512 der Literatur, in Mailand laut Nr. 508, in München laut Nr. 521, in Paris laut Nr. 518, in Prag laut Nr. 513 und in Wien laut Nr. 519, aus den Beobachtungen hervorgegangenen Jahresmitteln der täglichen Declinationsvariation, die von mir in oben angegebener Weise berechneten Werthe, sowie die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Beträgen. Die durchschnittliche Uebereinstimmung ist ausgezeichnet, — während die einzelnen Stationen in ihren Voten ziemlich ausein-

ander gehen; es zeigt sich also auch diess Jahr wieder, dass die aus der Fleckenhäufigkeit berechneten Variationen fast sicherer als die wirklich beobachteten sind. Der untere Theil der Tafel enthält für jeden Monat, sowie für das ganze Jahr einerseits die Zunahmen dr, welche die monatlichen Relativzahlen des Jahres 1884 gegenüber denjenigen der gleichnamigen Monate des Jahres 1883 zeigen, und die daraus berechneten Werthe $dv' = = 0{,}045 \, . \, dr$, — anderseits die entsprechenden Zunahmen dv'', welche die beobachteten Declinationsvariationen an den 6 Stationen zeigen, und ihre Mittelwerthe. Die Vergleichung der dv' mit den mittlern Werthen der dv'' ergibt nun allerdings eine wesentlich geringere Uebereinstimmung als im vorhergehenden Jahre, aber zeigt doch immerhin bei beiden Reihen wesentlich denselben Gang: Von den zwölf Vorzeichen stimmen immer noch acht überein, und das erste Halbjahr ergibt bei Beiden einen starken positiven, das zweite bei Beiden einen starken negativen Ueberschuss. — Ferner hat sich bei Weiterführung der in LXI und LXIII publicirten Variationsreihen ergeben, dass Christiania, Mailand, Prag etc. übereinstimmend für December 1883 ein Maximum ergeben, dass sich also auch da wieder die frühere Uebereinstimmung der Variationen und Sonnenflecken in Beziehung auf Epoche und Periodenlänge vollständig bewährt hat. Ich behalte mir vor diese Fortsetzungen der Variationsreihen bei einer spätern Gelegenheit zu publiciren, und stelle hier nur noch zum Schlusse meiner Sonnenflecken-Statistik für 1884 die neuern gemeinschaftlichen Maximums-Epochen für Sonnenflecken und Variationen mit den entsprechenden Maximal-Zahlen der Sonnenflecken und der Mailänder-Variationen zusammen:

Maximums-Epochen	Maximum der Relativzahl	Maximum der Variation in Mailand
1837,1	146,9	12',21
1848,1	131,5	11 ,64
1860,1	91,9	10 ,17
1870,6	140,5	12 ,00
1883,9	75,0	9 ,38

Ich brauche kaum darauf aufmerksam zu machen, dass sich hieraus unzweifelhaft die höchst wichtige Thatsache ergibt, dass auch die Höhen der beiden Wellen ganz übereinstimmend variren. Es würde bereits ein starkes Toupet brauchen hierin nur einen Zufall sehen zu wollen.

Bekanntlich habe ich seit 1859 in diesen Mittheilungen nach und nach für eine ganze Reihe magnetischer Beobachtungsstationen Formeln der Form

$$v = a + b \cdot r$$

aufgestellt, um die Declinationsvariation v aus der Sonnenfleckenrelativzahl r zu berechnen, und es hat sich dabei die Thatsache ergeben, dass der Werth von a wesentlich localer Natur ist, — während der von b für benachbarte Stationen nur wenig varirt (so z. B. für ganz Mittel-Europa ohne Schaden zu 0,045 angenommen werden konnte), dagegen dann allerdings für sehr verschieden gelegene Stationen auch wesentlich verschiedene Beträge annimmt. — Herr Dr. Maurer hat nun die gute Idee gehabt meine Ortsconstanten a mit den gewöhnlichen magnetischen Ortsconstanten zu vergleichen, und so bemerkt, dass im Allgemeinen (wie es sich übrigens vermuthen liess) kleinern Horizontalintensitäten (H) grössere, kleinern Inclinationen

(i) kleinere Werthe von a zu entsprechen scheinen, und dass man somit etwa

$$a = \alpha + \frac{Si\,i}{H} \cdot \beta \qquad 1)$$

setzen dürfte, wo α und β zwei Constante bezeichnen. Da mir Auffassung und Vorschlag einleuchteten, so entschloss ich mich alsbald eine entsprechende Rechnung für eine Reihe von Stationen durchzuführen, und dieselbe auch zugleich auf b auszudehnen, d. h. auch

$$b = \gamma + \frac{Si\,i}{H} \cdot \delta \qquad 2)$$

zu setzen, wo γ und δ ebenfalls Constante bezeichnen. In der beifolgenden Tafel sind zunächst für 6 Stationen die Werthe eingetragen, welche Herr Maurer zu diesem Zwecke aus den magnetischen Karten der deutschen Seewarte für H und i erhob, sodann die von mir daraus

Ort	H	i	$\frac{Si\,i}{H}$	a	a'	$a-a'$	b	b'	$b-b'$
Toronto	1,6	75°	0,604	7,96	7,21	0,75	0,040	0,045	-0,005
Christiania	1,6	71	0,591	4,86	7,05	-2,19	0,040	0,044	-0,004
Greenwich	1,8	67	0,511	6,67	6,07	0,60	0,039	0,039	0,000
Mailand	2,2	62	0,379	5,47	4,42	1,05	0,044	0,031	0,013
Bombay	3,7	19	0,088	2,29	0,81	1,48	0,011	0,014	-0,003
Hobarton	2,1	-70	-0,448	-7,51	-6,85	-0,66	- 0,019	-0,017	-0,002
Mittel .				5,79 ±1,90	—	±1,26	0,032 ±0,012	—	±0,006

berechneten Werthe von $Si\,i : H$, und die von mir früher bestimmten Ortsconstanten a und b. Mit diesen Werthen schrieb ich mir nun die entsprechenden sechs Gleichungen 1, sowie die sechs Gleichungen 2 auf, — erhielt daraus die wahrscheinlichsten Werthe

$$\alpha = -0{,}285 \qquad \beta = 12{,}414 \qquad \gamma = 0{,}009 \qquad \delta = 0{,}059$$

und berechnete mit diesen rückwärts nach 1 und 2 die a und b, welche ich als a' und b' in die Tafel eintrug, und mit den ursprünglichen a und b verglich. — Die berechneten b' stimmen mit den b über Erwarten nahe zusammen, — die a' etwas weniger mit den a, was sich aber leicht begreifen lässt, da auf die a die Ungleichheiten mehr influiren mussten, welche in den, nach Beobachtung und Berechnung nichts weniger als homogenen Variationen zu vermuthen sind. Ich glaube, dass schon durch diese provisorische Rechnung die Idee von Herrn Dr. Maurer als eine zulässige erwiesen ist, und dass die ganze Sache Interesse genug bietet, um die Veröffentlichung dieser vorläufigen Untersuchung zu rechtfertigen, — Letzteres um so mehr, als ich nicht weiss, wie bald mir die Zeit erlauben wird, ein möglichst umfangreiches und zugleich möglichst homogenes Material vorzubereiten, welches als Grundlage für eine Untersuchung in grösserm Maasstabe dienen könnte.

Ich lasse nunmehr eine achte, die Rotationsperioden 303 und 304 umfassende Reihe der von meinem Assistenten, Herrn A. Wolfer, erhaltenen und berechneten Sonnenfleckenpositionen folgen, für welche auf die bei Mittheilung der frühern Reihen gegebenen Erläuterungen verwiesen werden kann *).

---

*) In der Nr. LXIII gegebenen siebenten Reihe ist in Rotationsperiode 302 Nr. 20 die Normallänge α fälschlich zu 22°,84 angesetzt, -- sie beträgt 29°,84.

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
				Rotationsperiode 308.			
1.	VI	1.425	57°.06	808"	14°.78	208°.64	344°.07	Behofter Fl.
		2.572	53.58	659	14.57	224.99	344.06	
		3.385	48.53	537	14.64	236.19	343.66	
		4.398	35.68	373	14.55	250.50	343.52	
		5.388	5.13	253	14.54	264.41	343.30	
		7.555	289.62	433	14.35	295.01	342.99	
		8.422	281.39	575	14.43	307.33	342.94	
		1.425	57.98	819	14.24	207.10	342.53	VI 1 Gruppe nachher kleiner Fl.
		2.572	55.22	672	13.76	223.53	342.60	
		3.385	50.79	554	13.92	234.62	342.09	
		5.388	12.09	229	12.51	263.30	342.19	Pore
		4.398	37.33	414	15.62	247.82	340.84	Kleiner Fl.
		1.425	58.21	839	14.41	204.46	339.89	Südl. Kern
		2.572	55.08	704	14.54	220.74	339.81	„
		3.385	50.59	589	14.94	231.97	339.44	Nördl. Kern
		»	51.38	582	14.30	232.29	339.76	Südl. „
		4.398	40.76	416	14.47	246.82	339.84	Mitte
		5.388	16.47	269	14.14	261.04	339.93	„
		»	17.27	283	14.76	260.36	339.25	Kleiner Fl.
		7.555	290.70	393	13.39	292.33	340.31	„
2.	VI	4.398	104.75	388	−11.54	247.07	340.09	Kleiner Fl.
		5.388	133.57	212	−10.91	262.41	341.30	„ m. Hofspuren
		»	133.01	253	−12.90	260.86	339.75	„
		»	124.19	243	−11.03	259.40	338.29	„
		»	119.25	272	−11.32	257.12	336.01	„
		7.555	233.34	439	−10.59	297.03	345.01	„
		»	230.25	414	−11.22	294.90	342.88	„
		»	227.73	398	−11.72	293.42	341.40	2 kleine Flecke
		»	223.27	351	−11.71	289.79	337.77	Gruppe
		8.422	240.31	600	−10.58	310.31	345.92	Kleiner Fl.
		»	238.44	578	−11.28	308.36	343.97	„
		»	238.69	561	−10.78	307.08	342.69	„
		»	228.63	577	−16.91	306.24	341.85	„
		»	234.77	509	−11.74	302.72	338.33	„
		»	232.56	500	−12.63	301.72	337.33	„
		»	226.03	462	−14.48	297.74	333.35	Gruppe
		»	224.76	428	−13.87	295.36	330.97	Kleiner Fl.
3.	VI	7.555	344.08	122	7.67	271.93	319.91	Beh. Fl. m. 2 Kernen
		8.422	287.54	242	7.62	285.22	320.83	Kleiner Fl.

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
3.	VI	7.555	3°.16	110″	6°.60	269°.69	317°.67	Kleiner Fl.
		8.422	288.13	191	6.18	282.42	318.03	
		7.555	17.42	129	6.94	267.58	315.56	
		8.422	294.62	164	6.28	280.35	315.96	„
4.	VI	3.385	84.86	784	- 7.84	212.12	319.59	
		4.398	86.84	630	- 7.35	227.43	320.45	Kleiner Fl.
		5.388	91.50	448	- 7.14	242.15	321.04	
		7.555	164.71	147	- 8.67	271.16	319.14	„
		8.422	222.96	234	- 9.85	282.39	318.00	„
		4.398	87.34	671	- 8.17	224.02	317.04	
		5.388	91.94	504	- 8.27	238.32	317.21	
		7.555	152.33	157	- 9.01	269.07	317.05	„
		8.422	211.17	209	- 8.89	281.21	316.82	
		»	217.36	209	- 7.87	282.14	317.75	„
		2.572	85.93	899	-10.26	195.33	314.40	Behofter Fl.
		3.385	86.89	833	-10.08	206.46	313.93	„
		4.398	88.64	710	- 9.59	220.76	313.78	Westl. Kern
		»	89.47	725	-10.42	219.41	312.43	Oestl. „
		5.388	92.43	557	- 9.44	234.58	313.47	Unregelm. beh. Fl.
		»	93.65	575	-10.44	233.46	312.35	Behofter Fl.
		7.555	134.73	188	- 9.45	265.34	313.32	2 kleine Fl.
		»	133.86	215	-10.72	264.27	312.25	Behofter Fl.
		8.422	187.67	195	-10.86	276.50	312.11	Theilw. behofter Fl.
		3.385	86.03	861	- 9.63	202.55	310.02	Kleiner Fl.
		4.398	90.98	745	-11.88	217.62	310.64	„
		»	89.52	772	-11.13	214.74	307.76	„
		5.388	95.93	614	-12.60	230.82	309.71	„
		»	91.13	611	- 9.53	230.32	309.21	„
		«	91.94	631	-10.37	228.80	307.69	„
		7.555	122.85	248	-10.56	260.83	308.81	„
5.	VI	3.385	91.67	938	-16.01	185.43	292.90	
		4.398	92.82	885	-15.79	200.18	293.20	Behofter Fl.,
		5.388	95.51	792	-15.96	214.27	293.16	nach VI 6 ohne Hof
		7.555	110.16	490	-16.16	244.71	292.69	nach VI 8 aufgelöst
		8.422	125.49	360	-16.10	256.99	292.60	Vgl. 302.6
		»	124.87	371	-16.41	256.34	291.95	Kleiner Fl.
6.	VI	7.555	103.03	837	-22.54	212.07	260.05	2 Kerne im gleichen
		»	103.45	844	-23.12	211.18	259.16	Hofe
		»	105.76	847	-25.20	211.26	259.24	Gruppe
		8.422	107.20	738	-22.46	225.31	260.92	Westl. Kern
		»	110.53	752	-25.43	224.83	260.44	Kleiner Fl.
		»	107.32	750	-22.96	224.10	259.71	Oestl. Kern

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
6.	VI	14.683	222°.06	669″	-25°.03	316°.15	262°.44	die 5 Hauptkerne in einem unregelmäss Hofgebilde (Vgl. R 302.10 u. R 304.2)
		»	222.68	627	-22.90	313.05	259.34	
		»	220.69	644	-24.78	313.60	259.89	
		»	220.01	630	-24.55	312.26	258.55	
		»	218.22	642	-26.08	312.40	258.69	
7.	VI	19.639	243.98	864	-16.01	347.40	222.98	Kleiner Fl.
8.	VI	14.683	135.73	493	-24.43	259.47	205.76	Behofter Fl.
		»	132.07	533	-25.33	255.71	202.00	Kleiner Fl.
9.	VI	19.639	207.98	537	-25.93	304.53	180.11	Behofter Fl. (Vgl. R 304.5)
		20.617	221.93	665	-25.96	320.16	181.79	
		21.376	228.66	763	-25.91	332.31	183.11	
		23.352	236.89	924	-25.96	2.18	184.79	
		19.639	208.46	482	-22.77	301.99	177.57	"
		20.617	223.11	604	-22.56	316.05	177.68	
		21.376	230.22	708	-22.64	327.54	178.34	
		23.352	239.17	902	-22.92	356.70	179.31	
		19.639	202.04	522	-27.06	300.86	176.44	Kleiner Fl.
		20.617	220.15	610	-24.41	315.25	176.88	Kleiner Fl. m. Hofthln.
		»	218.43	613	-25.45	314.81	176.44	"
		»	217.15	625	-26.68	315.05	176.68	"
		»	216.04	618	-26.91	314.06	175.69	"
		21.376	226.43	728	-26.05	328.02	178.82	Kleiner Fl.
		»	227.51	697	-24.03	325.61	176.41	"
		»	223.59	707	-27.01	324.94	175.74	"
		»	222.86	704	-27.35	324.37	175.17	Kleiner Fl. m. Hofthln.
		«	226.40	673	-23.74	323.17	173.97	"
		»	223.67	656	-24.67	320.76	171.56	"
		»	222.29	660	-25.65	320.47	171.27	"
		23.352	236.35	913	-26.01	358.81	181.42	Kleiner Fl.
		«	233.92	882	-27.03	351.63	174.24	"
		19.639	200.87	466	-24.06	297.92	173.50	Behofte Gruppe VI 21 kleiner Fl.
		20.617	217.45	571	-23.87	311.55	173.18	
		21.376	225.61	663	-23.82	322.07	172.87	
		20.617	213.70	578	-25.93	310.36	171.99	Kleiner beh. Fl.
10.	VI	14.683	56.66	823	20.83	219.72	166.01	Behofter Fl.
11.	VI	21.376	177.60	330	-18.56	286.30	137.10	Kleiner Fl.
12.	VI	19.639	73.99	363	4.63	260.67	136.25	Kleiner Fl.
		20.617	64.35	149	4.50	275.32	136.95	
		21.376	314.09	53	4.29	286.67	137.47	
		19.639	73.54	419	5.27	256.97	132.55	"

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
13.	VI 20.617	130°.80	257″	−9°.97	273°.27	134°.90	2 kleine Fl. m. Hofsp.
	21.376	175.78	187	− 9.61	285.20	136.00	Nördl. Kern
	»	176.08	202	−10.51	285.31	136.11	Südl. „
	23.352	242.61	493	− 9.18	315.93	138.54	Nördl. Kern
	»	240.39	498	−10.43	315.88	138.49	Südl. „
	24.396	248.99	670	− 9.33	331.22	138.94	Nördl. Kern
	»	247.73	676	−10.32	331.52	139.24	Südl. „
	25.351	251.30	803	−10.27	345.37	139.46	Mitte d. beid. Kerne
	»	251.83	779	− 9.42	342.88	136.97	Kleiner spor. Fl.
	20.617	133.36	278	−11.47	272.96	134.59	Kleiner Fl.
	21.376	164.27	220	−11.48	282.57	133.37	„
	»	161.33	227	−11.77	281.79	132.59	„
	23.352	233.63	426	−11.28	309.81	132.42	Hauptfl. d. Gruppe
	24.396	244.09	597	−10.97	324.54	132.26	Behofter Fl.
	25.351	248.83	738	−10.99	338.17	132.26	„
	27.589	254.31	931	−10.96	10.19	132.35	Kleiner Fl.
	21.376	155.84	188	− 9.17	281.23	132.03	Pore
	23.352	237.79	419	− 9.42	310.23	132.84	Kleiner Fl.
	24.396	246.82	599	− 9.35	325.20	132.92	„
	25.351	251.12	761	− 9.66	340.81	134.90	„
	»	250.96	745	− 9.50	339.25	133.34	„
	19.639	109.00	487	−11.97	254.99	130.57	Kleiner Fl.
	20.617	126.85	310	−11.54	270.06	131.66	„
	21.376	156.16	226	−11.43	280.58	131.38	„ m. Hofsp.
	23.352	231.31	395	−11.14	307.50	130.11	„
	»	223.58	410	−14.37	306.38	128.99	Kleiner Fl.
	24.396	236.62	569	−14.50	320.80	128.52	2 kleine Fl.
	23.352	225.41	389	−12.95	305.77	128.38	Kleiner beh. Fl
	24.396	238.67	549	−12.79	319.84	127.56	„
	25.351	245.05	689	−12.71	333.01	127.10	Kleiner Fl.
	19.639	104.44	527	−10.75	251.39	126.97	Kleiner Fl.
	20.617	117.84	340	−10.28	266.56	128.19	Gruppe
	21.376	148.88	237	−11.42	278.65	129.45	„
	23.352	227.97	373	−11.49	305.50	128.11	Grosser beh. Fl.
	24.396	242.88	527	− 9.98	319.19	126.91	„
	25.351	247.11	678	−11.07	332.45	126.54	Nordöstl. Kern
	27.589	254.73	911	−10.08	4.46	126.62	Kleiner Fl.
14.	VI 28.365	282.68	911	16.54	6.05	117.14	Kleiner Fl.
15.	VI 19.639	105.14	721	−16.10	236.10	111.68	
	20.617	112.55	589	−16.61	249.65	111.28	
	21.376	122.43	470	−16.73	261.02	111.82	Behofter Fl.
	23.352	180.31	300	−16.36	288.62	111.23	VI 27 ohne Hof
	24.396	213.80	388	−16.45	303.24	110.96	
	25.351	229.49	525	−16.75	316.56	110.65	
	27.589	244.92	817	−16.67	347.88	110.04	

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
15.	VI	20.617	113°.60	603″	−17°.68	248°.95	110°.58	Sporad. kleiner Fl.
		19.639	103.48	745	−15.50	233.33	108.91	„
		20.617	110.71	623	−16.66	246.57	108.20	„
		24.396	211.29	322	−13.72	299.62	107.34	„
		19.639	101.72	753	−14.33	232.24	107.82	Kleiner Fl.
		20.617	107.24	620	−14.44	245.94	107.57	
		21.376	114.16	503	−14.37	256.63	107.43	
		»	115.84	510	−15.39	256.62	107.42	Behofter Fl.
		23.352	166.16	288	−15.52	284.07	106.68	VI 24 beh. Korngr.
		24.396	206.13	340	−15.71	298.81	106.53	
		25.351	225.87	479	−16.53	312.62	106.71	VI 25 westl. Kern
		27.589	244.15	792	−16.62	344.78	106.94	einer beh. Gruppe
		28.365	246.76	868	−16.73	355.95	107.04	nachher kl. Fl.
		20.617	109.38	644	−16.45	244.60	106.23	Theilweise beh. Fl.
		21.376	116.48	533	−16.48	255.36	106.16	VI 25 südl. Kern in
		23.352	165.09	309	−16.84	283.50	106.11	einer beh. Gruppe,
		24.396	203.31	354	−17.04	298.38	106.10	nachher kleiner Fl.
		25.351	224.11	481	−17.33	312.18	106.27	
		27.589	243.07	789	−17.42	344.28	106.44	
		19.639	101.40	787	−14.87	228.54	104.12	Gruppe kleiner Fl.
		20.617	106.03	652	−14.53	243.13	104.76	VI 25 östl. Kern
		21.376	112.57	533	−14.55	254.28	105.08	in einer beh. Gruppe
		23.352	163.51	297	−15.97	283.18	105.74	
		24.396	203.75	333	−15.76	297.18	105.53	
		25.351	225.16	472	−16.54	312.02	106.11	
16.	VI	19.639	104.59	879	−19.99	216.75	92.33	Kleiner Fl.
17.	VI	27.589	245.10	593	−10.89	327.18	89.34	Kleiner Fl.
		28.365	251.40	719	− 9.51	339.39	90.48	Gruppe
		29.325	255.53	837	− 8.56	353.63	91.03	beh. Fl. nördl. Kern
		»	254.92	839	− 9.14	353.88	91.28	beh. Fl. südl. „
		30.370	256.81	921	− 9.42	9.77	92.26	Behofter Fl.
		27.589	244.32	564	−10.60	324.85	87.01	Kleiner Fl.
		28.365	247.62	694	−11.74	336.47	87.56	VI 28 u. 29 mit
		29.325	251.14	811	−11.85	349.80	87.20	Hofthln.
		30.370	253.88	902	−11.79	4.94	87.43	
		29.325	251.82	801	−11.06	348.69	86.09	Kleiner Fl.
		30.370	254.36	896	−11.18	3.71	86.20	VI 29 theilw. behoft
18.	VI	24.396	54.30	389	13.84	266.05	73.77	Kleiner Fl.
		25.351	28.46	231	13.94	280.46	74.55	
19.	VI	23.352	94.15	832	− 8.00	225.59	48.20	Kleiner Fl.
		24.396	96.69	704	− 7.66	240.36	48.08	
		25.351	100.89	551	− 7.43	254.11	48.20	
		27.589	152.93	164	− 6.70	286.64	48.80	

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	VI	27.589	161°.64	189″	− 8°.69	287°.71	49°.87	Kleiner Fl.
		28.365	211.05	223	− 8.65	299.10	50.19	
20.	VI	23.352	91.68	877	− 6.42	218.77	41.38	
		24.396	93.61	767	− 6.20	233.95	41.67	
		25.351	97.26	623	− 6.46	248.11	42.20	
		27.589	128.56	213	− 6.32	280.99	43.15	
		28.365	182.31	147	− 6.31	292.22	43.31	Behoft. Fl. Vgl. VII 3 ohne R 302.18 u. Hof R 304.13
		29.325	233.12	269	− 6.45	305.94	43.34	
		30.370	248.74	463	− 6.44	321.01	43.50	
	VII	1.371	254.59	638	− 6.55	335.50	43.71	
		2.355	258.09	782	− 6.51	350.09	44.26	
		3.372	260.42	880	− 6.36	4.14	43.80	
	VI	29.325	226.72	303	− 9.28	306.55	43.95	Sporad. kl. Fl.
		25.351	98.89	640	− 7.80	246.95	41.04	
		27.589	127.82	242	− 7.39	279.54	41.70	Gruppe kl. Fl.
		28.365	172.12	164	− 7.41	290.56	41.65	
		30.370	245.67	458	− 7.74	320.19	42.68	
		27.589	128.90	279	− 9.19	277.95	40.11	
		28.365	166.35	200	− 9.48	289.15	40.24	
		29.325	218.79	278	− 9.99	303.72	41.12	VI 27 Fleck im gleichen Hofe mit den beiden folgenden, nachher isol. beh. Fl.
		30.370	240.42	462	−10.21	319.47	41.96	
	VII	1.371	249.34	639	−10.02	334.74	42.95	
		2.355	254.13	785	− 9.80	349.94	44.11	
		3.372	256.76	892	−10.00	5.73	45.39	
	VI	27.589	128.08	290	− 9.46	277.28	39.44	VI 27 im gl. Hofe mit d. vorhergeh. u. folg. Fl.
		28.365	162 68	219	−10.42	288.12	39.21	
		27.589	124.63	293	− 8.77	276.44	38.60	
		28.365	160.56	196	− 8.91	288.03	39.12	VI 27 im gl. Hofe mit den beid. vorhergeh. nachher isol. kl. Fl.
		29.325	219.11	259	− 9.04	302.94	40.34	
		30.370	240.88	445	− 9.50	318.45	40.94	
	VII	1.371	249.25	623	− 9.73	333.43	41.64	
	VI	29.325	219.20	244	− 8.32	302.30	39.70	
		30.370	242.89	430	− 8.24	317.91	40.40	Kleiner Fl.
	VII	1.371	250.85	610	− 8.45	332.74	40.95	
	VI	24.396	93.97	819	− 7.21	228.08	35.80	
		25.351	96.93	692	− 7.27	242.28	36.37	
		27.589	118.29	293	− 7.18	275.29	37.45	
		28.365	153.02	173	− 7.15	287.09	38.18	VI 24 u. 25 kl. Fl. nachher kl. beh. Fl.
		29.325	219.83	221	− 7.16	301.42	38.82	
		30.370	245.18	408	− 6.76	316.90	39.39	
	VII	1.371	253.04	594	− 6.80	331.83	40.04	
		2.355	257.30	749	− 6.63	346.59	40.76	
	VI	29.325	216.76	217	− 7.46	300.72	38.12	
		30.370	242.85	394	− 7.27	315.60	38.09	Kleiner Fl.
	VII	1.371	251.25	575	− 7.51	330.11	38.32	

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
	VI 28.365	153°.47	215″	− 9°.53	286°.18	37°.27	Theilw. behofter Fl.
	VII 1.371	246.99	580	−10.12	329.77	37.98	2 kleine Fl.
	VI 25.351	97.62	705	− 7.99	241.21	35.30	
	27.589	115.08	321	− 7.16	273.22	35.38	
	28.365	146.20	184	− 7.14	285.67	36.76	
	29.325	211.82	206	− 7.65	299.45	36.85	Kleine Fl.
	28.365	138.04	201	− 7.09	283.67	34.76	
	»	136.02	223	− 7.85	282.44	33.53	
	29.325	207.45	202	− 7.91	298.49	35.89	
	23.352	94.27	906	− 9.31	213.54	36.15	Fl. mit südl. Hofe
	24.396	96.38	816	− 9.29	228.71	36.43	„
	25.351	99.57	692	− 9.17	242.71	36.80	d. beid. westl. Kerne in
	»	101.36	701	−10.63	242.16	36.20	ein. unrglm. Hofgeb.
	27.589	122.78	335	− 9.91	273.87	36.03	Fl. mit südl. Hofe
	28.365	149.20	227	− 9.77	284.93	36.02	Theilw. behofter Fl.
	29.325	199.83	232	−10.37	297.81	35.21	„
	30.370	232.50	378	−10.48	312.66	35.15	„
	VII 1.371	245.06	557	−10.32	326.80	35.01	„
	2.355	251.89	706	− 9.94	341.76	35.93	Kleiner Fl.
	3.372	254.80	813	−10.13	354.15	33.81	„
	VI 23.352	96.25	910	−11.28	212.93	35.54	Theilw. behofter Fl.
	24.396	98.56	827	−11.28	227.71	35.43	„
	25.351	102.19	710	−11.42	241.45	35.54	d. bdn. südöstl. Kerne
	»	101.47	721	−11.11	240.35	34.44	in e. unrglm. Hofgeb.
	27.589	124.81	369	−11.84	272.50	34.66	Grosser beh. Fl.
	28.365	147.58	268	−11.85	283.30	34.39	VII 29 u. 30 mit
	29.325	194.35	249	−11.85	296.85	34.25	3 Kernfl.
	30.370	228.75	385	−12.01	312.17	34.66	
	VII 1.371	241.96	550	−12.13	326.53	34.74	
	2.355	248.77	701	−12.08	340.72	34.89	
	3.372	252.68	822	−12.12	354.89	34.55	
	4.369	255.38	904	−12.00	9.08	34.52	
	VI 25.351	101.83	734	−11.72	239.19	33.28	
	27.589	122.64	391	−12.00	270.79	32.95	
	28.365	142.09	288	−12.06	281.24	32.33	Kleiner Fl.
	29.325	184.98	234	−11.53	294.27	31.67	
	30.370	222.46	355	−12.60	308.99	31.48	
	VII 1.371	238.82	523	−12.92	323.90	32.11	
	VI 25.351	100.63	739	−10.86	238.48	32.57	Kleiner Fl.
	27.589	115.64	378	− 9.12	270.01	32.17	„
	28.365	133.87	273	− 9.83	279.90	30.99	„
	29.325	192.97	221	−10.28	295.99	33.39	„
	30.370	228.28	364	−11.32	310.93	33.42	„
	VII 1.371	236.31	554	−15.24	325.34	33.55	„
	»	237.54	539	−14.09	324.67	32.88	„

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
21.	VI	29.325	275°.81	205″	4°.56	304°.52	41°.92	
		30.370	270.60	432	4.03	320.29	42.78	Erst Gruppe kl. Fl.
	VII	1.371	270.66	628	4.19	335.72	43.93	VI 30 u. f. behof. Fl.
		2.355	271.27	779	4.35	350.61	44.78	
		3.372	272.22	882	4.60	5.14	44.80	
	VI	30.370	272.15	418	4.69	319.32	41.81	
	VII	1.371	270.53	615	4.10	334.69	42.90	Kleiner beh. Fl.
		2.355	270.68	774	3.88	350.03	44.20	
	VI	30.370	273.38	412	5.20	318.91	41.40	Sporad. kleiner Fl.
		29.325	274.16	162	3.87	301.92	39.32	„
	VII	1.371	272.91	563	5.46	330.56	38.77	
		2.355	273.23	719	5.88	344.59	38.76	Kl. Fl. m. Hofspuren
		3.372	273.73	837	6.07	358.41	38.07	
	VI	29.325	286.40	147	5.62	300.61	38.01	
		30.370	274.89	359	5.50	315.32	37.81	Kleiner beh. Fl.
	VII	1.371	272.25	551	5.04	329.71	37.92	
		2.355	271.52	711	4.59	343.83	38.00	
	VI	30.370	277.01	360	6.31	315.39	37.82	„
	VII	1.371	273.87	552	5.98	329.71	37.92	„
		2.355	272.62	706	5.40	343.40	37.57	Kleiner Fl.
22.	VI	25.351	78.91	845	6.30	225.00	19.09	
		27.589	77.95	502	6.26	258.69	20.85	Kleiner Fl.
		28.365	74.67	352	6.61	269.81	20.90	
		»	75.29	376	6.64	268.17	19.26	„
23.	VI	25.351	75.71	928	9.39	208.93	3.02	Südl. Kern
		27.589	73.64	712	10.79	242.11	4.27	Westl. Kern
		»	74.77	725	10.06	240.97	3.13	Südl. „
		»	74.07	742	10.77	239.13	1.29	Oestl. „
		28.365	72.22	599	10.79	252.60	3.69	Westl. Kern
		»	73.31	606	10.18	251.91	3.00	Südl. „
		»	72.44	624	10.95	250.55	1.64	Oestl. „
		29.325	68.73	443	10.61	265.28	2.68	Centr. d. 3 K.
		30.370	52.67	239	10.91	280.92	3.41	Westl. Kern
		»	56.20	243	10.24	280.27	2.76	Südl. „
		»	54.43	256	11.06	279.77	2.26	Oestl. „
	VII	1.371	355.16	128	10.61	294.45	2.66	Centr. d. 3 K.
		2.355	298.54	252	10.64	308.51	2.68	„
		3.372	285.35	442	10.53	323.05	2.71	„
		4.369	281.84	633	10.98	338.53	3.97	Westl. Kern
		»	280.51	609	9.87	336.69	2.13	Oestl. „
		5.375	280.39	777	10.90	353.11	4.20	Westl. Kern
		»	279.16	753	9.76	350.68	1.77	Oestl. „

Behofte Kerngruppe, nach VII 4 2 getrennte beh. Flecke. Vgl. 304.17.

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
	VII 6.367	279°.88	878″	10°.57	7°.46	4°.39	Westl. Kern
	»	278.59	863	9.36	4.94	1.87	Oestl. „
	7.424	280.57	933	10.65	22.09	3.94	Westl. Kern
	»	278.56	929	8.72	19.85	1.70	Oestl. „
	VI 28.365	73.22	647	10.71	248.58	359.67	Kleiner Fl.
	29.325	69.77	475	10.68	262.93	0.33	Behofter Fl.
	30.370	56.73	268	10.89	278.77	1.26	„
	29.325	73.80	490	8.88	261.45	358.85	Keiner Fl.
	»	75.18	501	8.27	260.58	357.98	„
	»	76.00	510	7.94	259.87	357.27	„
	VII 3.372	290.33	388	11.60	318.84	358.50	„
	2.355	304.96	209	10.54	305.38	359.55	„
	VI 27.589	77.56	781	8.22	234.94	357.10	„
	28.365	77.80	678	7.81	245.64	356.73	„ m. westl. Hofe
	27.589	74.90	790	10.51	234.08	356.24	
	28.365	74.27	688	10.41	244.94	356.03	
	29.325	72.17	531	10.25	258.71	356.11	
	30.370	67.37	323	9.21	274.22	356.71	Langgestreckter
	»	63.08	350	11.25	273.03	355.52	beh. Fleck, VII 4
	VII 1.371	34.61	138	10.12	289.03	357.24	mit getheiltem Kern,
	»	36.79	176	11.08	287.25	355.46	nachher in 2 ge-
	2.355	309.27	173	9.85	303.05	357.22	trennte behofte Fl.
	»	317.57	170	10.78	301.84	356.01	zerfallen.
	3.372	286.36	362	9.60	317.68	357.34	VI 30 bis VII 4 sind
	»	291.44	343	11.01	315.83	355.49	je die südl. u. nördl.
	4.369	281.34	549	9.76	332.03	357.47	Kernspitze beob-
	»	283.93	534	11.03	330.63	356.07	achtet, VII 4 die
	5.375	279.93	709	10.06	346.40	357.49	beiden Kerne u.
	»	281.84	696	11.36	345.06	356.15	nachher die beiden
	6.367	279.32	834	9.95	0.91	357.84	getrennten Hofflecke.
	»	281.01	823	11.38	359.42	356.35	
	7.424	279.50	915	9.75	15.86	357.71	
	»	281.28	908	11.48	14.26	356.11	
	VI 30.370	57.46	353	13.23	273.72	356.21	Behof. Fleck. VI 30
	»	60.91	368	12.46	272.25	354.74	d. westl. u. östl. Kern-
	VII 1.371	33.80	211	13.18	286.36	354.57	spitze, VII 1 d. östl.
	2.355	329.05	175	12.27	300.30	354.47	Kernspitze, nachher
	3.372	296.34	328	12.23	314.24	353.90	Centr. d. Kerngruppe,
	4.369	286.69	505	12.07	328.22	353.66	VII 4 kleiner Fl.
	3.372	291.99	317	10.59	314.19	353.85	Kleiner Fl.
	4.369	283.01	504	10.15	328.62	354.06	VII 3 mit Hofthln.
	5.375	280.36	673	10.10	343.08	354.17	

Nr.	1883	p	ϱ		l	L	
				Rotationsperiode 304.			
1.	VII	6.367	218°.88	584″	−25°.60	324°.40	321°.33	Pore
2.	VII	4.369	114.34	883	−22.37	231.14	256.58	
		5.375	119.55	793	−22.89	246.07	257.16	Westl. Kern
		»	119.29	799	−22.94	245.26	256.35	Oestl. „
		6.367	126.99	673	−22.80	260.90	257.83	
		7.424	141.01	543	−23.12	276.62	258.47	Beh. Fl. Vgl. R 303. 6
		8.377	160.84	454	−23.29	290.52	258.78	
		9.390	187.45	433	−23.38	304.82	258.63	
		10.468	213.65	508	−23.50	320.80	259.23	
		11.379	227.32	611	−23.68	333.60	259.03	
		12.374	237.11	727	−23.57	347.64	258.87	
		13.360	243.45	828	−23.36	1.60	258.77	
		7.424	138.47	559	−22.93	274.56	256.41	Gruppe
		8.377	158.61	445	−22.25	289.74	258.00	„
		»	158.09	466	−23.48	288.84	257.10	Pore
		»	154.20	466	−22.65	286.96	255.22	2 kleine Flecke
		11.379	224.16	544	−21.73	328.08	253.51	Kleiner Fl.
		4.369	113.55	885	−21.72	230.62	256.06	Behofter Fl.
		5.375	117.79	797	−21.69	244.95	256.04	Westl. Kern
		»	118.16	804	−22.26	244.29	255.38	Oestl. „
		6.367	124.66	689	−21.90	259.71	256.64	Einfach behofter Fl.
		7.424	134.93	563	−21.60	272.78	254.63	Theilw. „
		8.377	151.53	463	−21.78	285.88	254.14	„ „
		9.390	176.20	412	−21.98	299.38	253.19	„ „
		4.369	113.66	895	−22.19	228.72	254.16	
		5.375	117.57	817	−22.24	242.59	253.68	
		6.367	123.65	711	−22.23	256.46	253.39	
		7.424	134.00	586	−22.28	270.91	252.76	
		8.377	149.56	483	−22.45	284.16	252.42	
		9.390	174.00	418	−22.28	298.29	252.10	Behofter Fl.
		10.468	202.96	451	−22.59	313.53	251.96	
		11.379	220.51	538	−22.84	326.11	251.54	
		12.374	232.90	658	−23.12	340.14	251.37	
		13.360	240.59	771	−23.24	354.00	251.17	
		4.369	112.42	900	−21.23	227.42	252.86	
		5.375	116.66	829	−21.93	240.84	251.93	
		6.367	123.79	735	−23.31	254.32	251.25	
		7.424	133.93	614	−23.61	269.00	250.85	
		8.377	148.09	510	−23.58	282.27	250.53	
		9.390	170.61	442	−23.64	296.35	250.16	Behofter Fl.
		10.468	198.50	462	−24.10	311.64	250.07	

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	VII	11.379	216°.63	538″	−24°.31	324°.31	249°.74	
		12.374	229.57	652	−24.71	338.26	249.49	
		13.360	238.09	763	−24.74	352.26	249.43	
		7.424	129.08	587	−19.83	268.96	250.81	Kleiner Fl.
		10.468	199.33	491	−25.86	312.80	251.23	„
		11.379	215.70	568	−26.35	325.35	250.78	„
3.	VII	13.360	24.36	253	18.44	299.62	196.79	Kleiner Fl.
		»	28.42	259	18.33	298.40	195.57	„
		»	27.98	306	21.05	297.10	194.27	„
		»	33.72	281	18.78	296.30	193.47	„
		»	36.15	296	19.15	295.10	192.27	„
		»	37.96	316	19.85	293.79	190.96	„
4.	VII	10.468	105.79	837	−10.63	241.93	180.36	Kleiner Fl.
		11.379	108.82	703	− 9.68	257.40	182.83	Unregelm. behof. Fl.
		12.374	117.73	536	−10.55	273.18	184.41	Südl. Kern
		»	116.25	536	− 9.79	272.83	184.06	Nördl. „
		13.360	132.82	357	−10.08	288.43	185.60	Centr. d. 3 Kerne
		12.374	115.27	600	−10.98	268.08	179.31	Kleiner Fl.
		»	112.24	591	− 8.97	268.05	179.28	„
		11.379	109.72	761	−11.69	252.09	177.52	Gruppe m. östl. Hoftheilen
		12.374	115.35	624	−11.69	266.24	177.47	
		13.360	125.25	471	−11.74	280.06	177.23	
		11.379	107.97	758	−10.27	252.11	177.54	„
		12.374	112.79	620	− 9.99	265.94	177.17	
		13.360	122.20	455	− 9.89	280.33	177.50	
5.	VII	9.390	118.32	932	−26.04	223.75	177.56	Südl. Kern
		»	117.41	933	−25.17	223.36	177.17	Nördl. „
		10.468	121.27	881	−25.81	238.46	176.89	„ „
		11.379	125.64	811	−25.98	250.94	176.37	Oestl. „ Vgl.
		12.374	133.39	715	−26.57	264.89	176.12	Westl. „ R 303. 9
		»	132.13	718	-26.00	264.00	175.23	Oestl. „
		13.360	144.14	610	-26.49	278.68	175.85	Westl. „
		»	143.73	625	-27.15	277.52	174.69	Südl. „
		»	142.43	615	-26.01	277.46	174.63	Nordöstl. Kern
		20.719	247.42	905	−25.86	21.36	173.54	2 getrennte beh. Fl.
		»	248.02	894	−24.76	19.11	171.29	
		21.382	249.06	934	−26.21	31.10	173.82	„
		»	249.97	929	−24.98	29.05	171.77	
		12.374	136.03	683	−26.61	268.70	179.93	Kleiner Fl.
		13.360	148.65	583	−26.84	282.60	179.77	
	VII	12.374	127.97	714	−23.01	262.69	173.92	Sporad. kleiner Fl.
		»	129.27	733	−24.71	261.47	172.70	„
		13.360	145.92	626	−28.19	278.63	175.80	„

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	VII	13.360	140°.65	607″	−24°.73	277°.11	174°.28	Sporad. kl. Fl.
		11.379	126.36	841	−27.95	247.29	172.72	
		12.374	132.53	753	−27.92	260.94	172.17	
		13.360	140.81	644	−26.81	274.74	171.91	Kleiner Fl.
		20.719	243.98	897	−28.59	18.55	170.73	
		21.382	245.86	927	−28.83	27.59	170.31	
6.	VII	11.379	81.96	874	10.83	235.72	161.15	VII 11 kl., nachher beh. Fl.
		12.374	82.63	760	10.32	251.05	162.28	
		13.360	81.57	597	10.35	266.59	163.76	
		11.379	81.36	885	11.40	233.86	159.29	Kleiner Fl.
		»	80.91	898	11.69	231.29	156.72	„
7.	VII	23.360	286.84	913	10.41	30.54	145.04	Kleiner Fl.
		»	286.33	911	9.95	29.94	144.44	„
		20.719	283.14	526	7.76	346.27	138.45	
		21.382	282.64	645	7.67	356.24	138.96	Behofter Fl.
		23.360	283.45	887	7.42	25.16	139.66	
		24.367	285.17	939	7.89	39.97	140.11	
		23.360	286.26	889	10.04	25.64	140.14	Kleiner Fl.
		»	286.56	882	10.35	24.39	138.89	„
		24.367	288.24	936	11.04	38.63	138.77	
		20.719	287.53	455	9.54	341.04	133.22	„
8.	VII	12.374	104.61	924	−10.94	227.52	138.75	
		13.360	107.01	858	−10.94	241.72	138.89	
		20.719	251.67	564	−10.39	345.94	138.12	Gross, beh. Fl. Vgl. R 303.13 u. R 305.12
		21.382	256.25	667	−10.59	355.34	138.06	
		23.360	264.47	891	−10.38	23.94	138.44	
		24.367	266.97	939	−10.09	38.21	138.35	
		21.382	257.51	726	−11.24	0.75	143.47	Kleiner Fl.
		»	252.39	719	−14.78	358.92	141.64	„
9.	VII	20.719	226.15	326	−10.69	325.51	117.69	
		21.382	241.19	428	−10.72	335.17	117.89	Behofter Fl.
		23.360	258.99	734	−10.89	3.54	118.04	
		24.367	262.93	853	−11.07	18.54	118.68	
10.	VII	20.719	169.90	340	−15.42	306.52	98.70	
		21.382	195.44	329	−15.26	316.34	99.06	
		23.360	242.87	554	−15.04	344.93	99.43	Grosser beh. Fl.
		24.367	252.08	699	−15.04	359.47	99.61	
		26.397	260.72	902	−15.37	28.17	99.35	
		20.719	164.85	369	−16.60	304.01	96.19	
		21.382	189.38	346	−16.56	314.24	96.96	
		23.360	239.21	546	−16.51	343.24	97.74	Behofter Fl.

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	VII	24.367	249°.67	690″	−16°.38	358°.05	98°.19	
		26.397	259.08	896	−16.65	26.61	97.79	
		24.367	249.33	665	−15.69	355.83	95.97	Kleiner Fl.
		20.719	158.21	372	−15.65	301.47	93.65	
		21.382	179.55	350	−16.70	310.45	93.17	
		23.360	235.51	497	−15.95	338.99	93.49	„
		24.367	247.54	637	−15.80	353.12	93.26	
		20.719	153.78	385	−15.44	299.47	91.65	Kleiner Fl.
		»	144.81	398	−13.83	295.92	88.10	„
		21.382	167.86	332	−14.62	306.49	89.21	„
		»	164.92	364	−16.18	304.73	87.45	„
		23.360	232.47	477	−16.21	336.82	91.32	„
		»	230.49	434	−14.83	333.92	88.42	„
		»	227.21	440	−16.20	333.07	87.57	„
		24.367	247.67	583	−13.70	349.06	89.20	„
		»	245.18	590	−15.38	348.91	89.05	„
		26.397	259.80	854	−14.57	19.93	91.11	„
		»	257.23	843	−16.24	17.70	88.88	Gruppe
		27.704	261.53	926	−16.09	35.48	88.01	Kleiner beh. Fl.
11.	VII	20.719	130.81	550	−15.15	282.84	75.02	
		21.382	140.91	456	−15.22	292.25	74.97	
		23.360	200.86	339	−15.40	320.00	74.50	
		24.367	228.96	436	−15.46	334.29	74.43	
		26.397	252.41	716	−15.87	2.76	73.94	Behofter Fl.
		27.704	258.66	857	−16.05	21.06	73.59	
		28.461	261.11	909	−16.02	31.51	73.24	
		28.593	261.49	917	−16.02	33.70	73.55	
		21.382	140.10	471	−15.63	291.16	73.88	
		23.360	198.04	342	−15.83	319.01	73.51	Kleiner beh. Fl.
		24.367	226.68	430	−15.86	333.20	73.34	
		26.397	251.68	709	−16.12	1.88	73.06	
		20.719	129.34	600	−16.32	278.98	71.16	
		21.382	138.05	508	−16.51	288.37	71.09	Erst Gruppe kl. Fl.
		23.360	190.73	349	−16.64	316.33	70.83	nach VI 23 kl. Fl.
		24.367	221.15	422	−16.95	330.81	70.95	
		20.719	124.24	654	−15.29	273.33	65.51	Kleiner behofter Fl.
		21.382	131.75	557	−15.71	283.21	65.93	Gruppe kleiner Fl.
12.	VII	20.719	92.99	680	5.59	266.41	58.59	Kleiner Fl.
		21.382	94.18	567	5.21	276.24	58.96	„
		23.360	103.16	149	5.39	305.98	60.48	„
		24.367	265.54	106	3.63	322.27	62.41	„
		»	253.33	34	4.16	317.87	58.01	„
		»	339.27	10	4.66	316.45	56.59	„

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
13.	VII 23.360	126°.14	450″	− 8°.73	290°.15	44°.65	Bis VII 26 beh. Fl.,
	24.367	150.91	271	− 8.25	306.03	46.17	VII 27 Gruppe,
	26.397	242.92	358	− 7.82	335.97	47.15	nachher kleiner Fl.
	27.704	258.38	584	− 8.34	354.77	47.30	Vgl.
	28.461	263.04	701	− 8.38	5.71	47.44	R 303.20
	28.593	263.61	722	− 8.49	7.88	47.73	u.
	29.575	267.26	843	− 8.72	22.47	48.31	R 305.23
	24.367	139.31	257	− 5.43	304.23	44.37	Kleiner Fl.
	27.704	261.19	546	− 5.83	352.58	45.11	
	20.719	108.15	856	− 8.71	248.97	41.15	
	21.382	110.72	783	− 8.98	258.81	41.53	
	23.360	123.99	492	− 9.11	286.98	41.48	Unregelm. beh. Fl.
	24.367	144.68	320	− 9.38	302.47	42.61	VII 27 unbehoft
	26.397	231.51	329	− 9.69	331.78	42.96	
	27.704	254.31	534	− 9.16	350.32	42.88	
	24.367	146.72	306	− 9.15	303.61	43.75	Kl. Fl. mit Hofsp.
	23.360	125.73	513	−10.60	286.05	40.55	
	24.367	144.71	354	−10.64	300.91	41.05	„
	26.397	224.01	329	−11.37	329.76	40.94	
	»	228.45	286	− 8.32	329.19	40.37	
	27.704	252.82	506	− 9.08	348.12	40.65	Gruppe kl. Fl.
	28.461	259.41	622	− 8.84	358.49	40.22	
	28.593	260.57	642	− 8.63	0.37	40.22	
	26.397	219.83	375	−14.73	330.17	41.35	Kleiner Fl.
	29.575	258.74	789	−14.33	14.25	40.09	„
	30.426	262.86	875	−13.84	27.10	40.80	„
	29.575	261.91	834	−13.09	20.24	46.08	
	30.426	264.73	898	−12.90	31.51	45.21	„
	»	267.13	896	−10.58	31.41	45.11	„
	28.461	256.86	641	−10.98	359.41	41.14	
	28.593	257.88	662	−10.93	1.41	41.26	„
	23.360	116.15	527	− 6.11	283.10	37.60	
	24.367	129.39	344	− 6.18	297.91	38.05	
	26.397	226.79	253	− 6.99	327.47	38.65	Kleiner Fl.
	27.704	255.02	478	− 7.24	346.82	39.35	VII 26 Gruppe
	28.461	261.95	606	− 6.91	357.79	39.52	
	28.593	262.53	628	− 7.05	359.70	39.55	
	26.397	220.36	226	− 6.55	325.19	36.37	Gruppe
	»	216.76	210	− 6.13	323.98	35.16	Kl. Fl. m. Hofspuren
	27.704	253.69	429	− 6.42	343.47	36.00	Kleiner Fl.
	28.461	261.07	566	− 6.49	354.68	36.41	„
	»	261.17	538	− 5.79	352.69	34.42	„
	28.593	261.95	591	− 6.57	356.79	36.64	„
	»	262.02	564	− 5.92	354.83	34.68	„
	29.575	266.89	731	− 6.49	10.07	35.91	„

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	VII	30.426	269°.28	839″	- 7°.11	23°.00	36°.70	Kleiner Fl.
		20.719	108.79	890	-10.15	243.59	35.77	
		21.382	110.90	831	-10.25	253.30	36.02	
		23.360	122.02	569	-10.41	281.37	35.87	
		24.367	135.60	408	-10.60	295.76	35.90	VII 20 u. 21 isol. beh.
		26.397	211.29	282	-10.78	324.63	35.81	Fleck, nachher mit
		27.704	245.02	455	-10.79	343.01	35.54	den beiden folgen-
		28.461	253.96	575	-10.72	353.74	35.47	den im gl. Hofe
		28.593	255.07	598	-10.81	355.79	35.64	
		29.575	261.72	737	-10.53	9.71	35.55	
		30.426	265.32	833	-10.40	21.54	35.24	
		23.360	120.22	593	-10.08	279.18	33.68	
		24.367	132.67	430	-10.40	293.75	33.89	
		26.397	206.35	268	-10.47	322.96	34.14	Kernfleck, mit dem
		27.704	243.58	434	-10.56	341.43	33.96	vorhergehenden u.
		28.461	253.24	555	-10.50	352.18	33.91	folgenden im gl.
		28.593	254.38	580	-10.67	354.34	34.19	Hofe
		29.575	261.12	721	-10.54	8.01	33.85	
		30.426	264.68	820	-10.60	19.86	33.56	
		20.719	106.41	891	- 7.97	243.05	35.23	
		21.382	108.17	837	- 8.02	252.12	34.84	
		23.360	117.60	578	- 8.16	279.71	34.21	
		24.367	128.99	414	- 8.41	293.84	33.98	VII 20 u. 21 isol. beh.
		26.397	203.27	239	- 8.93	321.63	32.81	Fleck, nachher mit
		27.704	244.17	405	- 9.24	339.95	32.48	den beiden vorigen
		28.461	254.03	529	- 9.29	350.61	32.34	im gleichen Hofe,
		28.593	255.32	553	- 9.32	352.62	32.47	VII 30 nur sehr klein
		29.575	262.43	707	- 9.23	7.07	32.91	
		30.426	264.38	816	-10.73	19.18	32.88	
14.	VII	20.719	88.80	907	8.46	238.47	30.65	Mitte der beid. Kerne
		21.382	88.85	853	8.95	248.31	31.03	Nördl. Kern
		»	89.69	853	8.20	248.36	31.08	Südl. „
		23.360	88.46	589	9.40	276.54	31.04	Nördl. „ beh. Fl.
		»	89.42	597	8.82	275.89	30.39	Südl. „
		24.367	86.83	401	9.17	291.12	31.26	
		26.397	346.82	71	9.18	319.54	30.72	
		23.360	89.12	637	9.18	272.62	27.12	Kleiner Fl.
		24.367	91.71	456	7.33	287.15	27.29	
		26.397	.18.29	67	9.19	317.23	28.41	
15.	VII	24.367	72.26	479	15.76	291.00	31.14	Kleiner Fl.
		»	70.13	508	17.19	290.02	30.16	„
		27.704	324.14	315	18.68	333.51	26.04	„

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
16.	VII 27.704	180°.42	344″	-15°.73	315°.90	8°.43	Sporadisch kl. Fl.
17.	VII 23.360	89.82	862	8.89	248.96	3.46	
	24.367	90.61	746	8.73	263.70	3.84	
	26.397	89.62	408	8.55	292.51	3.69	
	27.704	77.16	143	8.47	311.02	3.55	
	28.461	337.76	65	8.65	321.98	3.71	
	28.593	321.45	82	8.66	323.78	3.63	Norm beh. Fl.
	29.575	292.65	278	8.89	337.80	3.64	Vgl.
	30.426	289.05	449	8.97	350.03	3.73	R 303.23
	VIII 1.578	288.56	792	9.28	20.96	3.95	
	2.378	289.08	874	9.20	32.46	4.04	
	3.374	290.26	934	9.20	47.16	4.53	

Zum Schlusse lasse ich noch eine Fortsetzung meiner Sonnenfleckenliteratur folgen:

501) Monthly Weather Review. (Forts. zu Nr. 482.)

Es werden, in Fortsetzung der frühern, folgende, zunächst von Herrn D. P. Todd, Director of the Lawrence Observatory (Amherst, Massachusetts), gemachte Zählungen mitgetheilt:

1883			1883			1883			1883			1883		
I	8	2.7	II	13	5.55	III	18	3.20	IV	12	4.35	V	8	2.9
–	11	1.6	–	17	5.20	–	19	3.20	–	13	5.40	–	10	4.14
–	12	2.12	–	18	5.20	–	20	2.15	–	14	4.60	–	11	4.12
–	14	4.20	–	19	3.15	–	21	2.20	–	15	5.65	–	12	4.9
–	15	5 30	–	20	2 10	–	22	2.25	–	18	5.65	–	13	3.7
–	18	3.25	–	21	2.6	–	23	2.30	–	19	5.65	–	14	4.12
–	22	5.20	–	22	2.3	–	24	2.30	–	20	4.55	–	16	3.10
–	23	6.15	–	23	0.0	–	25	2.25	–	21	5.55	–	17	4.11
–	24	6.10	–	24	1.2	–	26	3.30	–	25	5.20	–	18	4.11
–	26	3.8	–	26	1.4	–	28	3.25	–	26	5.20	–	19	5.12
–	30	3.6	–	27	2.7	IV	1	4.20	–	27	6.15	–	24	1.2
II	1	4.20	–	28	2.7	–	2	1.-	–	28	6.12	–	25	0.0
–	2	4.20	III	1	2.6	–	3	5.25	–	29	4.10	–	26	0.0
–	5	3.15	–	2	2.5	–	4	6.30	–	30	3.8	–	27	0.0
–	7	6.30	–	3	1.3	–	5	7.35	V	1	3.10	–	28	0.0
–	8	6.25	–	9	4.10	–	7	5.30	–	2	3.7	–	29	1.1
–	9	4.25	–	15	4.12	–	8	5.30	–	3	5.10	–	30	1.1
–	10	4.25	–	16	4.17	–	9	2.-	–	6	2.7	–	31	2.4
–	12	5.45	–	17	4.20	–	10	4.20	–	7	2.9	VI	1	2.20

1883			1883			1883			1883			1883		
VI	2	3.25	VII	12	6.65	VIII	18	6.—	IX	28	2.—	XI	14	4.30
–	4	4.50	–	13	6.50	–	19	5.10	–	29	2.—	–	15	4.35
–	5	4.50	–	14	6.35	–	20	4.8	X	1	2.2	–	16	6.40
–	6	5.45	–	16	7.45	–	21	3.9	–	3	3.5	–	17	7.50
–	8	5.30	–	17	9.55	–	22	2.6	–	4	2.8	–	18	7.60
–	9	5.30	–	18	7.60	–	24	4.12	–	5	4.13	–	19	6.50
–	10	4.15	–	19	9.75	–	25	4.20	–	6	5.14	–	24	6.—
–	11	3.14	–	20	8.85	–	26	4.40	–	7	7.30	–	25	6.30
–	12	2.12	–	21	7.80	–	27	5.40	–	8	6.30	–	26	3.20
–	15	3.14	–	22	8.75	–	28	5.60	–	9	7.45	–	27	4.20
–	16	3.10	–	23	8.70	–	29	6.70	–	10	7.70	–	28	3.15
–	17	5.14	–	24	6.60	–	30	6.80	–	11	8.85	–	29	3.20
–	19	4.25	–	25	6.60	–	31	6 85	–	13	5.65	XII	1	3.15
–	20	4.40	–	26	6.60	IX	1	7.95	–	14	5.70	–	2	4.10
–	21	4.50	–	27	5.40	–	2	6.80	–	15	7.75	–	3	3.5
–	22	5.40	–	28	4.45	–	3	7.55	–	16	6.70	–	4	2.3
–	23	4.40	–	29	3.40	–	4	7.40	–	17	6.60	–	6	2.6
–	24	4.40	–	30	5.50	–	5	5.30	–	18	4.30	–	7	2.6
–	25	6.50	–	31	5.55	–	6	5.20	–	19	1.—	–	10	6.50
–	26	5.40	VIII	1	2.25	–	9	6.20	–	22	3.15	–	12	7.70
–	28	4.45	–	3	1.2	–	10	6.30	–	25	5.—	–	13	7.70
–	29	4.50	–	4	2.6	–	11	5.35	–	28	7.50	–	15	6.50
–	30	4.45	–	5	2.6	–	14	6.—	–	30	5.35	–	16	6.50
VII	1	3.40	–	6	2.5	–	15	6.50	–	31	6.35	–	17	6.35
–	2	3.35	–	7	3.10	–	16	5.45	XI	1	8.50	–	20	6.35
–	3	4.45	–	8	4.30	–	18	5.25	–	4	8.35	–	22	5.60
–	5	2.30	–	9	4.20	–	19	4.20	–	5	7.45	–	26	3.45
–	6	2.30	–	11	4.—	–	21	2.10	–	6	6.35	–	28	4.45
–	7	2.30	–	12	4.15	–	22	2.10	–	7	5.25	–	29	4.45
–	8	1.23	–	13	3.12	–	24	2.—	–	8	6.25			
–	9	2.25	–	14	2.7	–	25	0.0	–	11	5.—			
–	10	3.30	–	15	3.9	–	26	3.8	–	12	4.25			
–	11	4.50	–	17	6.13	–	27	2.6	–	13	4.—			

502) Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini. (Forts. zu 484.)

Herr Prof. Tacchini theilt folgende in Rom erhaltene Zählungen mit:

1883			1883			1883			1883			1883		
I	4	6.35	I	12	2.13	I	21	4.17	I	27	4.14	II	4	2.11
–	5	5.36	–	13	2.10	–	22	5.24	–	29	6.22	–	5	2.12
–	6	4.23	–	15	5.20	–	23	7.18	–	30	3.10	–	8	7.30
–	9	1.2	–	18	3.19	–	24	6.15	–	31	4.10	–	10	4.19
–	10	4.17	–	19	4.23	–	25	4.15	II	2	6.20	–	11	6.28
–	11	5.17	–	20	3.18	–	26	4.29	–	3	6.21	–	14	3.13

1883			1883			1883			1883			1883		
II	15	4.21	IV	29	6.24	VI	23	4.22	VIII	12	4.10	IX	28	2.4
–	16	3.14	–	30	5.17	–	24	3.16	–	13	3.12	–	29	3.12
–	18	4.16	V	1	5.25	–	25	6.19	–	14	3.6	–	30	3.8
–	19	4.13	–	2	3.19	–	26	5.22	–	15	3.6	X	1	1.6
–	22	1.2	–	3	4.11	–	27	6.26	–	16	3.6	–	2	2.4
–	23	0.0	–	4	4.8	–	28	4.28	–	17	6.14	–	4	3.13
–	24	1.2	–	5	3.6	–	29	4.18	–	18	7.12	–	6	5.21
–	25	1.4	–	7	4.17	–	30	4.22	–	19	6.18	–	7	7.27
–	26	1.6	–	9	6.28	VII	1	3.25	–	20	7.14	–	8	9.37
–	27	2.11	–	10	7.20	–	2	4.16	–	21	4.15	–	9	8.44
–	28	3.12	–	11	7.18	–	3	5.17	–	22	2.8	–	10	10.56
III	1	2.4	–	12	6.12	–	4	3.8	–	23	4.16	–	11	13.67
–	2	1.4	–	13	6.7	–	5	2.8	–	24	6.19	–	12	8.—
–	6	0.0	–	14	7.17	–	7	2.8	–	25	4.16	–	13	13.76
–	8	4.9	–	15	5.10	–	8	1.5	–	27	4.29	–	14	11.71
–	11	5.26	–	16	3.11	–	9	2.6	–	28	5.22	–	15	11.61
–	12	5.27	–	17	4.12	–	10	3.17	–	29	5.23	–	16	10.52
–	13	5.21	–	18	4.8	–	11	4.10	–	30	6.25	–	17	8.43
–	14	4.21	–	19	5.17	–	12	4.16	–	31	6.22	–	19	2.16
–	17	4.12	–	20	4.12	–	13	7.22	IX	1	7.19	–	20	3.18
–	18	3.10	–	21	3.6	–	14	7.28	–	2	6.22	–	21	5.34
–	19	4.24	–	22	1.1	–	15	9.24	–	3	10.42	–	23	4.14
–	21	4.31	–	23	2.4	–	16	9.33	–	4	8.21	–	24	4.21
–	24	4.39	–	24	3.6	–	17	8.28	–	5	6.17	–	25	5.29
–	25	4.32	–	25	2.4	–	18	10.39	–	6	5.24	–	26	6.33
–	27	5.20	–	26	0.0	–	19	8.53	–	7	4.17	–	27	7.32
–	29	5.22	–	27	0.0	–	20	10.52	–	8	5.9	–	28	7.36
–	30	4.13	–	28	0.0	–	21	9.44	–	9	5.18	–	29	10.47
IV	2	6.20	–	29	2.4	–	22	8.33	–	10	5.22	–	30	10.49
–	4	5.20	VI	2	3.19	–	23	8.36	–	11	5.26	–	31	8.50
–	5	5.24	–	3	5.26	–	24	8.26	–	12	6.32	XI	1	10.53
–	6	6.34	–	4	6.28	–	26	6.22	–	13	5.—	–	2	12.49
–	11	4.9	–	5	6.43	–	27	4.14	–	14	6.34	–	4	10.44
–	13	5.21	–	7	8.24	–	28	4.22	–	15	6.36	–	6	6.—
–	14	4.17	–	8	6.16	–	30	4.20	–	16	5.30	–	8	8.—
–	15	4.27	–	9	6.18	–	31	3.16	–	17	5.23	–	9	6.37
–	16	8.52	–	10	6.13	VIII	1	3.14	–	18	4.17	–	10	5.18
–	17	7.44	–	11	5.14	–	2	2.9	–	19	4.16	–	11	6.22
–	18	6.40	–	14	3.6	–	3	1.5	–	20	2.12	–	12	4.28
–	19	3.23	–	16	3.9	–	4	1.2	–	21	2.8	–	15	6.34
–	21	5.26	–	17	7.15	–	5	2.4	–	22	2.7	–	16	7.35
–	23	6.37	–	18	5.25	–	6	2.4	–	23	4.12	–	17	8.38
–	25	7.21	–	19	5.22	–	7	2.6	–	24	3.19	–	18	11.33
–	26	6.18	–	20	4.16	–	8	4.10	–	25	0.0	–	19	8.54
–	27	5.12	–	21	4.11	–	9	3.8	–	26	1.2	–	20	8.44
–	28	7.15	–	22	4.24	–	11	3.8	–	27	2.4	–	21	9.39

1883			1883			1883			1883			1883		
XI	22	8.39	XI	29	4.26	XII	10	6.20	XII	21	11.46	XII	29	7.40
–	23	8.40	–	30	5.22	–	11	8.37	–	23	7.42	–	30	7.41
–	24	7.34	XII	1	3.13	–	12	8.45	–	24	7.59	–	31	8.25
–	25	8.33	–	2	4.17	–	13	9.46	–	25	11.40			
–	26	5.22	–	3	3.8	–	14	9.42	–	26	11.65			
–	27	4.14	–	5	1.2	–	17	8.43	–	27	5.18			
–	28	5.21	–	7	4.15	-	19	7.35	-	28	8.42			

503) Magnetische Beobachtungen der k. Sternwarte zu Bogenhausen bei München im Jahre 1883. Aus Jahrgang V der Beobachtungen der meteorologischen Stationen im Königreich Bayern. (Forts. zu 476.)

Es wurden folgende Bestimmungen der Declination erhalten:

1883	8^h	10^h	2^h	9^h	Variationen 1883	Variationen Zuwachs seit 1882
I	11°59′,79	61,41	63,90	59,56	4′,11	0,67
II	61 ,54	62,16	66,95	61,66	5 ,41	–1,02
III	58 ,39	59,16	66,73	58,52	8 ,34	–1,11
IV	55 ,61	58,12	67,29	57,25	11 ,68	–1,10
V	55 ,48	59,49	64,80	58,60	9 ,32	–2,97
VI	55 ,05	59,14	66,23	58,75	11 ,18	0,79
VII	55 ,60	59,28	67,55	59,67	11 ,95	2,17
VIII	54 ,79	58,64	64,99	58,32	10 ,20	–0,15
IX	55 ,22	58,20	64,72	57,33	9 ,50	–0,25
X	53 ,76	55,81	63,47	56,14	9 ,71	1,68
XI	54 ,93	56,63	60,36	56,05	5 ,43	–0,36
XII	55 ,49	56,11	58,74	55,44	3 ,30	0,25
			Jahresmittel . .		8′,34	–0,12

Es scheint, dass die Anzahl der täglichen Beobachtungen wirklich, wie es leider (v. 476) zu erwarten war, vermindert worden ist, und es dürften daher die Variationen, welche ich zwar noch wie früher gleich den Differenzen der Extreme setzte, vergleichungsweise etwas zu klein ausgefallen sein, da früher das

Minimum wiederholt um 7 oder 9^h Vormittags, das Maximum häufig schon um 1^h notirt wurde. Und in der That ergibt sich aus einer mir von Lamont seiner Zeit mitgetheilten, in Nr. 320 abgedruckten, die Jahre 1861—69 beschlagenden Tafel, dass zwar das Minimum im Jahresdurchschnitte wirklich auf 8^h, dagegen das Maximum auf 1^h fällt, und im Durchschnitte der 9 Jahre um $0'21 \pm 0{,}03$ höher steht, als es aus 2^h geschlossen worden wäre. Es wird also gut sein die obige Variation von 8,34 um 0,21 zu erhöhen, und somit das Jahresmittel der Variation im Jahre 1883 zu

$$8',55$$

anzunehmen.

504) »F. G. T. Lueders, List of Six Hundred and Eight Auroras observed at Sauk City (Public. of the Washburn Observatory, Vol. II).«

Der Beobachtungsort liegt in 43° 15′ nördl. Breite und 12° 40′ westlich von Washington. Die Beobachtungen begannen im Juli 1859, und ergaben bis Ende Jahres 15 Nordlichter; die folgenden Jahre bis und mit 1883 wurden vollständig durchbeobachtet, und erzeigten für die einzelnen Jahre die in der Columne n eingeschriebenen Nordlichtzahlen, welchen ich die entsprechenden Relatifzahlen r beifüge: (Siehe Tabelle auf folgender Seite).

Es ergibt sich hieraus

$$\alpha = \frac{\Sigma n}{\Sigma r} = 0{,}49$$

und setze ich nun

$$n' = \alpha . r$$

so ergeben sich die in die Tabelle eingeschriebenen Werthe für n' und $n—n'$. Aus Letztern folgt

$$\sqrt{\frac{\Sigma(n-n')^2}{24}} = \pm 14{,}2$$

Setzen wir dagegen

$$n'' = \frac{\Sigma n}{24} = 25$$

Jahr	n	r	n'	$n-n'$	$n-n''$	n'''	$n-n'''$
1860	56	95,7	47	9	31	40	16
61	27	77,2	38	-11	2	32	- 5
62	41	59,1	29	12	16	25	16
63	28	44,0	22	6	3	18	10
64	14	46,9	23	- 9	-11	20	- 6
65	40	30,5	15	25	15	13	27
66	18	16,3	8	10	- 7	7	11
67	29	7,3	4	25	4	3	26
68	51	37,3	18	33	26	16	35
69	33	73,9	36	- 3	8	31	2
70	50	139,1	68	-18	25	58	- 8
71	38	111,2	54	-16	13	47	- 9
72	27	101,7	50	-23	2	43	-16
73	36	66,3	32	4	11	28	8
74	18	44,6	22	- 4	- 7	19	- 1
75	8	17,1	8	0	-17	7	1
76	14	11,3	6	8	-11	5	9
77	8	12,3	6	2	-17	5	3
78	0	3,4	2	- 2	-25	1	- 1
79	4	6,0	3	1	-21	3	1
80	12	32,3	16	- 4	-13	14	- 2
81	10	54,2	27	-17	-15	23	-13
82	17	59,6	29	-12	- 8	25	- 8
83	14	63,7	31	-17	-11	27	-13
Σ	593	1211,0	594	—	—	510	—
$(\Sigma)^2$	—	—	—	4863	5693	—	4393

so folgt

$$\sqrt{\frac{\Sigma(n-n'')^2}{24}} = \pm 15{,}4$$

Der Unterschied zu Gunsten von $n-n'$ ist nicht gross; besser ist, dass bei $n-n'$ volle 11, bei $n-n''$ dagegen nur 5 Zeichenwechsel erscheinen. Setzt man

$$n = \alpha' . r$$

und bestimmt α' aus

$$\alpha' = \frac{\Sigma r n}{\Sigma r^2} \quad \text{so wird} \quad \alpha' = 0{,}42$$

und hiemit sind die n''' berechnet, welche nun

$$\sqrt{\frac{\Sigma(n-n''')^2}{24}} = \pm 13{,}5$$

ergeben, also etwas merklich besseres; aber $\Sigma n'''$ weicht nun stark von Σn ab, — während die Zeichenwechsel sich gleich blieben.

505) Rudolf Wolf, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1884. (Fortsetzung zu 488.)

1884			1884			1884			1884			1884		
I	2	5.10	II	12	3.10	III	21	4.10	IV	28	3.18	VI	2	4.8
–	3	5.10	–	14	5.16	–	22	4.12	–	29	3.14	–	3	3.6
–	5	5.14	–	17	5.16	–	23	3.10	–	30	3.16	–	4	3.6
–	9	6.18	–	18	6.12	–	24	3.6	V	1	2.10	–	5	4.7
–	10	7.20	–	19	5.14	–	25	3.4	–	3	1.3	–	6	4.7
–	11	6.20	–	20	4.12	–	26	2.4	–	5	1.2	–	7	3.4
–	12	6.18	–	21	3.10	–	27	2.3	–	6	1.2	–	9	3.4
–	15	4.10	–	22	3.8	–	28	2.2	–	7	1.1	–	10	3.6
–	17	4.14	–	23	4.8	–	29	3.6	–	8	2.4	–	11	1.2
–	18	5.16	–	24	6.12	–	30	3.6	–	9	4.8	–	13	2.4
–	19	5.12	–	25	6.12	–	31	4.6	–	10	4.8	–	14	2.4
–	21	4.8	–	26	7.14	IV	1	4.10	–	11	3.10	–	17	2.4
–	22	5.10	–	27	8.16	–	2	4.12	–	12	3.8	–	18	3.8
–	23	5.8	–	28	6.12	–	3	4.16	–	13	4.10	–	19	3.8
–	24	6.8	III	2	5.10	–	4	4.16	–	14	4.8	–	20	3.6
–	25	5.7	–	3	6.10	–	5	4.16	–	15	3.6	–	22	3.8
–	26	4.8	–	4	6.14	–	6	5.16	–	16	3.4	–	23	3.6
–	28	4.8	–	5	5.12	–	7	3.12	–	17	3.4	–	24	2.6
–	29	5.12	–	7	7.14	–	9	3.12	–	18	4.4	–	25	2.4
–	30	5.12	–	8	7.14	–	10	4.12	–	19	5.7	–	26	2.3
–	31	6.12	–	9	6.10	–	11	4.8	–	20	5.7	–	27	3.5
II	1	6.12	–	10	6.14	–	12	4.10	–	21	4.8	–	28	2.4
–	2	6.10	–	11	5.12	–	13	4.8	–	22	3.6	–	29	3.6
–	3	4.10	–	12	1.—	–	16	3.4	–	23	5.10	–	30	3.8
–	4	5.12	–	13	5.16	–	17	4.8	–	24	5.8	VII	1	4.10
–	5	5.12	–	14	7.22	–	20	5.14	–	25	6.10	–	2	5.14
–	6	5.12	–	15	7.18	–	21	4.—	–	27	6.12	–	3	6.14
–	7	5.10	–	16	6.14	–	22	4.12	–	28	5.14	–	4	6.18
–	8	4.8	–	17	5.16	–	23	5.16	–	29	4.14	–	5	6.12
–	9	4.8	–	18	5.16	–	25	4.12	–	30	5.14	–	6	3.—
–	10	4.8	–	19	6.14	–	26	3.8	–	31	4.12	–	8	3.4
–	11	5.8	–	20	5.16	–	27	3.10	VI	1	4.12	–	9	3.6

1884		1884		1884		1884		1884	
VII 10	2.4	VIII 7	2.2	IX 6	1.1	X 12	1.6	XI 20	1.4
– 11	2.4	– 8	2.2	– 7	3.4	– 13	1.4	– 21	3.8
– 12	3.10	– 9	3.4	– 8	3.4	– 14	1.1	– 23	3.8
– 13	3.8	– 10	2.6	– 9	3.10	– 15	1.1	– 26	2.6
– 14	2.6	– 11	2.10	– 10	3.16	– 16	1.2	– 29	2.4
– 15	2.4	– 12	2.10	– 11	3.12	– 17	1.3	– 30	3.8
– 16	1.4	– 13	2.8	– 12	4.14	– 18	1.3	XII 1	3 10
– 17	1.4	– 14	3.8	– 13	4.14	– 19	1.4	– 2	2.8
– 18	2.3	– 15	2.4	– 14	4.14	– 20	1.3	– 3	3.8
– 20	2.2	– 16	2.5	– 15	4.12	– 21	2.8	– 4	2.—
– 21	2.4	– 17	2.5	– 16	4.10	– 22	2.6	– 5	2.4
– 22	3.4	– 18	2.2	– 17	5.12	– 25	4.14	– 7	3.6
– 23	3.6	– 19	3.4	– 18	4.12	– 26	4.14	– 8	2.3
– 24	3.6	– 20	2.2	– 19	4.12	– 27	4.16	– 9	3.5
– 25	2.6	– 21	4.10	– 20	4.10	– 28	4.12	– 10	3.5
– 26	2.5	– 22	4.12	– 21	4.16	– 29	4.14	– 11	3.6
– 27	2.5	– 23	4.12	– 24	4.8	– 30	3.—	– 12	3.8
– 28	3.6	– 24	3.14	– 26	3.8	XI 2	2.2	– 13	3.6
– 29	2.5	– 25	4.12	– 27	3.6	– 3	1.1	– 14	4.4
– 30	2.8	– 27	2.6	– 28	3.10	– 4	1.2	– 15	3.4
– 31	3.8	– 28	4.8	– 30	3.6	– 5	1.2	– 16	2.4
VIII 1	3.8	– 29	3.8	X 2	3.6	– 6	1.1	– 18	3.6
– 2	4.14	– 30	3.6	– 3	3.6	– 7	1.1	– 19	3.6
– 3	5.16	– 31	3.8	– 7	1.8	– 10	1.4	– 22	3.6
– 4	5.16	IX 1	3.6	– 9	1.8	– 13	3.8	– 26	1.6
– 5	4.10	– 2	2.4	– 10	1.10	– 14	4.8	– 27	2.6
– 6	2.4	– 5	0.0	– 11	1.8	– 15	3.4	– 29	2.4

506) Alfred Wolfer, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1884. (Fortsetzung zu 489.)

1884		1884		1884		1884		1884	
I 7	13.108	I 24	7.33	II 6	8.84	II 21	5.85	III 10	10.111
– 9	14.200	– 25	7.65	– 7	8.78	– 22	4.61	– 11	11.103
– 10	14.225	– 26	7.49	– 8	8.62	– 23	5.43	– 13	11.126
– 11	11.97	– 27	7.41	– 9	6.65	– 26	9.109	– 19	9.109
– 12	9.110	– 28	8.76	– 10	7.45	– 27	10.83	– 20	8.109
– 15	5.45	– 30	8.74	– 11	7.78	– 28	9.76	– 21	10.77
– 17	6.70	– 31	8.94	– 12	7.57	III 2	9.86	– 22	8.90
– 18	6.71	II 1	7.45	– 14	10.101	– 3	10.87	– 25	4.39
– 19	8.76	– 2	7.55	– 17	9.52	– 4	9.85	– 26	7.30
– 21	8.64	– 3	6.73	– 18	10.101	– 7	10.108	– 27	6.29
– 22	5.47	– 4	7.103	– 19	9.122	– 8	8.85	– 28	4.19
– 23	6.27	– 5	8.102	– 20	8.88	– 9	9.116	– 29	4.22

1884		1884		1884		1884		1884	
III 30	4.16	V 21	6.27	VII 11	3.33	IX 2	3.34	X 21	7.60
– 31	5.27	– 27	8.98	– 12	4.58	– 3	2.12	– 25	7.65
IV 1	7.77	– 28	8.93	– 13	5.67	– 5	4.11	– 26	6.48
– 2	6.100	– 29	7.71	– 14	5.66	– 6	7.28	– 27	7.77
– 3	7.89	– 30	7.79	– 15	2.49	– 7	5.31	– 28	6.75
– 4	7.116	– 31	6.44	– 16	2.44	– 8	5.35	– 29	5.90
– 5	5.89	VI 1	8.57	– 17	3.21	– 9	4.57	XI 2	6.45
– 6	7.111	– 3	6.49	– 18	2.14	– 10	5.84	– 3	3.17
– 7	7.65	– 4	4.34	– 20	5.13	– 11	4.65	– 4	2.13
– 9	7.95	– 5	5.59	– 21	4.24	– 12	5.77	– 5	1.3
– 10	6.82	– 6	6.66	– 22	4.29	– 13	4.70	– 6	1.2
– 17	6.78	– 9	8.52	– 23	5.47	– 14	5.53	– 7	1.1
– 20	7.79	– 10	5.15	– 24	6.45	– 15	5.67	– 10	3.40
– 21	8.36	– 11	6.21	– 25	6.54	– 16	8.73	– 13	7.29
– 22	8.105	– 12	6.7	– 29	5.65	– 17	6.77	– 14	8.43
– 23	9.129	– 13	5.7	– 30	6.79	– 18	8.79	– 15	6.34
– 24	7.120	– 14	8.17	– 31	7.88	– 19	8.100	– 20	3.44
– 26	5.126	– 16	5.9	VIII 1	7.117	– 20	8.92	– 21	3.40
– 27	4.117	– 17	7.24	– 2	7.104	– 21	8.107	– 22	3.52
– 28	4.116	– 18	7.37	– 3	8.102	– 22	9.83	– 24	3.29
– 29	3.110	– 19	7.38	– 4	6.65	– 24	7.57	– 26	4.40
– 30	3.102	– 20	7.24	– 5	5.45	– 25	6.56	– 29	3.40
V 1	4.95	– 23	4.40	– 7	4.22	– 26	6.41	XII 1	4.50
– 3	4.35	– 24	6.26	– 8	5.31	– 27	7.68	– 2	5.63
– 5	4.34	– 25	4.22	– 9	4.41	– 28	5.74	– 3	3.33
– 6	4.30	– 26	6.25	– 10	4.64	– 29	6.82	– 4	3.—
– 7	7.60	– 27	7.35	– 11	3.54	– 30	6.70	– 7	4.23
– 8	6.59	– 28	7.28	– 12	3.59	X 2	6.75	– 8	4.17
– 9	8.61	– 29	5.31	– 13	4.52	– 4	8.68	– 9	6.26
– 10	8.91	– 30	6.33	– 14	4.44	– 8	3.37	– 10	6.36
– 11	9.98	VII 1	6.63	– 15	4.38	– 10	2.55	– 11	4.19
– 12	7.93	– 2	8.84	– 16	4.17	– 11	2.63	– 12	4.45
– 13	5.81	– 3	7.83	– 17	4.22	– 12	2.49	– 13	4.39
– 14	6.59	– 4	7.106	– 24	5.67	– 13	2.42	– 14	6.45
– 15	7.41	– 5	7.99	– 25	7.84	– 14	4.28	– 15	5.13
– 16	7.39	– 6	6.81	– 28	9.51	– 15	4.21	– 16	5.29
– 17	7.35	– 7	5.62	– 29	4.40	– 17	2.18	– 18	6.58
– 18	7.36	– 8	7.70	– 30	4.56	– 18	5.41		
– 19	7.32	– 9	6.52	– 31	4.61	– 19	5.37		
– 20	5.34	– 10	4.31	IX 1	4.57	– 20	6.36		

507) Beobachtungen der Sonnenflecken in Laibach durch Herrn Ferdinand Janesch, k. k. Landesgerichts-Official. Schriftliche Mittheilung. (Fortsetzung zu 494.)

Herr Janesch hat im Jahre 1884, unter vollständigem Eingehen auf meine Wünsche, folgende Bestimmungen erhalten:

1884			1884			1884			1884			1884		
I	2	9.20	III	12	11.19	V	15	6.11	VII	29	3.22	X	1	5.13
–	9	8.22	–	13	18.27	–	16	6.8	–	30	2.20	–	9	3.13
–	10	13.27	–	15	17.31	–	17	7.12	–	31	6.26	–	11	1.20
–	11	12.24	–	16	15.25	–	18	6.10	VIII	1	8.29	–	13	5.11
–	12	11.24	–	17	12.19	–	20	6.10	–	2	7.29	–	14	2.4
–	13	8.19	–	18	13.25	–	21	5.12	–	3	8.28	–	15	2.2
–	14	9.17	–	19	11.18	–	22	4.10	–	4	8.34	–	16	2.2
–	15	4.14	–	20	13.18	–	23	8.13	–	5	8.17	–	19	4.7
–	16	6.15	–	21	14.25	–	24	9.14	–	6	2.5	–	20	2.5
–	17	8.16	–	24	9.14	–	25	11.14	–	8	3.4	–	21	6.12
–	18	8.16	–	27	3.6	–	27	9.16	–	10	4.13	–	22	6.9
–	19	8.15	–	28	2.5	–	28	11.20	–	11	3.10	–	28	8.24
–	20	4.9	–	29	3.5	–	29	8.20	–	14	3.10	–	29	8.20
–	21	5.9	IV	1	9.18	VI	12	4.4	–	17	2.2	–	31	7.20
–	25	6.12	–	2	7.23	–	13	4.4	–	22	7.18	XI	2	5.11
–	26	9.20	–	3	9.21	–	15	4.4	–	24	5.17	–	3	1.3
–	28	12.22	–	4	9.31	–	19	7.9	–	26	4.16	–	4	1.2
–	29	9.17	–	5	9.30	–	20	6.6	–	29	3.9	–	5	1.1
–	30	8.19	–	9	10.11	–	21	9.18	–	30	4.13	–	6	1.1
–	31	8.18	–	10	9.18	–	25	3.4	–	31	4.13	–	7	1.1
II	1	9.17	–	12	5.14	–	26	5.6	IX	1	4.14	–	12	3.6
–	3	8.20	–	13	5.9	–	27	3.4	–	2	3.5	–	13	3.7
–	4	9.17	–	14	5.7	–	28	6.8	–	3	0.0	–	15	4.8
–	5	10.14	–	15	5.5	–	30	4.8	–	4	0.0	–	19	4.5
–	6	10.14	–	16	4.4	VII	1	7.16	–	5	0.0	–	20	3.3
–	7	10.12	–	17	3.10	–	3	9.27	–	6	2.2	–	21	5.11
–	10	10.11	–	20	5.11	–	4	8.23	–	7	6.7	–	24	2.9
–	14	12.24	–	24	5.30	–	5	9.28	–	8	8.10	–	25	2.8
–	17	8.14	–	27	5.19	–	6	8.31	–	9	9.26	–	28	3.7
–	18	12.14	–	28	7.25	–	9	3.8	–	13	6.26	–	29	2.3
–	19	8.16	–	29	5.24	–	10	2.6	–	14	6.20	–	30	5.15
–	20	11.13	–	30	9.31	–	11	4.10	–	17	7.21	XII	1	4.28
–	21	10.22	V	1	5.24	–	13	8.19	–	18	7.17	–	2	4.17
–	23	6.13	–	3	5.13	–	14	2.15	–	19	8.20	–	3	8.14
–	24	6.13	–	5	1.9	–	15	2.14	–	21	6.15	–	10	6.10
–	26	17.34	–	9	5.15	–	16	3.9	–	22	10.15	–	11	5.9
–	27	15.26	–	10	9.16	–	18	2.9	–	23	8.27	–	12	6.13
–	28	13.17	–	11	10.12	–	21	5.9	–	27	9.13	–	14	4.5
–	29	7.16	–	12	9.18	–	23	4.12	–	28	8.13	–	15	3.4
III	6	7.20	–	13	7.16	–	24	4.12	–	29	6.21			
–	10	10.20	–	14	5.16	–	27	5.9	–	30	8.16			

508) Aus einem Schreiben des Herrn Professor Schiaparelli in Mailand vom 2. Januar 1885. (Fortsetzung zu 492.)

J'ai l'honneur de vous transmettre le résultat de nos observations magnétiques de 1884, qui déroute toutes mes prévisions sur la marche du phénomène de la variation diurne. Pourtant les observations se font ici avec beaucoup de conscience et je crois pouvoir répondre de l'exactitude de ces chiffres. — Amplitudes moyennes de l'oscillation diurne de l'aiguille de déclinaison entre 20^h et 2^h pour chaque mois de 1884: Station de Milan. Observateur: Dr. Rajna.

1884	Variation	Zuwachs seit 1883
Januar	5',33	1',34
Februar	7,68	2,20
März	11,52	2,56
April	13,51	1,68
Mai	10,62	0,34
Juni	12,11	0,55
Juli	10,05	-1,65
August	9,52	-1,10
September	10,23	0,18
October	9,29	-1,24
November	5,86	-0,17
Dezember	3,62	0,45
Mittel	9',11	0',43

509) Sonnenflecken-Beobachtungen von Herrn W. Winkler in Gohlis (Bismarkstrasse 17) bei Leipzig. Nach schriftlicher Mittheilung. (Fortsetzung zu 491.)

Herr Winkler hat folgende weitere Zählungen erhalten:

1884		1884		1884		1884		1884	
I 1	9.36	I 15	5.47	I 29	6.42	II 13	5.44	II 21	6.51
- 2	6.43	- 22	5.38	II 1	7.47	- 15	5.69	- 24	6.38
- 3	7.40	- 24	6.27	- 3	5.32	- 16	4.52	- 28	6.14
- 9	8.118	- 25	7.31	- 7	7.23	- 17	7.62	III 4	8.65
- 11	8.78	- 26	5.31	- 8	4.21	- 18	8.57	- 5	5.57
- 12	6.70	- 27	8.62	- 9	7.46	- 19	7.57	- 8	6.41
- 13	8.69	- 28	8.62	- 12	6.39	- 20	7.44	- 9	7.43

1884			1884			1884			1884			1884		
III	10	8.61	V	6	3.15	VI	12	4.4	IX	2	3.22	X	18	2.17
–	13	8.54	–	7	6.27	–	13	4.4	–	6	4.9	–	23	3.41
–	14	8.77	–	8	5.42	–	14	5.9	–	10	5.48	–	27	4.62
–	15	7.64	–	9	5.32	–	15	4.6	–	11	5.44	–	29	3.62
–	16	5.49	–	10	5.30	–	19	5.15	–	12	5.56	–	30	3.48
–	17	5.29	–	11	7.52	–	20	3.9	–	13	5.52	–	31	3.45
–	18	6.53	–	12	5.51	–	24	3.7	–	14	5.54	XI	1	3.34
–	21	3.48	–	13	4.35	–	26	3.9	–	15	6.31	–	2	2.16
–	22	4.31	–	14	4.21	–	27	3.9	–	16	6.48	–	5	1.1
–	23	4.38	–	15	5.20	–	28	4.14	–	17	6.47	–	7	1.2
–	30	3.11	–	17	6.15	–	29	3.17	–	18	6.52	–	8	0.0
–	31	4.20	–	18	6.22	VII	24	4.25	–	20	5.44	–	11	5.31
IV	1	4.37	–	20	5.17	–	26	3.30	–	21	4.60	–	12	5.24
–	2	4.59	–	21	4.9	–	27	3.29	–	22	5.49	–	22	3.29
–	3	4.50	–	22	4.15	–	28	6.40	–	23	5.45	–	25	3.24
–	4	3.47	–	23	5.23	–	29	5.46	–	24	6.33	–	26	2.25
–	5	3.60	–	24	6.22	–	30	3.48	–	25	5.39	–	28	3.46
–	6	5.45	–	25	6.25	–	31	4.33	–	26	4.28	–	30	3.44
–	9	3.20	–	26	6.20	VIII	1	6.61	–	28	5.41	XII	1	3.39
–	10	4.45	–	27	6.40	–	2	5.48	–	29	4.55	–	2	4.37
–	12	4.19	–	29	3.31	–	3	8.73	–	30	5.35	–	5	4.30
–	13	3.6	–	30	5.26	–	4	5.54	X	1	4.48	–	10	5.31
–	23	6.63	–	31	4.33	–	5	3.22	–	3	4.22	–	16	4.17
–	25	5.53	VI	1	5.35	–	6	3.7	–	7	2.28	–	18	4.30
–	27	3.55	–	2	6.34	–	7	2.4	–	9	2.34	–	25	5.31
–	28	3.51	–	3	5.16	–	9	3.8	–	11	2.37	–	28	2.22
–	30	4.73	–	4	4.22	–	10	2.23	–	12	2.26	–	29	3.13
V	1	3.48	–	7	4.12	–	11	2.29	–	15	1.3			
–	4	3.32	–	10	3.7	IX	1	3.37	–	16	1.5			

510) Beobachtungen angestellt am astrophysikalischen Observatorium in O Gyalla, herausgegeben von Nicol. v. Konkoly. Bd. VI. Halle 1884 in 4.

Dieser Band enthält ausser Fortsetzungen der in den frühern Bänden mitgetheilten Sonnenflecken-Beobachtungen (deren Form mir leider nicht gestattet sie für meine Statistik zu benutzen) und Sonnenflecken-Positionen, auch eine Reihe von, am Heliometer der Budapester-Universität erhaltenen Messungen von Sonnen-Durchmessern (D), und zwar wurden in der Einheit $r = 57'',5337$, nach Reduction auf die mittlere Distanz Sonne-Erde, folgende Werthe erhalten:

Datum	D	$D-m'$	R	$R-m''$
1882 V 26	33r,3470	-136	15	-21,4
- 29	3355	-251	19	-17,4
VI 3	3442	-164	33	- 3,4
- 7	3530	- 76	20	-16,4
VIII 29	3765	159	56	19,6
IX 1	3761	155	56	19,6
- 2	3766	160	71	34,6
1883 III 2	3697	91	12	-24,4
- 3	3684	78	16	-20,4
- 24	3592	- 14	66	29,6
Mittel	$m' = 3606$		$m'' = 36,4$	

Ich habe denselben die entsprechenden meiner Relativzahlen (R) beigeschrieben, und für beide Reihen die Differenzen mit dem betreffenden Mittel berechnet: Die Vergleichung der beiden Differenz-Reihen zeigt, dass die Messungen im Jahre 1882 dem (v. Nr. LXI) durch die Neuenburger-Bestimmungen so schön bestätigten Gesetze von Rosa ungünstig, – diejenigen von 1883 ihm dagegen günstig sind. Wenn nun auch diese neuen Beobachtungen zu wenig zahlreich sind, und einer für diese Untersuchung zu wenig vortheilhaften Periode angehören, um ein entscheidendes Votum abgeben zu können, so bilden sie immerhin einen nicht zu übersehenden Beitrag zu den betreffenden Acten.

511) Beobachtungen der Sonnenflecken in Moncalieri. Nach schriftlicher Mittheilung von dem Director P. Denza. (Fortsetzung zu 499.)

Es wurden folgende Zählungen erhalten:

1884		1884		1884		1884		1884	
I 3	6.22	I 14	7.34	I 20	4.26	I 28	6.20	II 6	5.33
– 4	6.26	– 15	6.29	– 21	3 24	– 29	5.24	– 7	5.34
– 10	10.73	– 16	5.27	– 22	3.23	– 30	7.24	– 13	5.24
– 11	10.67	– 17	5.27	– 23	3.22	II 3	5.26	– 19	4.20
– 12	10.62	– 18	4.30	– 25	4.—	– 4	5.32	– 20	4.19
– 13	8.47	– 19	4.28	– 26	4.23	– 5	5.37	– 21	4.21

1884			1884			1884			1884			1884		
II	22	4.19	V	8	4.34	VII	7	5.16	VIII	22	4.24	XI	1	2.28
–	23	4.16	–	9	5.21	–	8	5.17	–	23	4.27	–	3	1.5
–	25	8.39	–	10	5.22	–	9	5.21	–	24	4.28	–	5	1.4
–	26	8.38	–	11	5.28	–	10	4.14	–	27	4.21	–	6	1.3
–	27	8.36	–	12	5.38	–	11	3.8	–	28	4.13	–	9	4.19
III	1	7.35	–	13	5.29	–	12	3.26	–	29	3.16	–	10	4.16
–	3	7.36	–	15	6.17	–	13	3.24	–	30	3.16	–	15	2.11
–	5	6.39	–	16	5.21	–	14	3.16	–	31	3.14	–	16	3.9
–	9	10.41	–	17	6.19	–	15	2.22	IX	6	3.9	–	18	3.16
–	13	7.45	–	21	4.11	–	16	2.16	–	8	3.11	–	19	4.22
–	14	6.52	–	22	3.13	–	18	2.9	–	15	5.19	–	20	3.18
–	15	5.44	–	24	5.16	–	19	2.5	–	18	4.26	–	23	3.15
–	16	4.34	–	25	5.17	–	20	1.5	–	19	5.24	–	24	3.12
–	17	4.32	–	28	4.21	–	21	1.6	–	20	4.27	–	25	3.15
–	18	5.26	VI	1	4.24	–	22	1.11	–	21	4.31	–	26	3 12
–	19	5.24	–	7	5.17	–	24	2.15	–	27	4.24	–	27	2.20
–	20	5.34	–	8	5.21	–	26	2.13	–	28	4.27	–	28	3.14
–	21	4.—	–	9	4.13	–	29	3.24	–	30	3.24	–	29	3.15
–	22	5.29	–	10	4.13	–	30	4.29	X	9	2.19	–	30	3.20
–	23	5.23	–	16	4.8	–	31	3.21	–	10	3.23	XII	1	3.22
–	24	4.26	–	17	4.9	VIII	1	3.32	–	11	3.17	–	6	4.16
–	25	4.14	–	18	3.12	–	2	3.32	–	12	3.20	–	7	4.14
–	26	3.8	–	19	3.10	–	4	3.24	–	13	2.13	–	10	3.18
IV	1	5.29	–	25	2.8	–	8	4.16	–	14	2.7	–	11	3.14
–	2	4.28	–	26	2.8	–	9	4.15	–	15	2.6	–	12	2.12
–	11	3.37	–	27	5.20	–	10	4.18	–	16	2.6	–	13	2.19
–	12	3.37	–	28	6.19	–	11	3.21	–	20	2.19	–	14	3.15
–	13	4.23	–	29	5.18	–	12	3.19	–	21	2.15	–	15	3.9
–	20	4.32	–	30	5.20	–	13	3.17	–	24	4.26	–	18	4.14
–	21	4.33	VII	1	4.22	–	14	3.19	–	25	3.29	–	19	4.13
–	25	4.35	–	2	4.18	–	15	3.13	–	26	3.27	–	24	3.14
–	28	3.34	–	3	5.25	–	16	2.14	–	27	3.30			
V	1	3.30	–	4	7.34	–	17	2.18	–	28	3.28			
–	2	3.24	–	5	7.33	–	20	5.20	–	30	2.26			
–	7	4 27	–	6	6.34	–	21	4.25	–	31	2.27			

512) Aus einer Mittheilung von Hrn. Prof. Fearnley, datirt: Christiania den 13. Januar 1885. (Fortsetzung zu 496.)

Nachdem Herr Prof. Fearnley die 1884 in Christiania erhaltene magnetische Bestimmung in dem Tableau (dem ich die Vergleichung mit 1883 beifüge)

1884	Westliche Declination		Variationen 2^h—21^h	
	I	II	1884	Zuwachs gegen 1883
Januar	13° 4′,6	13° 2′,6	4′,69	1′,43
Februar	13 3,8	13 1,4	7,71	2,79
März	13 3,8	13 2,2	10,75	1,31
April	13 3,4	13 2,4	11,74	0,85
Mai	13 3,1	13 2,8	9,52	1,43
Juni	13 3,3	13 2,8	10,60	1,10
Juli	13 1,9	13 1,8	8,82	-1,30
August	13 1,9	13 1,3	7,94	-1,67
September	13 1,0	12 59,4	8,58	0,53
October	12 59,8	12 57,5	7,98	-0,29
November	12 59,3	12 57,2	4,83	-0,22
December	12 59,0	12 58,0	2,80	0,24
Jahr	13° 2′,05	13° 0′,78	7′,99	0′,50

in gewohnter Weise resümirt, schliesst er noch folgende interessante Betrachtungen an: „Herr Observator Geelmuyden bemerkt, indem er die letzten Jahre also zusammenstellt:

1878	Var. 5′,19		
		0′,35	
79	5,54		0′,61
		0,96	
80	6,50		-0,46
		0,50	
81	7,00		-0,21
		0,29	
82	7,29		-0,09
		0,20	
83	7,49		0,30
		0,50	
84	7,99		

Es sieht fast so aus, als werde das secundäre Maximum, welches in 1852 und 1863 statt fand, in 1874 aber nur durch einen schwachen Höcker sich kund gab, diesmal als Hauptmaximum auftreten wollen. — Es ist diesfalls noch in 1885 ein Steigen der Curve zu erwarten, vorausgesetzt, dass auch hier die 11jährige Curve sich bewährt. — Die Curve ist seit Anfang 1880 bis etwas nach Mitte 1882 (wenn von der jährlichen Periode abstrahirt wird) convex nach oben gewesen,

später aber concav, wie aus obenstehenden Differenzen ersichtlich. — Ich bin geneigt in dem von Geelmuyden erwähnten Umstand etwas mehr als Zufall zu sehen. Bemerkenswerth ist es jedenfalls, dass die Mitte der die Jahre 1880, 81 und 82 umfassenden Ausbiegung genau nach der 11-jährigen Periode den Hauptmaximis 1848, 59, 70 entspricht. Ebenso stimmen die Einbiegungen der Jahre 1873 und 1883 (oder 84?) mit den secundären Minimis 1851 und 1862. — Interessant ist der wiederum parallele Gang der Sonnenfleckencurve, der sich schon aus deren in letzter Nummer der astr. Nachr. von Spörer gegebenen Charakteristik auf's Deutlichste manifestirt, daher auch beide Curven, die Sonnenflecken- und die magn. Variationscurve, mit gleicher Wahrscheinlichkeit eine Zunahme der Flecken im 1885 prognosticiren."

513) Aus Mittheilung der k. k. Sternwarte in Prag. (Fortsetzung zu 490.)

Nach dieser Mittheilung wurden 1884 in Prag folgende Werthe der täglichen Variation der Declination (der ich die Vergleichung mit 1883 beifüge) erhalten:

1884	Variation	Zuwachs gegen 1883
Januar	4',56	0',14
Februar	6,71	−0,17
März	8,62	0,14
April	11,43	2,18
Mai	10,63	0,70
Juni	12,86	0,87
Juli	10,48	−1,74
August	9,04	−0,74
September	8,43	0,08
October	7,50	0,15
November	4,59	−0,65
December	4,41	0,39
Jahr	8',27	0',11

Dabei wird bemerkt: „An das Jahresmittel ist die Correction +0',18 anzubringen, wegen der seit 1870 fehlenden Beobachtungsstunde 20^h. Daher ist für 1884 anzunehmen: Tägliche Variation der Declination gleich 8',45." Ferner wird angeführt, dass das Februar-Mittel nur aus 14, das Octobermittel nur aus 20, und das Novembermittel nur aus 12 täglichen Bestimmungen abgeleitet werden konnte.

514) Beobachtungen der Sonnenflecken in Madrid. — (Fortsetzung zu 495).

Herr Director Migh. Merino hat mir folgende durch Herrn Adjunkt Ventosa erhaltene Beobachtungen mitgetheilt:

1884			1884			1884			1884			1884		
I	5	10.60	III	3	9.76	V	2	3.63	VI	2	9.47	VII	3	8.71
–	6	8.93	–	4	9.72	–	3	5.72	–	3	5.35	–	4	9.64
–	7	9.107	–	5	11.75	–	4	6.39	–	4	4.63	–	5	9.85
–	8	8.72	–	6	10.69	–	5	4.28	–	5	6.67	–	6	8.60
–	10	8.92	–	7	8.75	–	6	5.26	–	6	7.74	–	7	5.66
–	11	8.101	–	8	6.63	–	7	8.50	–	7	5.61	–	8	7.40
–	12	6.51	–	9	7.57	–	8	7.55	–	8	7.58	–	9	6.47
–	13	9.46	–	12	7.72	–	9	8.61	–	9	7.46	–	11	3.30
–	14	9.56	–	13	7.115	–	10	9.78	–	10	7.36	–	12	4.42
–	15	7.35	–	14	7.135	–	11	11.81	–	11	7.18	–	14	5.53
–	16	7.45	–	15	6.113	–	12	11.99	–	12	6.15	–	15	4.48
–	17	6.53	–	16	6.94	–	13	6.67	–	13	7.25	–	16	2.36
–	18	7.47	–	19	6.65	–	14	5 59	–	14	7.19	–	17	4.20
–	19	8.43	–	20	6.78	–	15	7.37	–	15	7.11	–	18	3.13
–	21	6.29	–	21	6.50	–	16	8.32	–	16	7.17	–	19	4.13
–	25	7.32	–	22	6.60	–	17	7.35	–	17	9.26	–	20	6.15
II	9	6.43	–	23	5.62	–	18	7.26	–	19	7.23	–	21	4.27
–	12	6.31	–	24	6.44	–	19	6.22	–	20	7.25	–	22	5.18
–	14	5.60	–	25	5.30	–	21	9.41	–	21	6.36	–	23	6.31
–	15	5.84	–	26	4.17	–	22	9.45	–	22	5.49	–	24	6.58
–	20	6.50	–	27	5.—	–	23	10.45	–	23	5.39	–	25	7.50
–	21	6.66	IV	3	7.63	–	24	9.60	–	24	5.41	–	26	7.36
–	23	5.42	–	7	7.55	–	25	9.65	–	25	3.17	–	27	6.35
–	24	9.41	–	10	6.55	–	26	10.85	–	26	6.19	–	28	7.50
–	25	10.70	–	11	5.44	–	27	7.71	–	27	6.26	–	29	5.67
–	26	10.86	–	20	5.48	–	28	7.78	–	28	5.21	–	30	6.72
–	27	10.65	–	27	5.111	–	29	7.86	–	29	3.26	–	31	11.79
–	29	9.52	–	29	3.88	–	30	7.74	–	30	5.32	VIII	1	6.76
III	1	8.66	–	30	4.69	–	31	6.65	VII	1	5.50	–	2	6.84
–	2	8.65	V	1	5.83	VI	1	9.63	–	2	7.60	–	3	7.80

1884		1884		1884		1884		1884	
VIII 4	6.49	VIII 26	6.67	IX 19	7.76	X 13	2.25	XI 16	6.16
– 5	4.39	– 27	6.49	– 20	8.60	– 14	6.17	– 18	3.9
– 6	7.29	– 28	9.39	– 21	9.103	– 15	4.18	– 20	3.36
– 7	6.19	– 29	8.28	– 22	8.93	– 16	3.12	XII 1	5.40
– 8	6.32	– 30	7.43	– 23	11.97	– 17	2.16	– 2	5.39
– 9	4.44	– 31	4.35	– 26	7.45	– 20	3.32	– 4	3.26
– 10	4.44	IX 1	5.47	– 27	7.53	– 22	3.27	– 5	4.24
– 11	3.63	– 2	4.32	– 28	5.46	– 23	5.39	– 6	5.22
– 12	3.52	– 3	5.22	– 29	4.50	– 26	5.57	– 9	6.31
– 13	4.36	– 4	3.17	– 30	5.60	– 27	5.52	– 10	9.40
– 14	3.45	– 5	4.17	X 1	5.64	– 28	4.66	– 11	5.36
– 15	5.47	– 6	6.23	– 2	6.54	XI 3	2.4	– 12	4.30
– 16	4.17	– 7	6.23	– 3	7.64	– 4	2.6	– 13	7.32
– 17	3.22	– 8	5.34	– 4	9.51	– 5	2.5	– 14	6.20
– 18	3.19	– 9	4.69	– 6	6.43	– 7	1.1	– 15	8.14
– 19	5.20	– 10	3.107	– 7	5.50	– 8	2.4	– 16	8.26
– 21	5.45	– 11	3.58	– 8	5.48	– 9	2.3	– 18	5.32
– 22	6.52	– 12	4.58	– 9	4.42	– 10	4.28	– 19	4.52
– 23	7.63	– 13	4.42	– 10	3.49	– 11	8.34	– 24	7.39
– 24	8.72	– 15	5.51	– 11	3.44	– 12	7.25		
– 25	7.74	– 17	9.51	– 12	2.19	– 14	8.38		

515) Beobachtungen der Sonnenflecken in Athen. — Schriftliche Mittheilungen von Herrn Direktor Kokides. (Fortsetzung zu 493.)

Mein sehnlicher Wunsch, dass die für mich so wichtige Beobachtungsreihe von Athen durch den bedauerlichen Hinschied des hochverdienten Schmidt keinen Unter- oder sogar Abbruch erleiden möchte, hat sich erfüllt, indem mir sein Nachfolger, Herr Professor Kokides, folgende, durch Schmidt's langjährigen Gehülfen, Herrn Alexander Wourlisch, fortgeführte Reihe übersandt hat:

1884		1884		1884		1884		1884	
I 1	7.20	I 7	8.26	I 13	8.50	I 21	4.11	I 27	2.—
– 2	9.29	– 8	8.35	– 15	5.20	– 22	5.13	– 28	2.—
– 3	8.19	– 9	5.14	– 16	3.16	– 23	5.10	– 29	5.15
– 4	3.15	– 10	8.39	– 17	4.22	– 24	6.11	– 30	7.30[1])
– 5	6.16	– 11	9.63	– 18	5.25	– 25	6.10	– 31	7.28
– 6	6.19	– 12	8.48	– 19	4.16	– 26	5.9	II 1	7.27

[1]) Letzte Beobachtung des sel. Schmidt.

1884			1884			1884			1884			1884		
II	2	6.19	III	25	4.11	V	9	5.13	VI	22	4.9	VIII	5	5.11
–	3	5.22	–	26	3.6	–	10	4.10	–	23	5.8	–	6	1.3
–	4	6.24	–	27	2.4	–	11	5.16	–	24	3.7	–	7	3.5
–	5	6.19	–	28	2.4	–	12	5.21	–	25	3.7	–	8	4.11
–	6	6.23	–	29	4.8	–	13	4.17	–	26	4.6	–	9	3.9
–	14	5.23[2])	–	30	3.6	–	14	4.11	–	27	4.9	–	10	4.13
–	15	6.22	–	31	4.12	–	15	6.16	–	28	5.8	–	11	3.16
–	17	5.11	IV	1	4.17	–	16	5.11	–	29	3.7	–	12	3.11
–	18	6.26	–	2	4.20	–	17	5.9	–	30	4.11	–	13	4.20
–	19	4.7	–	3	4.27	–	18	6.10	VII	1	4.15	–	14	4.17
–	20	5.16	–	4	4.30	–	19	5.9	–	2	5.17	–	15	4.14
–	21	5.22	–	5	4.31	–	20	5.9	–	3	6.29	–	16	3.7
–	22	4.12	–	6	5.26	–	21	5.10	–	4	7.32	–	17	3.7
–	23	4.10	–	7	5.23	–	22	4.10	–	5	6.31	–	18	3.4
–	24	6.17	–	8	4.16	–	23	7.12	–	6	5.27	–	19	3.4
–	25	6.17	–	9	5.27	–	24	6.16	–	7	5.17	–	20	4.8
–	26	8.24	–	10	6.27	–	25	7.17	–	8	5.17	–	21	5.18
–	27	8.25	–	11	4.19	–	26	7.17	–	9	5.13	–	22	5.17
–	28	9.25	–	12	4.20	–	27	7.19	–	10	3.7	–	23	5.17
–	29	7.18	–	13	4.9	–	28	7.17	–	11	3.7	–	24	4.24
III	1	6.16	–	14	4.7	–	29	5.13	–	12	4.12	–	25	4.23
–	2	5.13	–	16	4.8	–	30	6.22	–	13	3.11	–	26	7.28
–	3	6.16	–	17	3.18	–	31	6.19	–	14	2.12	–	27	7.23
–	4	7.21	–	18	3.21	VI	1	6.21	–	15	2.12	–	28	6.17
–	5	5.17	–	19	5.27	–	2	8.24	–	16	2.9	–	29	6.15
–	6	6.19	–	20	5.24	–	3	7.20	–	17	2.7	–	30	3.9
–	7	7.15	–	21	6.25	–	4	4.16	–	18	2.5	–	31	3.12
–	8	7.23	–	22	6.27	–	5	5.11	–	19	2.2	IX	1	3.12
–	9	7.19	–	23	6.37	–	6	4.7	–	20	2.2	–	2	2.9
–	10	8.24	–	24	6.31	–	7	5.9	–	21	4.8	–	3	0.0
–	11	6.17	–	25	4.25	–	8	6.9	–	22	4.7	–	4	1.3
–	12	5.18	–	26	4.23	–	9	4.6	–	23	4.10	–	5	0.0
–	13	7.26	–	27	4.30	–	10	4.5	–	24	3.7	–	6	0.0
–	14	7.22	–	28	4.25	–	11	4.5	–	25	3.9	–	7	3.6
–	15	7.23	–	29	4.22	–	12	4.4	–	26	3.12	–	8	4.8
–	16	6.22	–	30	4.23	–	13	3.3	–	27	4.13	–	9	4.17
–	17	6.17	V	1	4.18	–	14	3.3	–	28	5.21	–	10	4.12
–	18	9.24	–	2	2.5	–	15	4.4	–	29	6.25	–	11	3.12
–	19	9.26	–	3	2.9	–	16	4.4	–	30	4.16	–	12	4.15
–	20	6.22	–	4	3.12	–	17	5.6	–	31	4.20	–	13	4.18
–	21	3.–	–	5	2.11	–	18	5.8	VIII	1	5.23	–	14	4.17
–	22	5.18	–	6	2.6	–	19	5.8	–	2	5.23	–	15	5.20
–	23	4.18	–	7	4.7	–	20	4.5	–	3	6.22	–	16	4.18
–	24	4.6	–	8	4.13	–	21	4.14	–	4	5.19	–	17	5.17

[2]) Unterbrechung wegen Tod von Schmidt.

1884			1884			1884			1884			1884		
XI	18	4.17	X	7	4.15	X	26	6.19	XI	18	1.1?	XII	12	4.11
–	19	5.14	–	8	4.16	–	27	5.23	–	19	1.3	–	13	3.10
–	20	5.16	–	9	2.10?	–	29	5.23	–	20	1.3	–	14	4.8
–	21	4.13	–	10	2.3	–	30	4.20	–	21	1.1?	–	15	2.4
–	22	6.20	–	11	2.12	–	31	4.16	–	22	3.9	–	16	2.3
–	23	6.25	–	12	2.10	XI	1	4.13	–	24	2.7	–	17	3.9
–	24	7.24	–	13	2.7	–	2	4.9	–	25	1.4?	–	20	3.3?
–	25	6.21	–	14	1.1?	–	4	1.3	–	26	0.0?	–	21	5.15
–	26	3.10	–	15	1.3	–	5	1.2	–	28	3.11	–	22	5.14
–	27	4.14	–	16	1.4	–	6	1.1	–	29	3.9	–	23	5.9
–	28	3.7?	–	17	1.4	–	7	1.1	XII	1	3.21	–	24	5.14
–	29	3.7?	–	18	1.5	–	8	0.0	–	3	2.5?	–	25	4.10
–	30	4.18	–	19	1.4	–	9	0.0	–	4	3.11	–	26	4.12
X	1	3.9?	–	20	2.9	–	10	0.0	–	5	2.9	–	27	3.12
–	2	3.9	–	21	3.11	–	11	1.5	–	7	4.9	–	28	3.8
–	3	4.13	–	22	3.10	–	12	1.5	–	8	5.14	–	29	3.6
–	4	4.11	–	23	4.12	–	13	1.4?	–	9	6.16	–	30	3.5
–	5	4.11	–	24	5.15	–	14	1.3?	–	10	4.11	–	31	3.3
–	6	5.12	–	25	4.17	–	16	1.1?	–	11	5.11	–		

516) Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini. (Fortsetzung zu 502.)

Herr Prof. Tacchini theilt folgende in Rom erhaltene Zählungen mit:

1884			1884			1884			1884			1884		
I	1	6.24	I	21	5.19	II	17	9.53	III	5	7.39	III	24	7.25
–	2	7.38	–	22	5.18	–	18	9.50	–	6	6.—	–	26	3.9
–	3	8.21	–	23	5.15	–	19	8.45	–	7	10.38	–	27	3.11
–	4	9.30	–	26	6.24	–	20	8.33	–	9	9.47	–	28	3.13
–	5	8.25	–	28	4.—	–	21	7.26	–	10	13.49	–	29	4.10
–	9	10.71	–	29	7.43	–	22	5.19	–	11	11.40	–	30	3.8
–	10	10.66	–	31	7.39	–	23	5.19	–	12	10.44	–	31	5.17
–	11	10.64	II	4	7.41	–	24	7.25	–	13	14.56	IV	1	6.25
–	12	6.53	–	5	7.33	–	25	9.44	–	14	12.57	–	2	5.26
–	13	8.30	–	6	9.38	–	26	9.39	–	15	11.44	–	3	9.30
–	14	6.20	–	7	7.—	–	27	10.42	–	16	10.42	–	4	7.43
–	15	5.15	–	8	6.36	–	28	11.39	–	17	10.29	–	5	6.29
–	16	6.25	–	10	7.28	–	29	9.34	–	18	13.34	–	6	8.36
–	17	6.29	–	11	7.26	III	1	9.46	–	19	12.36	–	8	8.40
–	18	7.27	–	12	5.28	–	2	6.—	–	20	9.41	–	9	6.35
–	19	6.26	–	13	7.33	–	3	8.30	–	22	9.51	–	10	6.29
–	20	7.25	–	14	5.39	–	4	7.33	–	23	7.31	–	11	5.29

1884			1884			1884			1884			1884		
IV	12	4.27	VI	5	5.25	VII	21	4.13	IX	7	4.12	XI	4	1.2
–	13	4.13	–	6	6.31	–	22	4.14	–	8	6.19	–	5	1.2
–	14	5.11	–	7	6.32	–	23	4.21	–	9	6.28	–	6	1.2
–	15	6.14	–	8	7.34	–	24	4.16	–	14	5.21	–	7	1.2
–	16	7.24	–	10	5.14	–	25	5.18	–	15	7.20	–	8	1.2
–	17	7.35	–	11	5.10	–	26	3.16	–	16	6.22	–	9	1.2
–	19	6.32	–	12	4.14	–	27	5.22	–	17	7.26	–	10	3.16
–	20	6.31	–	13	4.10	–	29	6.38	–	18	7.23	–	11	4.14
–	21	8.36	–	14	5.16	–	30	5.34	–	19	6.20	–	12	6.12
–	22	8.54	–	15	4.—	–	31	6.35	–	20	5.20	–	13	6.16
–	23	9.48	–	16	4.—	VIII	1	7.34	–	21	7.44	–	14	6.25
–	24	7.47	–	17	6.17	–	2	6.36	–	22	5.28	–	15	4.16
–	25	5.43	–	18	7.19	–	3	8.38	–	23	9.52	–	16	5.10
–	26	4.45	–	19	6.19	–	4	7.27	–	25	6.22	–	17	4.8
–	28	3.53	–	20	7.22	–	5	6.20	–	26	4.20	–	19	3.10
–	29	4.35	–	21	5.28	–	6	4.10	–	27	4.16	–	21	3.31
V	2	3.24	–	22	4.24	–	7	4.13	–	28	5.26	–	23	3.33
–	3	4.25	–	23	4.20	–	8	4.17	–	29	4.31	–	24	3.12
–	4	3.20	–	24	4.17	–	9	5.24	–	30	4.25	–	26	3.9
–	6	3.12	–	25	3.15	–	10	4.23	X	1	3.22	–	27	3.17
–	8	4.12	–	26	6.15	–	11	3.19	–	2	4.36	–	28	3.6
–	9	8.24	–	27	5.14	–	12	5.27	–	3	5.29	–	30	3.20
–	10	8.33	–	28	5.14	–	13	4.25	–	4	7.27	XII	1	4.24
–	11	8.35	–	29	6.22	–	14	4.21	–	6	7.43	–	2	5.31
–	12	7.29	–	30	6.20	–	15	5.18	–	8	6.29	–	3	3.20
–	13	5.31	VII	1	6.23	–	16	3.11	–	9	3.14	–	4	3.21
–	14	5.24	–	2	6.29	–	17	3.10	–	11	4.13	–	6	4.18
–	15	7.22	–	3	7.40	–	18	5.13	–	12	3.14	–	7	4.14
–	16	8.22	–	4	7.45	–	19	5.10	–	13	2.17	–	8	3.9
–	17	6.19	–	5	7.40	–	20	8.28	–	15	3.14	–	11	4.21
–	18	6.16	–	6	5.28	–	22	7.27	–	16	2.4	–	13	3.13
–	20	6.15	–	7	5.20	–	23	7.34	–	17	2.4	–	14	6.12
–	21	9.30	–	8	6.25	–	24	7.34	–	19	2.5	–	15	5.10
–	22	7.19	–	9	6.20	–	25	4.25	–	20	4.24	–	16	4.11
–	23	9.31	–	10	2.12	–	26	6.34	–	21	7.28	–	19	4.21
–	24	10.31	–	11	3.16	–	27	7.21	–	22	8.29	–	21	6.41
–	25	8.30	–	12	5.24	–	28	5.14	–	24	7.26	–	23	5.26
–	26	8.27	–	13	7.29	–	30	3.20	–	26	8.35	–	24	4.22
–	27	7.33	–	14	4.30	–	31	4.25	–	28	6.35	–	26	4.24
–	28	4.—	–	15	3.18	IX	1	3.19	–	29	3.23	–	27	4.27
–	29	4.32	–	16	3.27	–	2	2.11	–	30	4.29	–	28	3.15
–	30	5.38	–	17	2.9	–	3	2.5	–	31	3.29	–	30	4.14
–	31	6.22	–	18	2.6	–	4	3.7	XI	1	5.23			
VI	1	7.28	–	19	3.6	–	5	4.12	–	2	3.17			
–	2	8.30	–	20	2.4	–	6	5.12	–	3	1.4			

517) Beobachtungen der Sonnenflecken in Palermo. (Fortsetzung zu Nr. 497.)

Herr Prof. Riccò hat mir folgende, durch ihn erhaltene Beobachtungen mitgetheilt:

1884			1884			1884			1884			1884		
I	1	9.48	II	22	4.33	IV	8	7.49	V	22	7.56	VII	6	5.48
-	3	12.70	-	23	7.45	-	9	6.49	-	23	6.44	-	7	5.52
-	4	13.108	-	24	7.36	-	10	7.69	-	24	7.94	-	8	7.60
-	5	12.61	-	25	9.32	-	11	5.66	-	25	8.56	-	9	6.38
-	6	10.78	-	27	11.59	-	12	5.66	-	26	9.32	-	11	4.29
-	7	11.87	-	29	8.55	-	13	6.25	-	27	8.60	-	12	5.41
-	9	11.100	III	2	8.73	-	14	5.19	-	28	7.84	-	13	5.54
-	10	11.88	-	3	10.87	-	15	7.20	-	30	7.100	-	14	4.36
-	11	11.71	-	4	8.67	-	16	6.26	-	31	5.49	-	15	2.36
-	12	10.78	-	5	9.71	-	17	5.46	VI	1	7.40	-	16	3.27
-	15	8.57	-	7	9.57	-	18	6.32	-	2	8.59	-	17	4.21
-	17	6.48	-	8	8.82	-	19	7.32	-	3	7.26	-	18	3.9
-	18	7.73	-	9	9.85	-	20	6.46	-	4	5.43	-	19	4.7
-	21	8.50	-	10	11.132	-	21	8.39	-	5	7.94	-	21	4.16
-	22	6.26	-	11	10.125	-	22	9.69	-	6	7.73	-	23	5.40
-	23	6.30	-	12	9.97	-	23	8.62	-	7	7.96	-	24	7.46
-	24	7.43	-	13	10.174	-	24	7.54	-	9	8.76	-	25	6.43
-	26	9.62	-	14	10.139	-	25	6.90	-	10	7.42	-	26	6.20
-	27	8.81	-	15	9.143	-	26	5.86	-	11	7.12	-	27	7.48
-	28	8.118	-	16	7.60	-	28	4.94	-	12	6.18	-	28	7.38
-	29	9.96	-	17	8.70	-	29	3.93	-	13	6.17	-	30	7.73
-	31	7.50	-	18	9.85	-	30	4.64	-	14	7.25	-	31	7.67
II	1	7.47	-	19	9.71	V	1	4.78	-	17	7.31	VIII	5	4.21
-	2	7.43	-	22	7.60	-	2	3.67	-	18	6.32	-	6	4.16
-	3	7.59	-	23	7.49	-	3	4.62	-	19	6.41	-	7	4.17
-	4	6.55	-	24	7.51	-	4	5.46	-	20	7.30	-	8	5.21
-	5	7.123	-	25	5.32	-	5	5.45	-	21	8.36	-	9	5.43
-	6	8.84	-	26	4.19	-	6	5.33	-	22	6.57	-	10	4.43
-	7	7.88	-	27	4.54	-	10	7.62	-	23	8.37	-	11	2.50
-	8	6.50	-	28	4.31	-	11	10.121	-	24	6.21	-	12	2.36
-	9	6.41	-	29	4.18	-	12	8.67	-	25	3.13	-	13	4.25
-	10	7.50	-	30	3. 9	-	13	7.123	-	26	6.16	-	14	4.28
-	11	7.35	-	31	4.16	-	14	6.83	-	27	6.21	-	15	4.27
-	13	6.39	IV	1	5.44	-	15	7.66	-	29	4.28	-	17	3.19
-	14	6.48	-	2	5.41	-	16	8.35	-	30	6.56	-	18	4.13
-	15	8.92	-	3	6.30	-	17	6.46	VII	1	5.29	-	19	7.16
-	16	7.80	-	4	6.63	-	18	7.25	-	2	7.60	-	21	5.41
-	17	10.71	-	5	5.45	-	19	6.27	-	3	7.83	-	22	6.38
-	20	7.58	-	6	8.65	-	20	5.31	-	4	7.56	-	23	5.36
-	21	7.54	-	7	7.52	-	21	7.64	-	5	7.63	-	24	6.81

1884		1884		1884		1884		1884	
VIII 25	6.78	IX 17	9.35	X 9	5.46	X 30	4.51	XI 25	5.32
- 26	7.70	- 18	10.68	- 11	2.45	- 31	3.36	- 26	4.11
- 28	7.28	- 19	7.57	- 12	4.33	XI 1	7.41	XII 5	6.42
- 31	4.44	- 20	6.43	- 16	2.26	- 2	6.32	- 7	7.34
IX 1	4.35	- 21	8.77	- 17	1.11	- 3	2.5	- 8	6.15
- 2	5.42	- 23	10.99	- 18	3.35	- 6	1.3	- 9	6.28
- 3	3.21	- 24	7.50	- 19	4.37	- 7	1.1	- 10	7.42
- 5	4.15	- 25	7.52	- 20	4.45	- 8	1.1	- 14	6.17
- 6	5.24	- 27	6.58	- 21	5.44	- 9	2.4	- 15	6.11
- 7	5.18	- 28	5.48	- 22	6.58	- 10	3.37	- 16	6.20
- 8	6.29	- 29	5.34	- 23	6.25	- 11	9.40	- 17	7.36
- 9	5.64	X 1	5.72	- 24	7.50	- 12	8.19	- 27	4.27
- 10	5.90	- 2	5.53	- 25	7.48	- 13	8.41	- 29	3.22
- 11	5.45	- 3	9.69	- 26	8.54	- 15	7.37	- 30	3.17
- 12	4.39	- 4	9.65	- 27	8.93	- 17	6.49		
- 15	5.29	- 6	6.43	- 28	7.63	- 18	3.8		
- 16	7.45	- 7	6.89	- 29	5.80	- 23	5.38		

Während der langen Abwesenheit, zu welcher im Sommer 1884 Herr Riccò durch die „Mesures sanitaires excessives de la Sicile“ gezwungen, wurden die Sonnenbeobachtungen durch „Mr. Mascari, élève très-distingué de l'Observatoire“ gemacht, welchen Herr Riccò vor seiner Abreise speciell darauf eingeübt hatte.

518) Beobachtungen der magnetischen Declinations-Variationen zu Montsouris bei Paris im Jahre 1884. (Fortsetzung zu 498.)

Herr Marié Davy hat mir, auf meine Bitte hin, nachstehende von Herrn Descroix zusammengestellte „Ecarts sur la moyenne diurne mensuelle“ mitgetheilt, welchen ich noch zwei Variations-Columnen beigefügt habe, deren Erste die Differenz zwischen Maximum und Minimum gibt, während die Zweite ihre Zunahme gegen den entsprechenden Monat von 1883 enthält. — In den 10 Jahren 1874—1883 ergaben sich ferner für Montsouris die in der zweiten Tafel verzeichneten Variationen. Ich habe ihnen die nach der in Nr. XXXV für das mittlere Europa abgeleiteten Formel

$$\Delta v = 0{,}045 \,.\, r$$

erhaltenen Werthe von Δv beigeschrieben, und die Differenzen gebildet, deren Mittel nun provisorisch als Constante für Montsouris benutzt werden kann.

1884	21^h	0^h	3^h	6^h	Variationen 1884	Zunahme gegen 1883
I	-2',6	2',9	2',0	0',2	5',5	0',3
II	-4,1	3,5	4,8	1,0	8,9	3,1
III	-5,2	6,5	6,4	1,1	11,7	3,5
IV	-5,1	7,1	6,5	-0,1	12,2	1,5
V	-3,5	6,6	5,2	0,7	10,1	1,6
VI	-5,0	5,1	5,6	0,1	10,6	1,2
VII	-3,4	5,4	5,1	1,2	8,8	-1,3
VIII	-2,0	6,5	5,0	0,5	8,5	-0,8
IX	-2,9	7,2	5,3	0,2	10,1	-0,9
X	-4,0	6,2	5,1	0,9	10,2	0,4
XI	-3,0	4,2	3,5	0,4	7,2	-0,4
XII	-1,7	3,0	2,1	0,5	4,7	0,9
				Moyenne	9',04	0',76

Jahr	v	Δv	Differenz
1874	7',27	2',01	5',26
75	6,38	0,77	5,61
76	7,27	0,51	6,76
77	7,38	0,55	6,83
78	6,87	0,15	6,72
79	6,71	0,27	6,44
80	7,46	1,45	6,01
81	10,37	2,44	7,93
82	8,49	2,68	5,81
83	8,28	2,87	5,41
		Mittel	$6{,}28 \pm 0{,}26$

519) Magnetische Variationsbestimmungen in Wien. Aus dem Anzeiger der k. k. Academie ausgezogen. (Fortsetzung zu 500.)

Auf der Hohen Warte bei Wien wurden folgende mittlere monatliche Stände der Declinationsnadel über 9° erhalten:

1884	7^h	2^h	9^h	Vaviationen 1884	Zuwachs
I	37′,38	41,69	37′,86	4′,31	0′,84
II	37,18	42,78	37,65	5,60	1,20
III	34,68	43,19	35,75	8,51	1,66
IV	32,47	44,18	35,86	11,71	1,61
V	33,44	43,15	36,55	9,71	-0,10
VI	31,25	42,93	35,65	11,68	0,49
VII	29,75	39,62	33,97	9,87	-2,01
VIII	30,56	40,04	33,69	9,48	-2,09
IX	31,75	40,57	33,44	8,82	0,21
X	32,31	39,18	33,40	6,87	-0,70
XI	34,01	37,16	32,79	3,76	-0,88
XII	33,50	35,95	32,49	2,95	0,88
Mittel	9°36′,35			7′,77	0′,19

Die in der ersten Variations-Columne enthaltenen Werthe sind von mir nach der Formel

$$v = 2^h - \frac{7^h + \text{Min.}}{2}$$

berechnet, — die in der zweiten geben die Zunahme gegen die entsprechenden Werthe von 1883.

520) Monthly Weather Review. (Forts. zu 501.)

Es werden, in Fortsetzung der frühern, folgende, zunächst von Professor David P. Todd, Director of the Lawrence Observatory (Amherst, Massachusetts) gemachte Zählungen mitgetheilt:

1884			1884			1884			1884			1884		
I	3	7.50	I	17	4.45	I	27	6.45	II	18	6.35	III	1	6.45
-	4	8.55	-	20	5.45	II	1	7.50	-	20	5.30	-	2	7.45
-	5	8.60	-	21	3.35	-	2	7.45	-	21	5.30	-	3	7.45
-	6	8.70	-	22	4.35	-	3	6.60	-	22	4.25	-	4	8.55
-	10	9.120	-	23	5.20	-	10	7.25	-	24	6.30	-	5	7.50
-	16	5.40	-	26	5.40	-	15	6.35	-	25	7.45	-	10	8.65

1884			1884			1884			1884			1884		
III	13	8.80	V	19	6.25	VII	6	6.50	IX	7	4.15	X	26	5.55
–	15	7.75	–	20	5.25	–	7	6.45	–	8	4.—	XI	3	1.5
–	16	6.70	–	21	6.20	–	9	4.25	–	9	4.50	–	5	1.2
–	18	7.50	–	22	7.30	–	10	3.20	–	10	4.55	–	6	1.1
–	21	6.35	–	23	10.50	–	13	3.30	–	11	4.60	–	7	0.0
–	22	7.40	–	24	10.50	–	14	3.35	–	12	5.60	–	8	0.0
–	24	6.40	–	25	10.45	–	15	2.40	–	13	5.65	–	9	2.6
–	25	4.35	–	26	11.55	–	16	3.30	–	14	5.60	–	10	4.20
–	29	4.20	–	27	9.65	–	17	2.20	–	15	6.40	–	12	6.25
–	30	3.12	–	29	7.60	–	19	3.4	–	16	8.55	–	13	6.25
–	31	4.20	–	30	9.60	–	20	3.6	–	17	8.40	–	14	5.25
IV	1	5.40	–	31	8.50	–	21	4.12	–	18	7.65	–	15	6.28
–	7	6.45	VI	1	8.30	–	22	4.20	–	19	7.60	–	16	6.10
–	8	7.55	–	2	9.50	–	23	4.25	–	20	5.55	–	18	2.5
–	11	4.55	–	4	4.30	–	27	3.30	–	21	5.55	–	19	3 28
–	12	4.55	–	5	5.35	–	30	3.25	–	25	5.—	–	21	3.35
–	14	4.45	–	6	5.35	VIII	1	3.35	–	26	5.25	–	22	3.35
–	20	9.55	–	7	5.40	–	2	4.—	–	28	5.45	–	24	3.25
–	21	9.55	–	8	6.50	–	3	4.40	–	29	4.40	–	25	5.25
–	22	8.70	–	9	7.30	–	5	3.28	X	2	5.—	–	27	2.20
–	23	8.90	–	13	8.15	–	6	3.8	–	3	6.—	–	29	3.25
–	24	7.100	–	14	7.10	–	7	4.12	–	5	6.20	–	30	3.25
–	26	5.105	–	15	5.7	–	8	5.20	–	6	4.30	XII	1	4.40
–	27	5.110	–	16	6.12	–	11	2.25	–	7	5.40	–	2	4.40
–	28	4.95	–	17	7.14	–	15	2.25	–	9	3.35	–	3	3.35
–	30	4.90	–	18	5.15	–	17	3.25	–	10	2.40	–	4	3.35
V	1	3.70	–	19	5.—	–	18	3.15	–	11	2.45	–	5	4.40
–	2	4.60	–	20	6.20	–	19	6.25	–	13	2.25	–	7	4.25
–	3	4.45	–	21	6.25	–	23	5.60	–	15	2.5	–	14	4.10
–	5	3.20	–	22	5.20	–	24	4.50	–	17	2.12	–	16	6.15
–	9	6.55	–	23	6.20	–	26	6.60	–	18	3.—	–	19	4.25
–	11	8.60	–	24	4.10	–	27	7.50	–	19	1.20	–	20	5.45
–	12	8.65	–	26	4.15	–	31	3.40	–	20	3.30	–	23	5.30
–	14	8.50	–	27	7.15	IX	1	3.30	–	21	4.30	–	25	6.35
–	15	8.40	–	28	5.12	–	2	3.11	–	22	5.35	–	26	3.25
–	16	6.25	–	29	5.25	–	3	1.5	–	23	6.35	–	29	3.15
–	17	6.20	–	30	5.40	–	4	3.8	–	24	6.50	–	30	5.20
–	18	7.25	VII	4	7.85	–	6	6.20	–	25	5.50			

521) Magnetische Beobachtungen der k. Sternwarte zu Bogenhausen bei München im Jahre 1884. Zum Theil aus Jahrg. 1884 der Beobachtungen der meteorologischen Stationen im Königreich Bayern, zum Theil aus schrift-

licher Mittheilung von Herrn Professor Seeliger. (Fortsetzung zu 503.)

Es wurden folgende Bestimmungen der Declination erhalten:

1884	8^h	10^h	2^h	9^h	Variationen 1884	Variationen Zuwachs seit 1883
I	11°53',71	55',18	59',36	55',84	5',65	1',54
II	52,79	52,81	60,79	54,76	8,00	2,59
III	50,34	52,82	61,55	54,23	11,21	2,87
IV	49,21	52,91	62,60	54,04	13,39	1,71
V	50,49	54,47	60,88	54,08	10,39	1,07
VI	49,35	53,73	61,05	53,56	11,70	0,52
VII	49,57	53,70	59,57	53,63	10,00	-1,95
VIII	50,03	53,89	62,30	53,02	12,27	2,07
IX	48,73	52,31	59,02	51,72	10,29	0,79
X	48,38	50,25	56,95	50,62	8,57	-1,14
XI	49,86	49,85	54,52	49,62	4,60	-0,83
XII	49,72	50,11	53,16	49,32	3,44	0,14
			Jahresmittel . .		9',12	0',78

welchen ich noch die Differenzen zwischen Maximum und Minimum als Variationen und deren Zuwachs gegen die entsprechenden Zahlen von 1883 beigefügt habe. Die mittlere Declinationsvariation würde also in Bogenhausen im Jahre 1884 unter Zuschlag der in Nr. 503 ermittelten Correction

9',33

betragen haben.

Ueber Masszeichen.

Von

Fr. Graberg.

Die gegenseitige Abhängigkeit zwischen Lagen- und Grössenverhältnissen der Elemente (Punkte, Linien, Flächen) von Raumgestalten wird durch Messung ermittelt. Unter dieser ist nicht nur das Anlegen eines Massstabes zu verstehen, sondern auch die Vergleichung durch das Augenmass, sowie die Ableitung logischer Schlüsse aus gegebenen Voraussetzungen, sofern diese Schätzungen und Schlüsse auf directe Messungen sich stützen. In dieser Abhängigkeit mögen desshalb Lagen- und Grössenverhältnisse von Raumgestalten als Massverhältnisse zusammengefasst werden.

Die Raumerkenntniss hat Raumgestaltung zum Zweck. Damit diese letztere stetig und sicher von statten gehen könne, müssen directe Messung, Schätzung durch Augenmass und logische Schlüsse sich gegenseitig unterstützen. Die Schätzung durch das Augenmass ist optischen Täuschungen unterworfen, welche directe Messung und logische Schlüsse berichtigen. Anderseits können diese jeweilen nur einzelne Massverhältnisse feststellen, während das Auge das Ineinandergreifen der Gebilde und den Zusammenhang der Massverhältnisse überschaut. Das messende Zeichnen setzt diese gegenseitige Unterstützung des Schätzens und Schliessens in Wirksamkeit, wenn man sich gewöhnt, Richtungen und Entfernungen zu schätzen, ehe man sie zeichnet und stets bedacht ist, den kürzesten Weg zum

Ziele zu finden. Dabei nehmen die Zeichnungen nach und nach typischen Charakter an, indem sie sich als Normen der Schätzung erweisen, Zeichen der Massverhältnisse werden. Solche nennen wir Masszeichen.

Die Theilstriche eines Massstabes oder Theilkreises bezeichnen die Grenzen gleicher Längenabschnitte oder Winkel.

Jede Linienverbindung in der Ebene stellt verschiedene Massverhältnisse dar, welche für alle gleichartigen Linienverbindungen gelten.

Die volle Bedeutung der Masszeichen wird aber erst erkannt, wenn man Linienverbindungen der Ebene als Symbole für Massverhältnisse räumlicher Gestalten auffasst. Von dieser Anschauungsweise möge das Folgende einige Beispiele zeigen.

I. Masszeichen 1. Grades.

Wenn man eine gewöhnliche Zeichnung anschaut, so hält man die Augen in deutlicher Sehweite (ca. 20 cm) von der Bildfläche, uud verfolgt mit den beiden Fixationspunkten derselben die Richtungen der Linien. Die Erhebungen oder Vertiefungen einzelner Punkte von der Zeichenebene stellt man sich dabei senkrecht zu dieser vor und schätzt deren Betrag theils durch directe Vergleichung, theils mittelst Gesammtvorstellungen der Linien, Flächen, Körper. Wird die letztere Bestimmungsweise vielfach angewendet, so tritt dadurch die Vorstellung der Bildebene in den Hintergrund, wir denken nur noch an die Raumgestalten. Diese Elimination der Bildebene wollen wir nun bewusst vollziehen. Dabei wird die Nor-

male zur Zeichenebene Gestalten ersten Grades: Gerade und Ebene, in einem Punkte treffen, jeder Punkt der Zeichnung desshalb nur einen Punkt im Raume bedeuten. Ein solches Massnetz wird daher vom 1. Grade sein. Analog sind Massnetze von Flächen und Linien 2. Grades ebenfalls vom 2. Grade u. s. w.

Zur Einführung in diese Anschauungsweise mögen zunächst einige Masszeichen 1. Grades betrachtet werden.

Zeichen 1. Collineare Dreiecke. (A) sei der Spurpunkt einer Geraden $|a|$, welche in der Lotebene durch $|a|$ beliebige Richtung hat. — (B) sei der Schnitt der Spurlinien $|\beta_1, \beta_2|$ zweier Ebenen $[\beta_1, \beta_2]$, welche sich in $|b|$ schneiden, so dass (B) zugleich Spur von $|b|$ in der Tafel ist. — Trifft $|a|$ die $[\beta_1]$, so ist der Schnittpunkt von $|a|$ in $[\beta_2]$ eindeutig bestimmt, denn jede Ebene $[\alpha_i]$ eines Büschels um $|a|$ wird $|b|$ in einem bestimmten Punkte (b_i) kreuzen, durch welchen die Schnittlinie der Ebenen $[\alpha_i, \beta_2]$ geht, und jene Gerade bezeichnet auf $|a|$ den fraglichen (a_2). Um zu kürzen, sollen in Zukunft die Schnittelemente zwischen die durch Klammern unterschiedenen schneidenden Elemente gestellt werden. Man entnimmt so dem Zeichen 1. die Formeln:

$$[a\alpha_1]\ a_1\ \beta_{11}\ b_1\ [\beta_1 b];\ [a\alpha_1]\ b_1\ |b|;\ [a\alpha_1]\ \beta_{21}\ b_1\ [\beta_2 b];\ |\beta_{21} b_1|\ a_2\ |a|$$

welche man kürzer und übersichtlicher schreiben kann:

$$[\beta_1 b]\ a_1\ \beta_{11}\ b_1\ [a\alpha_1]\ \beta_{21}\ b_1\ a_2\ [\beta_2 b]$$

Fasst man das ganze Ebenenbüschel in's Auge, dessen Axe $|a|$, bezeichnet die Punkte der Lotebene durch diese Axe mit dem Index o, so wird die collineare Lage der Dreiecke in den Ebenen $[\alpha_i]$ durch die Massverhältnisse in folgender Form ausgedrückt:

$$A\ |B\beta_{10}\beta_{11}\beta_{12}|\ a_1\ |Bb_0 b_1 b_2|\ a_2\ |B\beta_{20}\beta_{21}\beta_{22}|\ A$$

Zeichen 2. Reciproke Gerade und Ebene. Wir gehen wieder von $|a|$ und $[\beta_1 a_1, \beta_2 a_2]$ aus und erhalten zunächst $|B b_1|$ als Schnitt der genannten Ebenen. Nun ist durch $[a_1 \beta_2, a_2 \beta_1]$ ein zweites Ebenenpaar bestimmt, welches $|B b_2|$ zum Schnitte hat. Zieht man in $[a\alpha]$ die Diagonale $|b_1 b_2|$ des Vierecks $(a_1 a_2 b_1 b_2)$, so zeigt das harmonische Verhältniss $|\beta_1 \beta_2 A \gamma| = -1$, dass für alle Punktepare der Reihen $|a_1 a_3 a, a_2 a_4 A|$ die entsprechenden Schnitte $B\,|b_1 b_3 a_3, b_2 b_4 \gamma|$ Strahlen des Büschels (B) in $({}^1\gamma)$ sind. Das reciproke Entsprechen zwischen den Punkten von $|a|$ und den Strahlen von $[\gamma]$, respective den Schnitten entsprechender Ebenen der Büschel um $|\beta_1, \beta_2|$ fassen wir in folgende Massverhältnisse zusammen:

$$|A a a_1 a_2|\,\beta_1\,|\gamma a b_1 b_2|\,\beta_2\,|A a a_2 a_1| = -1.$$

Zeichen 3. Schneidende durch einen Punkt und 2 windschiefe Gerade. (A_1, A_2) sind die Spuren der windschiefen $|a_1, a_2|$, welche von $|b|$ in (b_1) über, in (b_2) unter der Bildebene getroffen werden, sich gegenseitig aber nicht schneiden. Durch (C) in beliebiger Höhe über derselben zieht man $|Cb_1, Cb_2|$. Trifft $|Cb_1|$ die Tafel in (c_1), so liegt der Spurpunkt (c_2) von $|Cb_2|$ in der Spur $|Bc_1|$ von $[bC]$. Die Spuren $|c_1 A_1, c_2 A_2|$ von $[Ca_1, Ca_2]$ schneiden sich in (D), welcher Spur des Schnittes von $[Ca_1, Ca_2]$ ist und die Richtung der $|a_1, a_2|$ Schneidenden bestimmt. Dieser Vorgang lässt sich in der Formel zusammenfassen:

$$[Cb]\; Cb_1\; [a_1 C]\; CD d_1 d_2\; [a_2 C]\; Cb_2\; [Cb].$$

Ein Ebenenbüschel, dessen Axe $|a_1|$, schneidet $[Ca_2, Cb]$ in den Büscheln (d_1, b_1), welche $|Cb_2|$ zum perspectivischen Schnitte haben.

Zeichen 4. Windschiefes Vierseit. $|a_1, a_2|$ sind ein Par windschiefe Gerade, welche von einem zweiten solchen Pare $|b_1, b_2|$ in $(c_1 c_2, d_1 d_2)$ getroffen werden. Die Spuren

der Ebenen $[a_1 b_1, a_2 b_2]$ schneiden sich in der Spur (D) ihres Schnittes $|d_1 d_2|$; zugleich ergibt sich $[a_1 b_2] c_1 C c_2 [a_2 b_1]$. Durchläuft (D) den Schnitt $|d_1 d_2|$, so bewegt sich dieser in seiner Lotebene, mithin beschreiben $|a_1 a_2|$ Strahlbüschel (A_1, A_2) in ihren Lotebenen, desgleichen bewegen sich $|b_1, b_2|$ und mit ihnen $|c_1 c_2|$, in deren Richtung stets (C) verbleibt. Eine allgemeinere Richtungsänderung der Seiten $|a_1 a_2 b_1 b_2|$ des windschiefen Vierseits wird erzielt durch Annahme eines beliebigen Projectionscentrums (E), das sich überdiess in einer Ebene des Büschels $|CD|$ verändern kann, während die 6 Spurpunkte $(A_1 A_2, B_1 B_2, CD)$ fest bleiben und das Zeichen vom ersten Grade ist, indem jedem Punkt der Bildebene je nur ein bestimmter Punkt seines Lotes entspricht. Treffen $|Ec_1, Ed_1|$ die Tafel in (e_2, e_3), so sind $|Ce_2, De_3|$ die Spuren von $[Ec, Ed]$, ihr Schnitt (F) die Spur von $|Ec_3 d_3|$. So lange sich (E) auf $|EF|$ bewegt, beschreiben die Spuren von $[Ea_1, Ea_2, Eb_1, Eb_2]$ Strahlbüschel zwischen den unveränderlichen Spuren von $[Ec, Ed]$, in welchen überdiess einem der Strahlbüschel (C oder D) eine willkürliche Drehung zugeschrieben werden kann. Verändert (E) seine Lage auf einem Strahle $|Ee_s|$ des Büschels (E) in $[ECD]$, so verschieben sich (e_3, e_2) auf den Spuren $|e_s e_2, e_s e_3|$ von $[e_1 b_2, e_1 b_3]$ und die Spurlinien $|Ce_3, De_2|$ von $[E'c, E'd]$ beschreiben projectivische Büschel, deren Schnitt bestimmt ist durch: $(B_1 C, e_s e_2; B_1 D, e_s e_3)$

Zeichen 5a. Parallelepiped aus 3 windschiefen Geraden. Die windschiefen Geraden $|a_1, a_2, a_3|$ werden von $|b|$ in (b_1, b_2, b_3) getroffen. Die Parallelen $|a_1', a_2'|$ durch (b_2) bestimmen mit $|a_2|$ die Parallelebenen $[a_2'' a_1, a_2'' a_3]$, unter sich $[a_1' a_3'] \parallel |a_1 a_3|$. Dann ergibt das Zeichen zunächst:

$$[a''_1 a_2] 1 [a''_1 a_2];\ [a''_3 a_2] 3 [a''_3 a_1];\ [a''_2 a_3] 2 [a''_2 a_1]$$

Da $[2\,a_3, a_1\,3] \parallel |a_3|$, so ist Schnitt $|a_{1\,2}| \parallel |a_3|$ und analog erhält man weitere 5 Kanten, welche mit $|a_1, a_2 a_3\ 1\,2\,3$ das Parallepiped bestimmen. Die Parallelogramme $|A_3 A_3'' a_{12} a_{26}, A_1' A_1'' a_{32} a_{22}|$ ergeben im Durchschnitt ihrer Diagonalen den Mittelpunkt (M).

Verschiebt sich die Spur (B) in der Richtung $|b|$, so drehen sich $|a_1, a_2, a_3|$ in ihren Lotebenen. Da nun in diesem Falle die Spuren $|A_1 B, A_3 B|$ von $[a_1 b, a_3 b]$ perspectivische Strahlbüschel beschreiben, und $|b, a_1'', a_3''|$ in (b_2) zusammentreffen, so schliessen wir nach Netz 1, dass $|a_1'' a_3''|$ durch einen festen Punkt auf $|A_1 A_2|$ geht.

Zeichen 5b. Lotebene der Mittelpunkte. Netz 5a zeigt (M) als Mittel der Diagonale $|A_3' A_3''|$. Wenn bei der Verschiebung der Spur (B) in Richtung $|b|$, die Ecke (A_3'') eine Gerade durchläuft, so wird (M) in einer zu dieser Parallelen fortschreiten. (A_3'') ist der Schnitt von $|1, 3|$, welche nach dem Obigen bestimmt werden nach den Formeln:

$$[a''_1 a_2]\,1\,[a''_1 a_3];\ [a_3 \parallel a_2]\,3\,[a_3 \parallel a_1]$$

Die Spuren $|A_3\,1, A_1\,3|$ gehen somit durch den unendlich fernen Punkt, die Flucht, von $|a_1' a_2'|$; ebenso gehen $|1, 3|$ entsprechend durch die Flucht von $|a_1, a_3|$. Ersetzen wir die Fluchtlinie der Zeichenebene durch eine Transversale $|F_1 F_2|$, so ergibt sich mit einigen Aenderungen, die sofort erklärt werden sollen, Zeichen 5 b. $|a_1, a_3|$ sind ausser ihren Fluchten (F_1, F_2) für die Betrachtung ohne Belang, sie fehlen aus diesem Grunde; dafür entsprechen $|b_3 F_1, b_3 F_2|$ den $|a_1', a_3'|$. (A) ist der Schnitt $(A_1 A_2, a_1' a_2')$, Mittelpunkt eines Strahlbüschels, wenn (B_1) die Reihe $|b|$ durchläuft. Nun ergibt das Zeichen die Massverhältnisse:

$$\begin{array}{c} |F f_0 f_1 f_2|\ A\ |a_1^* a_1 a_{11} a_{13}|\ A_3\ |F a_1 c_1 c_3|\ A_1\ |F f_0 f_1 f_2| \\ |F f_0 f_1 f_2|\ A\ |a_2^* a_2 a_{22} a_{24}|\ A_3\ |F a_2 c_2 c_4|\ A_2\ |F f_0 f_1 f_2| \\ \hline A_1\ |F a_1 c_1 c_3|\ F_2\ |X B_1 x_1 x_2|\ F_1\ |F a_2 c_2 c_4|\ A_2 \end{array}$$

$|Fa_1c_1c_3, Fa_2c_2c_3|$ sind allerdings Curven 2. Grades, da sich indessen zeigt, dass auch (A_1F_1, A_2F_2) auf denselben liegen, so sind die Strahlbüschel mit ihnen in perspectivischer Lage und die Punktreihen dürfen daher gleich Geraden behandelt werden.

Vorstehende Betrachtung zeigt uns die Büschel (F_1, F_2) in perspectivischer Lage; in solcher bleiben dieselben auch, wenn sie auf der Fluchtlinie der Zeichenebene liegen. Daraus folgt, dass in Zeichen 5a sowohl (A_s'') als der Mittelpunkt des Parallelepipeds in der Zeichnung gerade Linien beschreiben, welche wir als Lotebenen aufzufassen haben, wenn über die Höhenverhältnisse keine weiteren Bestimmungen festgesetzt sind.

II. Masszeichen 2. Grades.

Die Masszeichen 2. Grades entstehen im Allgemeinen dadurch, dass 2 in derselben Lotebene liegende Elemente sich decken und desshalb die Punkte der Zeichenfläche in zweifachem Sinne gedeutet werden können. Der Gang der Betrachtung entscheidet alsdann darüber, welcher von den beiden übereinander liegenden Punkten im einzelnen Falle gelten soll.

A. Kernfläche.

Als einfaches Beispiel dieser Art möge das Masszeichen zweier projectivischer Regelscharen dienen. Schneidet nämlich eine Ebene $[a_1 x]$ des Büschels $|a_1|$ zwei Gerade $|a_2, a_3|$, welche zu $|a_1|$ wie auch unter sich windschiefe Lage haben, in (a_{2x}, a_{3x}), so wird $|a_{2x} a_{3x}|$ auch $|a_1|$ in (a_{1x}) treffen. Die Punktreihen $|a_{2x}, a_{3x}|$ liegen im gleichen Ebenenbüschel $|a_1|$, sind desshalb projectivisch.

Durch jeden $(a_2 x)$ geht nur 1 Strahl, welcher $|a_1, a_3|$ zugleich schneidet; ein Ebenenbüschel $|a_1|$ perspectivisch zur Reihe $|a_3 x|$ ergibt daher dieselben Strahlen $|a_3 x\, a_1 x|$ wie das vorige Ebenenbüschel $|a_1|$. Die Geraden $|a_2 x\, a_3 x|$ bilden eine Schar windschiefer Strahlen $|b|$, welche zu Axen von projectivischen Ebenenbüscheln gewählt, die Schar windschiefer Strahlen $|a|$ erzeugen. Diese Strahlen $|a, b|$, welche sich parweise schneiden, bilden den Kern des Massnetzes; sie mögen desshalb, zur Unterscheidung von den übrigen Geraden des Raumes, Kernstrahlen heissen.

Bestimmen wir zunächst in den Zeichen 6 und 7 die Lage der Kernstrahlen.

Im Zeichen 6 sind 3 der windschiefen Strahlen a gegeben nach den Richtungen ihrer Lotebenen, ihren Spuren (A_1, A_2, A_3) in der Zeichenebene entsprechend, seien sie unterschieden als $|a_1, a_2, a_3|$. Gibt man dazu einen Strahl der Schar b durch Richtung und Spur (B), so ist das Netz eindeutig bestimmt, indem durch Feststellung der Höhe eines Punktes der gegebenen Geraden die Lage dieser und zugleich der 3 übrigen gegeben wäre. — Man findet nun weitere Kernstrahlen der Schar b nach der Formel:

$$[a_2 b]\, b_1 b_4\, [a_1 x y]\, b_1 b_5\, [a_3 b]$$

Die Spur (B_{45}) liegt im Schnitte $|b_4 b_5|$ mit der Spur $|A_1 x y|$. Im vorliegenden Zeichen ist auch der Kernstrahl $|A_3 b_6|$ eingetragen, welcher durch $[a_1 A_3]$ bestimmt wird und mit $|a_3|$ die Spur gemein hat. Offenbar bestimmt alsdann $|b_3 b_6|\, s_3\, |B A_2|$ die Spur $|A_2 s_3|$ der Ebene aus den Kernstrahlen $|a_3, b_3^*|$; der Kernebene $[a_3]$.

Man macht sich von der anfänglichen, willkürlichen Bildebene ganz unabhängig, wenn man eine Kernebene $[a_1 b_1]$ zum Zeichenfelde wählt, welche beliebige Lage zur Bild-

ebene haben kann, da vermöge der Affinität der Parallelprojection die Massverhältnisse ähnlich bleiben. Wie das Zeichen 7 zeigt, findet man bei dieser Annahme die Spuren der Kernstrahlen $|a|$ sämtlich auf $|b_1|$ und ebenso die Spuren der Kernstrahlen $|b|$ auf $|a_1|$. Dann muss aber die Lage von $|a_2, a_3|$ durch $|b_4|$ bestimmt werden, welche als $|a_4|$ aufgefasst, zugleich über die Lage von $|b_2, b_3|$ verfügt.

Die Bestimmung der übrigen Kernstrahlen geschieht unter diesen Umständen am besten nach der Formel:

$$[a_3 B_5]\, b_6 B_5 b_5\, [a_2 B_5] \text{ oder } [b_3 A_5]\, b_6 A_5 a_5\, [b_2 A_5]$$

d. h. $[a_3 B_5]\, b_3 x b_6\, [a_2 b_4]$, $[a_2 B_5]\, b_2 y b_5\, [a_2 b_4]$.

Die Schnitte der Kernstrahlen sind Kernpunkte.

Im Zeichen 8 bilden die Kernstrahlen $|a_1 a_2 a_3 a_4|$ ein windschiefes Vierseit, indem die Strahlen $|a_1, a_3|$ im Schnitte $(A_{14}, A_{12}; A_{32}, A_{34})$ mit $|a_2, a_3|$ die Kernebenen $[a_1 a_2, a_1 a_4, a_3 a_2, a_3 a_4]$ bestimmen.

Es gehören somit die Strahlen mit geraden Indices der einen Schar an, die mit ungeraden der anderen.

Sei (B) ein Kernpunkt, so werden die Kernstrahlen, welche durch denselben gehen, in den Ebenen $[a_3 B, a_4 B]$ liegen, die sich nach $|BA_{34}| = |b|$ schneiden. Darnach ergibt sich:

$[a_3 B]$ d. h. $|A_{23} b|\, A_{16}\, |a_1|$; $[a_4 B]$ d. h. $|A_{14} b|\, A_{25}\, |a_2|$
$[a_1 B]$ d. h. $|B A_{16}|\, A_{36}\, |a_3|$; $[a_2 B]$ d. h. $|B A_{25}|\, A_{45}\, |a_4|$

Folglich sind $|BA_{36} A_{16}, BA_{45} A_{25}|$ die gesuchten Kernstrahlen.

Das Zeichen 8 zeigt weiter, wenn $|a_5, a_6|$ die letztgewonnenen Strahlen bedeuten:

$$[a_1 a_4]\, A_{16} A_{45}\, [a_5 a_6]\, A_{25} A_{36}\, [a_2 a_3]\, A_{12} A_{34}\, [a_{14}] : [a_5 a_6]\, O\, |A_{12} A_{34}|$$

Daraus ergibt sich die Collineation der Dreiecke:

$$[A_{36} A_{34} A_{45}]\, A_{23} A_{14}\, x\, [A_{25} A_{12} A_{16}];$$

ferner zeigen die Strahlen

$x\,|A_{23}A_{14}, A_{25}A_{16}, A_{45}A_{36}|$, dass $[A_{23}A_{25}A_{45}]\,A_{12}\,By\,[A_{14}A_{16}A_{36}]$
$y\,|A_{12}B,\ A_{23}A_{45},\ A_{14}A_{36}|$, $= [A_{23}A_{14}B]\,x\,z_1\,z_2\,[A_{45}A_{36}A_{12}]$

Uebereinstimmend zeigt das Zeichen 7:

$x\,|A_3B_5, b_3b_6, A_2B_4|$ folglich $[A_3b_3A_2]\,b_5\,B_1\,y\,[B_5b_6B_4]$
$y\,|B_1b_5,\ A_2b_3,\ b_6B_4|$ $=$ $[B_1A_2b_6]\,z_1\,z_2\,b_2\,[b_5\,b_3\,B_4]$

5 Gerade bezeichnen somit stets ein Par projectivischer Regelscharen. Fasst man 4 der gegebenen Geraden $|a_{1..4}|$ als windschiefes Vierseit auf, so liegen die übrigen Kernstrahlen in einem Ebenenbüschel $|a_5|$ und werden mittelst zweier perspectivischer Strahlbüschel:

$$[A_{25}]\,A_{12}\,A_{34}\,[A_{45}]$$

bestimmt.

Von besonderer Bedeutung sind die Kernpunkte, in welchen sich Strahlen derselben Lotebene treffen; bestimmen wir dieselben.

Im Zeichen 6 hat (A'_1) doppelte Bedeutung: er kann nämlich gelten als $|a_2$ oder $a_3|$ zugehörig. Weist man ihn zu $|a_3|$, so ist er zugleich ein Punkt von $|b'_2|$, welche, in der Lotebene $|a_2|$ gelegen, nach der Formel

$$[a_1A'_{13}] \text{ d. h. } [a_1b'_2]\,b_1\,x_t\,t_2\,[a_2b]$$

in (t_2) den gesuchten Kernpunkt anzeigt. Ebenso findet man im Zeichen 8 die Kernpunkte der Lotebenen $[a_1, a_3]$, wenn man den Deckpunkt (A_{18}) das eine Mal $|a_3|$, das andere Mal $|a_1|$ zuweist, im Uebrigen nach der obigen dem Zeichen 8 entnommenen Formel zur Ermittelung der in besagten Lotebenen befindlichen Kernstrahlen $|a_8, a_{10}|$. Im Zeichen 7 werden die Kernpunkte der Lotebenen $[a_{1..4}]$ gleichfalls mit Hülfe der Deckpunkte (B_2, B_3, A_2, A_3) ermittelt nach den Formeln:

$$[a_3B_2]\,b_3\,t_2\,[a_2b_4];\ [a_2t_4]\,b_2\,B_3\,[a_3b_4]$$

Bedenkt man die oben bei Erklärung des Zeichens 7 erwähnte Gleichwerthigkeit von $|a_1, b_1|$, so ergibt sich für (t_1) sofort die analoge Formel wie für (t_4).

Die Verbindung $|t_2\, t_3|$ kann auch gelten als Schnitt $[a_2\, b_3, a_3\, b_2]$, welche $[a_1\, b_1]$ nach $|A_2\, B_3, A_3\, B_2|$ schneiden, daher muss $|t_2\, t_3|$ durch die Kreuzung (s) dieser Spuren gehen. Anderseits ist $|t_4\, t_1|$ Spur von $[b_7\, a_7]$ in $[a_1\, b_1]$, die Verbindungen $|(a_2\, b_7, a_7\, b_3), (b_2\, a_7, a_3\, b_7)|$ haben desshalb ihre Spur auf $|t_4\, t_1|$, und da diese Verbindungen Schnitte von $[b_7\, a_7]$ mit $[a_2\, b_3, a_3\, b_2]$ sind, muss (s) die gemeinsame Spur derselben sein. Indem also $|t_2\, t_3, t_4\, t_1|$ sich in (s) kreuzen, liegen je 4 Punkte t in einer Ebene, somit trifft diess bei allen zu. Welche Lage die Kernebene $[a_1\, b_1]$ immer zur Zeichenebene haben mag, stets liegen die Kernpunkte aller Kernebenen, die durch parallele Strahlen gelegt sind, in derselben Ebene $[\tau]$.

Zu den Kernebenen, welche durch parallele Strahlen gelegt sind, gehören auch die parallelen Kernebenen. Die Verbindungen der Kernpunkte solcher Ebenen gehen, wie das Zeichen 5 gezeigt hat, sämtlich durch den Mittelpunkt der Parallepipede, welche jene Ebenen bilden. Folglich bilden die Ebenen τ ein Büschel, dessen Mittelpunkt (M) der Mittelpunkt der Regelscharen ist.

Die Bedeutung der Masszeichen 2. Grades wird noch vollständiger erkannt, wenn man die Mittelebene τ mit 6 Lotkernebenen verbunden auffasst, wie Zeichen 9 zeigt. Bezeichnet man z. B. den Punkt B_2, sofern er als Schnitt $|b_4, a_2|$ gilt, durch B_2', so liegen die Dreiecke $B_2 A_6' 35'$, $B_2' A_6 35$ perspectivisch zur Flucht der Normalen zur Bildebene, dem Zenit; daher müssen die Schnitte

$$(s_1; s_2; s_3) = (t_1\, t_2, t_4\, t_6;\ t_4\, t_5, t_2\, t_3;\ t_3\, t_6, t_5\, t_1)$$

auf der Spur $[B_2 A_6' 35', B_2' A_6 35]\, s_1 s_2 s_3\, [\tau]$ sich befinden.

Die Pascal'sche Linie erscheint somit hier, wie im Zeichen 8 der Punkt von Brianchon, rein als Folge räumlicher Lagenverhältnisse.

Ferner stellt $x_1 x_2 x_3$ die Ebene τ dar und wir können schreiben:

$$[b_1 a_6]\, A_3 x_1 56\, [a_3 b_5]\, 23 x_2 B_5\, [b_2 a_4]\, 26 x_3 A_4\, [a_6 b_1]$$
$$([b_1 a_6, a_3 b_5, b_2 a_4]) = (X)$$
$$[a_1 b_6]\, A'_3 x_1 56'\, [b_3 a_5]\, 23' x_2 B'_5\, [a_2 b_4]\, 26' x_3 A'_4\, [b_6 a_1]$$
$$([a_1 b_6, b_3 a_5, a_2 b_4]) = (X')$$

Es erscheint ferner:

$$[XYZU] = [a_4 b_2]\, t_2 t_4\, [b_4 a_2] = [X'Y'Z'U']$$
$$|XZ', X'Z|\, x_1\, [\tau]\, x_1\, |YU', Y'U|$$

Die Kernstrahlen umhüllen eine Curve, deren Punkte in der Ebene τ liegen und welche Umriss heissen mag. Der Umriss ist vom 2. Grade, weil die 2 Kernstrahlen jeder Kernebene $[\tau]$ im Allgemeinen in 2 verschiedenen Punkten treffen. Der Umriss ist zugleich von der 2. Classe, weil durch jeden Kernpunkt 2 Kernstrahlen gehen, welche im Allgemeinen in verschiedenen Lotebenen liegen.

Die Gestalt des Umrisses lässt sich mit Leichtigkeit erkennen, wenn 5 Kernstrahlen ein convexes Fünfseit bilden, er ist dann immer eine Ellipse; diese Annahme ist bei unseren Zeichnungen vorzugsweise gewählt, weil dadurch die Zeichen sehr übersichtlich werden.

Andernfalls kann folgende Prüfung über die Gestalt des Umrisses entscheiden. Sind im Zeichen 7 $|a_1 a_2 a_3 b_1|$ 4 gegebene Kernstrahlen, so geht, wie gezeigt worden, die Verbindung $|t_2 t_3|$ stets durch $|A_2 B_3|\, s\, |A_3 B_2|$; $|B_3 b_2|\, s_1\, |B_2 b_3|$. Hat der Umriss eine unendlich ferne Tangente, so ist er eine Parabel; in diesem Falle werden $|B_3 s_p, B_2 s_p| \parallel |a_2, a_3|$. Sind (t_{2p}, t_{3p}) die Kernpunkte eines parabolischen Umrisses, so ist es, dem vorhergehenden Verfahren entsprechend,

leicht, weitere Kernstrahlen zu finden. Dieselben bezeichnen auf jedem Par Leitstrahlen projectivisch ähnliche Punktreihen, ein Massverhältniss, welches sich auf die Raumgeraden überträgt und zeigt, dass dann die Kernfläche ein Paraboloid wird.

Verschiebt sich z. B. im Zeichen 10 (t_2) von (t_{2p}) an gegen (A_1') hin, so zeigt das Strahlbüschel (s) auf $|b_3 s_1|$ (oder auch $|b_2 s_1|$) an, dass der Berührungspunkt des Umrisses (t_2 oder t_3) zwischen den Schnitten paralleler Tangenten liegt, folglich ist der Umriss eine Ellipse. Dieser Zustand dauert solange (t_2) zwischen den Grenzen (t_{2p}, A_1') bleibt, geht derselbe nach der einen oder anderen Seite hin über die bezeichneten Grenzen hinaus, so zeigt das Strahlbüschel (s) wie vorhin auf $|b_2 s_1|$ an, dass die Berührung des Umrisses ausser den Schnitten paralleler Tangenten stattfindet, daher der Umriss zur Hyperbel wird. Endlich erkennt man leicht (b_∞, A_3') als weitere Grenzen zwischen jenen beiden hyperbolischen und einem elliptischen Gebiete.

Fasst man nun das Zeichen 6 in's Auge und fragt: wie darf die Spur (B) angenommen werden, damit der Umriss eine Parabel, Ellipse oder Hyperbel sei, so führen die oben genannten Grenzen in Verbindung mit früher besprochenen Zeichenverfahren zu neuen Grenzen auf $|b|$.

Die Formel zur Bestimmung von (t_2) zeigt nämlich (vgl. pag. 170), dass den Grenzen $(t_{2p}, A'_1, A'_3, b_2)$ auf $|b|$ die Grenzen $(B_p, |A_2 A_3|\, z_1\, |b|\, z_3\, |A_2 A_1|, |A_1 A_3|\, z_2\, |b|)$ entsprechen.

Einen allgemeineren Charakter nimmt die Grenzbetrachtung an, wenn man gestützt auf das Zeichen 8 fragt: Welche Umrisse ergeben sich nach und nach, wenn der Kernpunkt (B) sich im Strahl $|A_{34} b|$ verschiebt? Man

geht auch in diesem Falle von den Grenzen eines der gegebenen Kernstrahlen $|a_4|$ aus, welche wie oben durch das Strahlbüschel (s) bezeichnet werden. Dann ergibt die Betrachtung des Zeichens 11, gestützt auf die Ergebnisse des Zeichens 10:

$$|t_p A_{25} A_{34} A_{14}| A_{1x} |o_p o_{25} A_{34} A_{12}| A_{25} |a_{3p} a_{35} A_{34} A_{23}| A_{1x} |b_p b_{25} A_{34} b|$$

Darnach kann unmittelbar aufgeschrieben werden:

$$|A_{34} A_{14} A_{25} t_p| \; Y \, |A_{34} b b_{25} b_p$$

Einem Strahlbüschel der Lotebene $|b|$ entspricht ein Kegelschnitt $[A_{14} A_{25} y_1 y_2]^2$, welcher $|A_{14} A_{23}, A_{25} A_{16}|$ zu Tangenten hat; dem Strahlenbündel entspricht somit ein Kegelschnittbüschel, dessen 4 Mittelpunkte in $(A_{14}, A_{25})^2$ parweise zusammenfallen.

Auf jedem Strahle $|b|$ durch die Ecke (A_{34}) eines windschiefen Vierseits begrenzen die Spuren der Kernebenen $[a_{1x} a_{23}, a_{1x} a_{25}]$ nebst dem Parabelpunkt (b_p) und der Ecke (A_{34}) selbst 4 Strecken, welche abwechselnd Kernpunkte von Regelscharen mit elliptischen und hyperbolischen Umrissen enthalten.

B. Gliederung der freien Raumelemente.

Nachdem die Massverhältnisse der Kernfläche projectivischer Regelscharen aus der hinreichenden Anzahl gezeichneter Elemente erkannt sind, sehen wir zu, wie sich die freien, d. h. nicht zur Kernfläche gehörigen Raumelemente dieser gegenüber verhalten und suchen dieselben dem entsprechend zu gliedern.

Eine beliebige Ebene wird von jeder Kernebene nach einer Geraden geschnitten, welche durch die Spuren ihrer zwei Kernstrahlen bestimmt ist. In jedem Strahle des Büschels (A), welches die Kernebenen der gemeinsamen

Axe $|a|$ in der Schnittebene $[\gamma]$ bezeichnen, liegen somit zwei Kernpunkte (A, B); daher ist die Linie, welche die Kernfläche auf der Schnittebene bezeichnet, vom 2. Grade. Durch jede der Spuren (A_1, B_2) der Kernstrahlen $|a_1, b_2|$ in der Schnittebene $[\gamma]$ geht ein zweiter Kernstrahl $|b_1, a_2|$; sind $|c_1, c_2|$ die Spuren der Kernebenen $[a_1 b_1, a_2 b_2]$, so wird deren Kreuzung (D) die Spur des Schnittes $[a_1 b_1] D A_3 B_3 [a_2 b_2]$, indem $|a_1, a_2| A_3, B_3 |b_2, b_1|$ die Kernpunkte von $[a_1 b_2, a_2 b_1]$ sind. Da nun durch (A_3, B_3) keine anderen Kernstrahlen gehen als $|a_1 b_2, a_2 b_1|$, entsprechen auch (D) in der Schnittebene nur die Spuren $|A_1 D, B_2 D|$ der Kernebenen $[A_3 A_1 B_3, A_3 B_2 B_3]$, welche die Spur der Kernfläche berühren. Diese gehört daher der 2. Classe an.

Zunächst gilt im Zeichen 12 die Tafel als Schnittebene und ist übereinstimmend mit Zeichen 6 die Regelfläche $\|a_1 a_2 a_3 b\|$ gezeichnet. Weil es nun darauf ankommt, die Spuren der Kernstrahlen zu kennen, bestimmen wir dieselben nach der Formel:

$$[a_2 a_{1i}] b_i a_{1i} [a_3 a_{1i}]$$

d. h. $|A_1 b_1 a_{13} a_{1i}| b_2 | A_1 B x_2 x_i | A_2 | A_1 B B_3 B_i | A_4 | A_1 B x_3 x_j | b_3 | A_1 b_1 a_{13} a_{1i}|$

(x_2) dient zur Grenzbestimmung, indem er zeigt, dass den Spuren (B) innert $|b_1 b_3, z b_2|$ elliptische, zwischen $|b_3 z, b_2 \infty b_1|$ hyperbolische Spurlinien der Kernfläche entsprechen. Ist die Regelfläche durch die Elementengruppen:

1) $\|a_1, a_2, b_3; A_4, A_5\|$, 2) $\|a_1, a_2; A_3, A_4, A_5\|$, 3) $\|a_1, b_2; A_3, A_4, A_5, A_6\|$

gegeben, so hat man in allen 3 Fällen die Kernstrahlen aus der Spurlinie abzuleiten. Diess geschieht im ersten Fall einfach nach der Formel:

$[a_1 A_4] b_1 b_{24} x [a_2 b_3]$, indem $|A_1 A_4| x |A_2 B_3|$; $|a_1| b_1 |b_3|$ $|b_1 x| b_{24} |a_2|$, endlich $|A_4 b_{24}| b_{14} |a_1|$ ergibt.

Im zweiten Falle muss zur vollständigen Bezeichnung der windschiefen Kernstrahlen $|a_1, a_2|$ noch eine dieselben kreuzende $|b_3|$ gesucht werden (worüber b. Z. 13 das Nähere folgt), mit deren Hülfe dann durch (A_3, A_4, A_5) auf die vorhin angegebene Weise die entsprechenden Strahlen der Schar b zu ermitteln sind. Im dritten Falle wird auf der Spur von $[A_6 a_1$ od. $A_6 b_2]$ der Spurpunkt eines Kernstrahles der anderen Schar resp. $|b$ oder $a|$ aus $[A_1 B_2 A_3 A_4 A_5]^2$ abgeleitet, wodurch auch dieser Fall auf (1) zurückgeführt erscheint, da zwei Strahlen der einen und ein dieselben schneidender der andern Schar gegeben sind.

Die Elemente $\|A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7\|$ zerfallen in 3 Gruppen: $[A_1, A_2, A_3]$ vertritt die Bildebene, (A_4, A_5, A_6), $|b_7|$. Um die Kernfläche zu zeichnen, welche durch diese Elemente bestimmt wird, sucht man zuerst die Berührungsebenen zweier Kegelflächen: $A_4 [A_1^2 A_2 A_3 A_4]^2 \overline{\wedge} b_7 [A_1 A_2 A_3 A_5]$; $A_4 [A_1^2 A_2 A_3 A_5]^2 \overline{\wedge} b_7 [A_1 A_2 A_3 A_5]$ deren vierter gemeinschaftlicher Kernstrahl $|A_4 B_x|$ der Bedingung entspricht: $A_4 B_x | A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 | b_7$; mithin ein Kernstrahl der gesuchten Regelfläche sein wird, von welcher wir nun auch die Spur $[A_1 A_2 A_3 B_7 B_x]$ kennen; überdiess ergeben $[A_5 b_7, A_5 b_x; A_5 c_7, A_6 b_x]$ ein Strahlenpar der andern Schar. (Vgl. f. d. Nähere: Schröter, Theorie d. Obfl. II. O. p. 105 ff.)

Diese Beispiele lassen wünschbar erscheinen, auch die Veränderungen des Umrisses bei gegebener Spur zu verfolgen, wozu das Zeichen 13 anleitet.

Dieses weist vorerst auf den Zusammenhang zwischen den Schnitten der Spurtangenten (p_1) und den Kernpunkten (b_5, b_6) der Strahlenpare $|a_2 b'_2, a_3 b'_3|$, welche je (A_2, A_3) gemeinsam zu Spuren haben; es ist nämlich $|p_1 b_5 b_6|$ der Schnitt der Ebene $[a_2 b'_2, a_3 b'_3]$. Man entnimmt dem Zeichen 13 ferner:

$$[a_3 b'_1]\, s_2 b_5 b_2\, [a_2 b'_2]\, s_2 b_6 c_1\, [b'_3 a_1]$$

und erkennt daraus in welcher Weise die Kernstrahlen $|b'_1, a_1|$ und damit die Lage der Kernebene $[A_1]$ durch den Schnittstrahl $|p_1 b_5 b_6|$ bedingt sind.

Nun ist durch $(A_1 A_2 A_3)$ und den Pol (p_1) die Spur der Kernfläche gegeben, durch $|a_2, a_3|$ sind zwei windschiefe Kernstrahlen der Richtung ihrer Lotebenen nach bestimmt. Durchläuft der Schnitt $|b_5 b_6|$ das Strahlbüschel (p_1), so werden nach vorstehender Formel sofort noch 4 Tangenten $|b'_2, b'_3, b'_1, a_1|$ des Umrisses gefunden. Ueber seine Gestalt entscheidet die Lage des Kernpunktes (t_3) zu den Schnitten $(b_4\, b_7)$ der Parallelstrahlen $|a_2, b''_2|$, welche nach den Formeln:

$$[a_2 b_3]\, x_2 b_2 t_3\, [a_3 A_1];\ [a_3 a_2 \infty]\, b''_2\, [a_2 x''_2]$$

zu ermitteln sind. — Ferner ergeben sich die Massverhältnisse:

$$|b_4 A_2 x'_2 b_2|\, x_2\, |b_4 B_3 A_3 t_3|$$
$$|b_4 x'_2 A_2 b_2|\, A_1\, |b_4 A_3 x_3 b_3|\, a_2 \infty\, |b_4 A_3 B_3 b_7|$$

Man ersieht daraus, dass die projectivischen Punktreihen $|t_3, b_7|$ scheinbar 3 zusammenfallende Punkte aufweisen; genauere Erwägung erweist aber den Deckpunkt (b_4) als unbrauchbar, indem die Umrissebene zu einem Punkt zusammenschwindet, wenn $|A_1 b_2|$ der $|a_2|$ folgend nach (b_4) gelangt und dabei $|a_3|$ in ihrer Lotebene drehend mit sich führt.

Als Grenzen zwischen elliptischen und hyperbolischen Strecken von $|a_3|$ bleiben somit nur die Spuren (A_3, B_3). Durchläuft $|a_3|$ das Strahlbüschel (A_3) und gelangt in die Lage $|A_3 B_2|$, so zeigt die Zeichnung stets (t_3) senkrecht über (B_2), übereinstimmend mit der Thatsache, dass dann der Kernstrahl $|b_2|$ senkrecht zur Lotebene stehen muss. Da übrigens $|a_2|\, t_2\, |b_2|$, $|a_3|\, t_3\, |b_3|$, fallen 2 Kernpunkte in

das Lot $|b|$. Lassen wir nun $|b_5 b_6|$ das Strahlbüschel (p_1) unter diesen Umständen durchlaufen, so decken sich $|b'_2 b'_3|$ stets über einem Spurpunkte, durch welchen auch $|b'_1|$ geht, indem das Strahlbüschel (s_2) auf $|A_3 B_2, a_2|$ die Punktreihen zeigt, welche die entsprechenden Strahlen der Büschel (A_2, A_1) zur Erzeugung der Spurcurve beschreiben. Damit sind die Ergebnisse der Zeichnung begründet; man hätte indessen von vornherein sagen können: weil ein Strahl $|b|$ lotrecht wird, muss jeweilen auch ein entsprechender Parallelstrahl $|a|$ vorkommen und es bedarf nur noch eines Hinweises auf das Höhenhyperboloid des Tetraeders, um an Bekanntes anzuschliessen.

Zur Vervollständigung des Ueberblickes möge noch erwähnt sein, dass sich in Bezug auf die Pole (p_1) jede Tangente $|A_2 p_1|$ durch die Parabelpunkte (P_1, P_2) in eine elliptische und eine hyperbolische Strecke gliedert, sofern die Strahlenbüschel der conjugirten Durchmesser zu $|A_3 A_2, A_3 A_1$ (bezw. $A_2 A_1)|$ auf dem Drehkreis eine schneidende Pascallinie zeigen.

Im Zeichen 14 ist die Kernfläche durch $\|b_1 a_2 b_3 a_4 b_5\|$ gegeben und wird der Schnitt derselben mit $[C_1 C_2 C_3] = [\gamma]$ gesucht, wobei der Vereinfachung wegen (C_2) nach (B_5) verlegt ist. Man denkt zur Lösung der genannten Aufgabe vorerst an ein Ebenenbüschel $|b_5|$, dessen Ebenen sowohl die Kernfläche als $[\gamma]$ je in einem Strahle schneiden und durch deren Kreuzung einzelne Punkte des gesuchten Schnittes anzeigen. Uebersichtlicher gestaltet sich die Lösung mit Hülfe der Kernebenen $[a_2 C_2 b_5, b_1 C_1 a_6]$, deren Spuren in $[\gamma]$ Tangenten der Schnittlinie in (C_2, C_1) sind und mit (C_3) zusammengehalten leicht die Gestalt derselben erkennen lassen. Zur Bestimmung von (p_1) entnimmt man dem Zeichen 14 folgendes Verfahren:

$$[b_1 a_6] A_4 X [b_3 a_4] B_3 X [a_2 b_5];\ [A_2 X C_3] C_3 \gamma_0 p_1 [\gamma]$$

Ausserdem lässt das Zeichen noch die Bestimmung von (C_4, c_3, c_1) erkennen, wie folgt:

(C_4): $[b_3 a_4]\, y_c\, C_3\, C_4\, [\gamma]$; $[b_3\, C_1]_{34} s\, [a_4\, C_2]$, $[C_1\, C_3\, S]\, s_1\, |C_2\, C_4|$

(c_3): $[b_1 a_3]\, A_2\, t_3\, [b_3\, a_2]\, C_3\, C_2\, x_1\, [\gamma]\, C_1\, x_1\, c_3\, [b^1 a_3]$.

(c_1): $[b_3 a_1]\, C_3\, \gamma_1\, c_1\, [\gamma]$

Bevor wir zur Grenzbestimmung übergehen, werfen wir einen Blick auf Zeichen 15, welches auf eine andere Erklärung der Schnittebene hinweist.

Durch einen beliebigen Punkt des Raumes (P) geht ein einziger Strahl, welcher zwei windschiefe Kernstrahlen $|a_2, a_4|$ einer Regelfläche trifft, es ist der Schnitt der Ebenen $P\,[a_2, a_4] = |PA_2\, A_{34}|$. Derselbe kreuzt in den nämlichen Punkten zugleich ein zweites Par windschiefer Kernstrahlen dieser Regelfläche: $|b_1, b_3|$, welche mit $|a_2, a_4|$ ein windschiefes Vierseit bilden, indem (A_4, B_3) die beiden übrigen Ecken sind. Jeder Strahl eines Büschels (P) in einer Ebene $[a_2\, b_3]$ bestimmt mit seinen Schnitten auf diesen Geraden zwei Kernstrahlen $|b_5, a_6|$, welche sich in (p'_1) kreuzen. Die Punkte (p') liegen in einer Ebene $[B_3 A_4 P']$, in welcher Kernebene immer das Strahlbüschel (P) liegen mag. Zur völligen Bestimmung der Regelfläche sei noch $|b_5|$ gegeben. Dann zeigt das Zeichen 15:

$$[a_4 b_5] A_{34} B_{25} [a_2 b_3] A_2 A_{36} [b_1 a_6]; [a_4 b_5]\, A_4 x\, c_1\, [b_1 a_6], [a_2 b_5] B_3 y c_1 [b_3 a_6]$$
$$A_4\, |A_2\, A_{34}\, PP'|\, B_3 = -1 = B_3\, |B^*_{25}\, A_{36}\, PP'_1|\, c_1$$

Der Strahl $|PA_{34}\, A_2|$ würde demnach auf (A_4) geführt haben, wie $|PA_{36}\, B_{25}|$ auf (p'_1) und da durch (A_4, B_3, P') die Schnittebene bestimmt ist, in welcher auch die projectivischen Strahlbüschel $(A_4 x, B_3 y)$ liegen, folgt, dass der Ort von (p') eine ebene Curve 2. Grades ist, welcher $|A_4 P', B_3 P'|$ zu Tangenten hat.

Da in dem Vierseit $|A_4 P' B_3 p'_1|$ die Diagonalen $|xy|\, z\, |A_4 B_3|\, z'\, |P' p'_1|$, so geht die Tangente zu (p'_1) durch (z).

Irgend ein Strahl des Bündels (P) kann im Allgemeinen die Regelfläche nur in 2 solchen Punkten treffen, welche die beiden von den erzeugenden Ebenenbüscheln $|a_2, a_4|$ auf jenem Strahle bestimmten Reihen gemeinsam haben. Ordnen sich demnach diese massgebenden Reihen derart, dass keine entsprechenden Punkte zusammenfallen, so geht der betreffende Strahl an der Regelfläche vorbei. Der Strahlenkegel, welcher durch die oben gefundene Schnittlinie $[p']^2$ und (P) bestimmt ist, bezeichnet nun die Grenze zwischen den Strahlen des Bündels (P), welche die Regelfläche treffen und solchen, die daran vorbeigehen.

In der That beweist ein Versuch, dass beliebige Strahlen z. B. der $[B_3 P p'_1]$, zwischen $|P p'_1, P B_3|$ von den Ebenenbüscheln $|a_2, a_4|$ in gleichlaufende Punktreihen getheilt werden.

Auch die unendlich ferne Fluchtebene schneidet Regelflächen, das Paraboloid mit seinem einen unendlich fernen Kernpunkt ausgenommen, in Curven 2. Grades.

Wenn diese Strahlenflucht von der Flucht der Ebene geschnitten wird, so ist der Schnitt der Letztern mit der Regelfläche eine Hyperbel, indem alsdann auch zwei Strahlen des Polarkegels $(P p_1)$ mit einem Par Kernstrahlen und gleichzeitig mit der Schnittebene $[\pi]$ gleichlaufen. Im Zeichen 16 sind die Kernstrahlen der Regelfläche zum Kernpunkt (34) zusammengeschoben, wodurch ein Kegel $(34\, [B_3 A_4 d_5]^2)$ entsteht, welcher mit jener die Flucht gemein hat; das gleiche wäre bei der Parallelebene $[\pi'']$ zu $[\pi']$ der Fall; wenn also die Fluchten des Kegels und der Ebene sich schneiden, so geschieht das auch mit

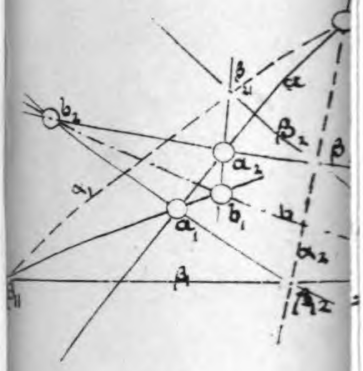
diesen Gestalten sowohl als mit deren Spuren; über das letztere geben die erzeugenden Strahlbüschel (B_3, A_4) der Kegelspur Aufschluss, indem sie auf $|\pi''|$ projectivische Punktreihen anzeigen. Ergeben sich die Doppelpunkte (D_1, D_2), so bestimmen dieselben die Richtungen der Kernstrahlen, welche mit Strahlen des Polarkegels parallel sind, wie auch die Richtungen der Asymptoten des Schnittes in der Polarebene. Fallen (D_1, D_2) zusammen, berührt demnach die Parallelebene den Parallelkegel, so hat der Schnitt (π') nur einen Fluchtpunkt mit der Regelfläche gemein und ist demnach eine Parabel. Diese Grenzfälle, von welchen der eine im Zeichen 16 eingetragen ist, schliessen die Ebenen elliptischer Schnitte im Büschel $|A_4 B_3|$ ein. Die Pole (P_{p1}, P_{p2}) jener Parabelebenen begrenzen auf $|A_2 34|$ die Strecke, in welcher die Spitzen elliptischer Polarkegel liegen. Man findet diese Pole mit Hülfe des harmonischen Massverhältnisses $|p_d x d_{p1} d_{p2}| = -1$, (welches sich aus $(A_4 B_3)\infty$ auf $|A_2 B_3|$ und von dort durch das Strahlbüschel (34) parallel auf (B_3) überträgt).

Zum Schlusse zeigt das Zeichen 17 den Polarkegel, welcher den Mittelpunkt (M) der Regelfläche zur Spitze hat und die Fluchtebene des Raums zu seiner Polarebene. Derselbe wird von den Kernebenen der Parallelstrahlen umhüllt, sein Schnitt mit einer Kernebene $[a_2 b_1]$ ist eine Hyperbel, welche $|a_2, b_1|$ zu Asymptoten, (A_2) zum Mittelpunkt hat und für welche die Spur $|t_2 t_1|$ von $[\tau]$ Polare zu (M) ist. Da die sämmtlichen Strahlen dieses Kegels mit den Kernstrahlen der Regelfläche parallel sind, so heisst er Asymptotenkegel. Jeder andere Polarkegel, welcher mit dem Asymptotenkegel 2 Berührungsebenen gemein hat, wird 2 Kernstrahlen enthalten, die mit solchen des Asymptotenkegels parallel sind. Das Gebiet der Kern-

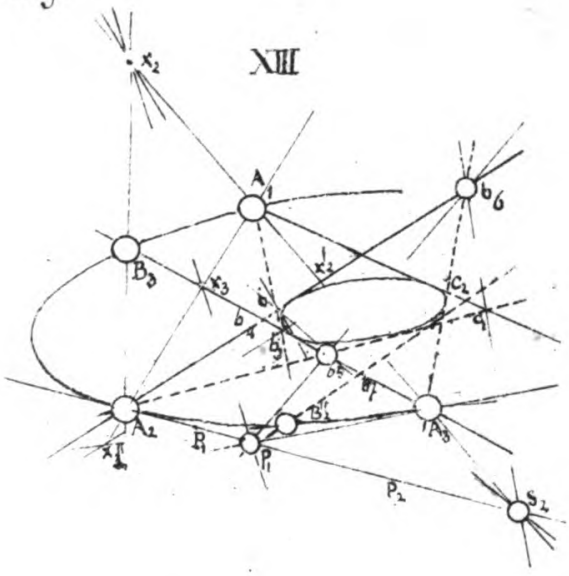
ebene $[a_2 b_1]$ zwischen den Aesten der Spurhyperbel, von dessen Punkten aus Tangenten an diese gelegt werden können, bezeichnet daher das Raumbereich der hyperbolischen Strahlen im Bündel (M); alle Punkte dieses Bereiches sind Spitzen hyperbolischer Polarkegel zu der bezeichneten Regelfläche. Dieses Bereich wird also von den parabolischen Strahlen des Asymptotenkegels begrenzt, welche anderseits das Bereich elliptischer Strahlen umschliessen. So gliedert der Asymptotenkegel die Punkte des Raumes in Bezug auf eine gegebene Kernfläche. Die Aeste seiner Spur bezeichnen die Grenzen jener Raumbereiche in der betreffenden Kernebene.

Ein Rückblick auf die Tafel der Kernflächen zeigt in den Zeichen 6, 7 und 8 die einfachsten Weisen ihrer Bezeichnung, zu welchen die Zeichen 10 und 11 die Grenzbestimmungen andeuten. Im Ganzen aber mögen die vorstehenden Betrachtungen darthun, wie sich Masszeichen gleich anderen als erklärende, ordnende und kürzende Glieder dem sichtbaren Ausdruck räumlichen Denkens einfügen, ohne Gefährde für die Strenge abstracter Auffassung der Gestalten.

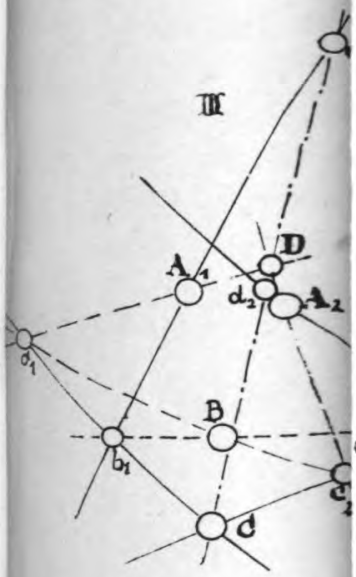
I



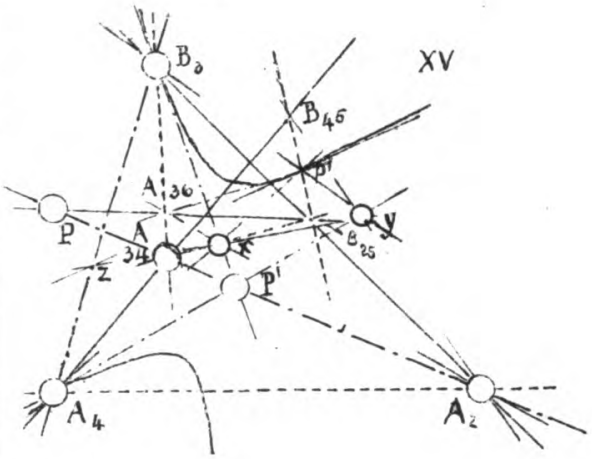
XIII



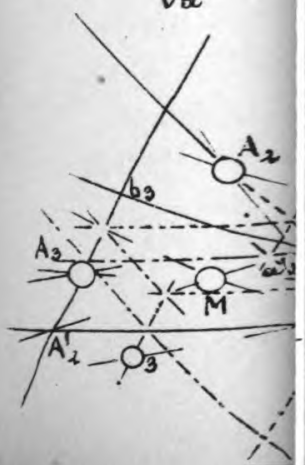
III



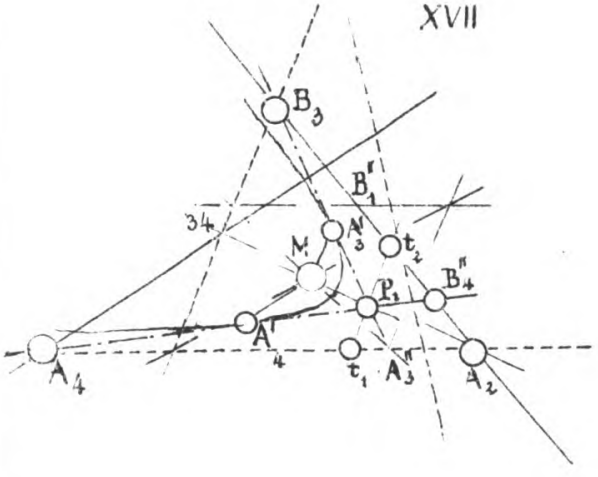
XV



Va



XVII



Beiträge zur Kenntniss der schweizerischen Milbenfauna.

Von **Dr. G. Haller** in Oberstrass.

(Tafel I.)

Die Systematik der Milben liegt trotz aller zu einer naturgemässen Vereinigung der verschiedenen Gruppen gemachten Versuche noch sehr im Argen und kommen wir vorläufig wenigstens nicht über die allgemeinen Prinzipien Kramers hinaus. Eines Theiles fehlen uns wohl hierzu noch viele der nothwendigsten Bausteine, indem das Material noch zu lückenhaft beschrieben ist, anderen Theiles sind uns selbst die vorhandenen Elemente nur ganz oberflächlich bekannt und fehlt es bis jetzt an einem gründlichen Studium sehr vieler Gattungen. Einzelne Monographieen, wie die nachfolgende, sollen diesen Zweck erfüllen.

II. Acarina tracheata Kramer:

Milben, welche durch Tracheen athmen.

1. Ordnung. Prostigmata Kram.

Die Tracheenmündungen liegen nach vorn von dem vordersten Beinpaare und treten in nähere Verbindung mit den Mundtheilen.

1. Unterordnung. Das klöppelförmige zweite Maxillenpaar ist der Träger der Anfangsöffnungen der Tracheenstämme. Kein Wassergefässsystem.

1. Fam. Sammtmilben, Trombididæ Kramer.

Mundtheile frei, nicht in einem Rüssel vereinigt. Mandibeln hakenförmig.

2. Fam. Rhyncholophidæ. Laufmilben Kramer.

Mundtheile in einem vom Epistome und der Unterlippe gebildeten Rüssel eingeschlossen. Mandibeln stiletförmig.

GATTUNG RHYNCHOLOPHUS KOCH.

Obwohl die Gattung Rhyncholophus bereits von Koch für einige Laufmilben erstellt und seither durch mehrere neue Arten bereichert worden ist, blieb uns dieselbe dennoch so gut wie unbekannt. Namentlich fehlt es an einer Beschreibung der für die Systematik so wichtigen Mundtheile u. s. w.

Die Arten der Gattung Rhyncholophus sind lebhaft gefärbte Thiere von einfacher Körpergestalt mit gleich stark gewölbter Bauch- und Rückenfläche. Eine Trennungsfurche zwischen dem zweiten und dritten Beinpaare scheint ebensowenig wie bei den Hydrachniden oder Trombidien vorhanden. Dagegen bemerken wir auf dem vordern Körperabschnitte genau in der Mittellinie der Rückenfläche eine stark chitinisirte Doppelleiste, deren beide Hälften sich in der Mitte aneinanderlegen, am vorderen und hinteren Ende aber divergiren. (Fig. 1 und 2.) Die Schenkel der vordern Divergenz umfassen die hintern Ränder einer nach vorne über die Mundtheile vorspringenden, oben zugerundeten Erhöhung, welche stets mehrere lange und kräftige, nach vorne strahlenförmig divergirende Borsten trägt, deren hinterstes Paar in auffallend grossen Poren entspringt. Am Hinterende umfassen die beiden Schenkel eine rundliche Fläche, welche gleichfalls zwei grossporige lange Borsten trägt. Zu beiden Seiten von dieser Rückenleiste und zwar auf der Höhe der hintern Divergenz liegen die mit Doppellinsen versehenen, sonst einfach gebauten Augen.

An der Bauchfläche (Fig. 3) bemerken wir zunächst die unter sich und von demjenigen der gegenüberliegenden Seite deutlich getrennten Paare der Epimeren des ersten und zweiten, sowie dritten und vierten Fusspaares. In dem Abstande zwischen dem hinteren Epimerenpaare liegt in der Mittellinie der Bauchfläche die lange Geschlechtsspalte und dicht hinter ihr der kreisrunde Anus. Jene wird von zwei, nur wenig stärker als die übrige Körperwandung chitinisirten Klappen bedeckt, welche an ihrem Innenrande eine einfache Reihe kurzer nach einwärts strebender Härchen aufweist, entbehrt aber der sogenannten Haftnäpfe.

Der Körper ist stets locker mit zahlreichen, in Reihen stehenden und von denjenigen der Extremitäten nicht selten verschiedenen kurzen Börstchen bedeckt, welche bald einfach gebaut sind, bald die Gestalt von gefransten Pinseln oder kurzstieligen Blättern annehmen.

Wir kommen nun auf die Mundtheile zu sprechen und müssen uns hier im Interesse der Sache etwas länger verweilen. Wie ich nämlich schon öfters darauf aufmerksam machte, mehren sich in der acarinologischen Litteratur immer mehr die Anzeichen, dass bei den Milben der Mundbau nicht — wie bisher angenommeen wurde — ein einfacher ist, sondern wie es denn auch die Untersuchung einer grossen Anzahl von Acariden lehrt, derselbe dem complicirten Apparate der Crustaceen kaum nachgibt. Wir bedürfen daher, um uns diese Verhältnisse zu veranschaulichen, einer schematischen Figur (Fig. 4) in welcher das Epistom (uns. Fig. 1) mit einer Strichpunktlinie, das erste Kieferpaar (Fig. 4. 3) mit schwächeren, das zweite (nämlich Fig. 4. 4) mit starken, das dritte (5.) mit punktirten Linien, die Unterlippe (2. 2)

mit ihren Tastern endlich mit einer unterbrochenen Linie eingetragen, die Tracheen schraffirt gehalten sind.

Die Mundtheile von Rhyncholophus bilden eine nach oben vom Epistome, nach unten von der Unterlippe, nach seitwärts von den Maxillarpalpen abgeschlossene, mithin nur an der Spitze geöffnete Röhre, deren Mundraum durch das Maxillargerüste in zwei übereinander liegende Hälften getheilt wird, in deren oberer sich die stiletförmigen Mandibeln hin- und herschieben, in deren unterer die Tracheen geführt durch das zweite Maxillenpaar nahe dem Seitenrande ausmünden. Betrachten wir nun diese einzelnen Theile des Buccalapparates jeden für sich.

Das Epistom ist in der ganzen Länge der Mundtheile entwickelt, entzieht daher die darunter liegenden Theile der Beobachtung von Oben dem Auge gänzlich, ja überragt sogar die Unterlippe nicht selten wesentlich. Seine Gestalt ist entsprechend dem nach vorne zugespitzten Kegel des Rüssels eine gestreckte dreiseitige mit nach vorne gerichteter Spitze, welche meist mehr oder weniger quer abgestutzt ist. Am Vorderrande erkennen wir einen sehr feinen krausenartigen Besatz von zahlreichen farblosen Blättchen, deren Ränder sich dachziegelförmig decken, deren Spitzen in kurze, zarte Fäden auslaufen (Fig. 5). Ich möchte solche am Liebsten mit Gebilden gleichartigen Baues vergleichen, welche neuerdings auch von Crustaceen beschrieben worden sind.

Dicht unter dem Epistome liegen die stiletförmigen ausserordentlich lang gestreckten Mandibeln (Fig. 6), deren zuweilen leicht sägeförmig gezackten Spitzen (Fig. 7) über das vordere Ende des Rüssels herausgeschoben werden können. In der Ruhe liegen sie jedoch ganz in die Mundröhre zurückgezogen und erstrecken sich dann mit

ihrem Hinterende bis weit in den vorderen Körperabschnitt hinein (Vergl. Fig. 3). Diese augenscheinlich nur zum Stechen tauglichen Werkzeuge sind nicht einfach linear, sondern etwas hinter der Mitte plötzlich verbreitert, am Vorderende zugespitzt, am hintern leicht abgerundet. Ihrer ganzen Länge nach bestehen sie endlich aus einem inneren dünneren Plattentheile und einem äussern schmalen und verdickten Saume.

Es folgt nun im Mundraume das denselben in seiner ganzen Breite durchsetzende plattenartig verbreiterte Gerüste des zweiten Kieferpaares. Die Pars veromaxillaris bildet eine einzige zusammenhängende sehr breite und nur etwa halb so lange Platte, deren Vorderrand leicht zugerundet, deren hinterer quer abgestutzt ist. Der pseudolabiale Theil bethätigt sich am Aufbaue der Seitenwände des Rüssels und trägt hier die Palpen. Nach hinten ist derselbe in flache löffelartige und am Ende zugerundete Fortsätze von ungefährer Länge der Platte selbst ausgezogen.

Das dritte Maxillenpaar ist auch hier vorhanden und findet sich in seinem Verlaufe ziemlich stark divergirend nahe dem Seitenrande der Mundtheile als zwei feste, stark chitinisirte klöppelförmige Organe vor, welche von den Athmungswerkzeugen durchbrochen sind und als die Träger der Stigmen funktioniren. Die Unterlippe endlich schliesst die Mundröhre von unten vollständig ab und passt sich in ihrer Form derselben mehr oder weniger genau an. An der Austrittsstelle der Palpen ist sie tief ausgeschnitten, dessgleichen, aber weitaus seichter etwas vor der Basis derselben, wo es zur Bildung einer Art von Stigmata kommt. Die Tracheen endlich durchziehen nahe der Mittellinie einander genähert und parallel die

Mundröhre bis auf die Höhe der Palpen, von hier an treten sie entsprechend der Divergenz des letzten Kieferpaares auseinander, um ungefähr am Anfange des letzten Drittheiles am Seitenrande nach aussen zu münden. Die Palpen sind denjenigen der Trombidien entsprechend gebaut; ihr zweites und drittes Glied trägt an der Innenseite meist eine einfache Reihe kurzer, nach auswärts gekrümmter Dornspitzchen, welche nach hinten zu immer kleiner werden.

Die Extremitäten sind stets sechsgliederig, die einzelnen Glieder meist deutlich getrennt, meistens ist das letzte einseitig verbreitert, nicht selten am untern geraden Rande sehr dicht mit kurzen, gedrängt stehenden Borsten besetzt, welche gewissermassen eine Bürste bilden. Ganz vereinzelt steht, soviel wir wenigstens bis jetzt wissen, die auffallende Behaarung der beiden letzten Glieder des letzten Beines von Rhyncholophus plumipes. Das letzte Glied trägt zwei einfache Klauen ohne eine Andeutung von Haftlappen. Die Epimeren sind vorhanden, aber unansehnlich und wenig ausgeprägt.

I. Untergattung. Rhyncholophus Kramer. Beine beträchtlich länger als der Körper, schlank und dünn, insbesondere das vierte Beinpaar zwei bis drei mal so lang.

Rhyncholophus plumipes Luc. (Fig. 2). Körper gedrungen fünfeckig, nach hinten beträchtlich verschmälert, am Hinterende abgestutzt, nach vorne zugespitzt, mit kaum merklich ausgebuchteten Seitenwänden. Farbe hochroth bis violett, eine der grössten Arten. Rücken- und Bauchfläche dicht mit kurzen, blattförmig verbreiterten Haaren besetzt. Die langen Rückenborsten einfach.

Mundtheile ziemlich gross, ausgestreckt länger als die beiden ersten Glieder der ersten Extremitäten. Die Beine sämmtlich lang und schlank, dicht mit anliegenden kurzen Borsten besetzt, welche nur gegen das Ende der einzelnen Glieder sparrig abstehen. Die ersten zwei Glieder kurz und gedrungen rundlich, die folgenden lang und stabförmig, unter sich ziemlich gleich, das letzte an allen drei Vorderfüssen verkürzt, aber nicht einseitig verbreitert, ohne deutliche Bürste. Das letzte Beinpaar überaus lang (beinahe 6 mal so lang als der Körper), seine beiden letzten Glieder noch dünner und länger als die vorhergehenden, entbehren der kurzen Börstchen, tragen dagegen in ihrer ganzen Länge einen höchst auffallenden und charakteristischen Aufputz aus sehr zahlreichen steif nach allen Seiten abstehenden schwarzen Borsten von sehr bedeutender Länge. Es entsteht auf diese Weise ein federartiger Haarbusch, der dem Thiere seinen Namen gegeben hat, dessen Bedeutung zu ergründen aber durchaus nicht gerathen will. Diese langen und starken Haare verrathen in ihrem Baue durchaus nichts Abweichendes von dem gewöhnlicher langer Borsten, höchstens wäre ihre schwärzliche Färbung zu nennen, welche sonst bei den Milben selten ist.

Der erste, welcher diese interessante Milbe beschrieb, scheint Lucas zu sein. Er veröffentlichte in den Annal. d. l. soc. ent. 4 série IV p. 206 (Remarques sur une Arachnide trouvée aux environs de Boghar en Algérie) eine kleine Notiz über dieselbe, in welcher er sie zunächst mit Vorbehalt der bereits von Dugés gestifteten Gattung Rhyncholophus beigesellte und ihr den Speciesnamen beilegte. Wie wir sehen, war seine Classificirung eine durchaus glückliche. Lucas vergleicht sodann die

langen Borsten des letzten Beinpaares mit denjenigen an den Fühlergliedern gewisser Cerambyciden und macht der Ueberschrift entsprechende Angaben über ihr Vorkommen. Eine zweite Bemerkung über diese merkwürdige Milbe finden wir von Frauenfeld (Zool. bot. Ges. XVIII, pag. 892). Er sagt: « Der von Rosenhauer in den Thieren Andalusiens aufgezählte zierliche Rh. plumipes, welchen Herr Erber auch sehr zahlreich aus Corfu brachte, hat lange bebüschelte Hinterbeine ». Hierauf beschränken sich bis heute unsere Kenntnisse über diese Milbe und schien somit eine erneute Beschreibung nebst Abbildung geboten.

Da wir weder aus England noch aus Deutschland Kenntniss von dem Auffinden dieser sehr grossen und auffallenden Form erhalten haben, so müssen wir wohl annehmen, dass sie dem wärmern Europa angehört. Um so interessanter ist es, dass Conservator Frey-Gessner in Genf diese anziehende Form vor einigen Jahren in der Schweiz aufgefunden hat. Er schreibt mir hierüber: « Es sind mir bis dato zwei Gegenden bekannt, wo ich das Thierchen auf kurzgrasigem, trockenem Wies- und Ackerboden aufgefunden habe: Um Siders ziemlich häufig an drei Stellen (alte Ruine, Abhänge des Klosters und Rhoneuferhügel oberhalb Glarey) und bei Martigny am Tour de la Batia-Hügel. Am Tage meist unter oder an Steinen und Steinchen. Beim Aufheben derselben laufen sie am gehobenen Stein oder am Boden rasch fort, indem sie ihre zierlichen Hinterfüsschen wie Schleppen nach sich ziehen. » — Letztes Jahr (1879) fand ich nirgends auch nur ein Stück, vielleicht sind sie nicht jedes Jahr zu haben (Mai oder Juni). Auffallend ist auch, dass noch keiner der tüchtigen italienischen Acarinologen dieses Thierchen aufgefunden hat.

Rhynch. Krameri Spec. (Fig. 2). In Farbe und Grösse dem ächten, von Koch beschriebenen Opilionoïdes, welchen ich indessen in der Schweiz noch niemals gefunden habe, zum Verwechseln ähnlich, aber deutlich von ihm durch seine Gestalt und die einfachen Börstchen unterschieden. Lebt an ähnlichen Orten wie jener und lässt sich kurz etwa folgendermassen schildern:

Körper verkehrt eiförmig, nach vorne zugespitzt, hinteres verbreitertes Ende in der Mitte leicht ausgebuchtet; Rücken- und Bauchfläche dicht mit sehr kurzen, angedrückten und zu Längsreihen angeordneten Börstchen besetzt; Scheitelborsten einfach. Beine sehr lang und ebenso schlank, ziemlich dicht mit nach auswärts gerichteten, sehr eng angedrückten Börstchen besetzt, zwischen welchen scheinbar regellos vertheilte schwächere und abstehende Borsten von nur wenig bedeutenderer Länge hervorragen, endlich finden wir noch gegen das Ende der Glieder einige noch länger abstehende Börstchen.

II. Untergattung. Ritteria Kramer. Beine sämmtlich kaum oder nur wenig länger als der Körper, mehr oder weniger verdickt, die einzelnen Glieder deutlich von einander abstehend, das letzte an seiner Unterseite stets mit einer wohlentwickelten Bürste.

Rhyncholophus paludicola Koch (Fig. 3)

Deutschlands Crust. Arachn. etc. h. 16. Fig. 4.

Diese schöne und grosse Milbe, welche sich nicht selten aus auf feuchten, sumpfigen Wiesen gewonnenem Moose (Sphagnum etc.) beuteln lässt, ist zwar schon von Koch beschrieben worden, bedarf aber gleich allen seinen Arten dringend einer erneuten Sicherstellung durch Beschreibung und Abbildung.

Körperform regelmässig oval, nach hinten und vorne gleichmässig zugerundet. Rücken- und Bauchfläche mit

einem lockeren, aber gleichmässigen Kleide einfacher und gekrümmter sehr kurzer Börstchen versehen, welche in Längsreihen stehen. Das vorletzte Glied aller Beinpaare sehr dünn, vom vorhergehenden und nachfolgenden deutlich abgesetzt, von der Basis an nach abwärts gebogen; das letzte Glied nur an der vierten Extremität und auch hier nur unmerklich nach der Rückenfläche verbreitert. Sämmtliche Füsse gleich dem Körper sehr homogen mit kurzen abstehenden Börstchen besetzt.

Rhyncholophus rhopalicus Koch (Fig. 8).

Deutschlands Crust. Arachn. etc. h. 16. Fig. 16.

Auch diese Art scheint nirgends selten und lässt sich z. B. häufig aus gewissen Blumen (Phyteuma rapunculoides u. s. w.) klopfen. Auch aus Amerika erhielt ich dieselbe in unzweifelhaften Exemplaren, was um so leichter gesagt werden kann, als gerade diese Art eine der am Besten gekennzeichneten der Gattung ist. Sollte sie Kosmopolite sein?

Körper langgestreckt oval, sehr zart, daher bei der Präparation leicht zusammenschrumpfend; in ähnlicher Weise wie die vorige Art mit nur wenig längeren Börstchen besetzt. Sehr charakteristisch sind zunächst die kurzen und gedrungenen Mundtheile, die nur wenig länger sind als die zwei ersten Glieder des ersten Beinpaares. Ihr Epistom überragt die Mandibeln in ihrer ganzen Länge, diese sind schmal, fast nadelförmig, die Unterlippe ist nach vorne in einem stark stumpfen Winkel abgestutzt, nach hinten zur Aufnahme der sehr kurzen und dicken Palpen tief ausgeschnitten. Die Glieder der Taster alle ziemlich gleich gedrungen, das vorletzte ringförmig mit starkem Haken, das letzte an der Basis nicht verschmälert, gegen das Ende regelmässig zugerundet. Eben-

so charakteristisch erweisen sich die kurzen und dicken Beinpaare, deren Glieder deutlich von einander abgesetzt sind; das letzte Glied ist nach der Rückenfläche hin ungemein stark verbreitert und abgerundet, an der Bauchfläche geradlinig und hier mit einer wohlausgeprägten Bürste bekleidet, seine Krallen sind klein, stark gebogen und kurz, aber deutlich gestielt. Die gleichen weichen und kurzen Borsten wie den Körper, überziehen auch die Extremitäten. Farbe hochgelb bis rothgelb, eine der kleineren Arten.

Ich glaube nicht, dass damit unsere einheimischen Arten erschöpft sind, im Gegentheil wird sich ihre Zahl bei genauer Nachforschung noch bedeutend vermehren lassen. Allein es werden diese vier Formen wohl ungefähr die vier vorhandenen Typen repräsentiren, an welche sich die andern mehr oder weniger anlehnen. Gerade durch diese Aehnlichkeit aber und den Mangel aller auffallenden Kennzeichen wird sich auch die Speziesbeschreibung zu einer ziemlich schwierigen gestalten.

Beschreibung zweier neuen schweizerischen Hydrachniden.

Schon anlässlich meiner Monographie der schweizerischen Hydrachniden (Mittheilungen der naturf. Gesellschaft in Bern 1881. II. Heft Nr.1018—1029. p. 18. pl. I-IV) war ich im Falle darauf hinzuweisen, dass die Arbeit noch lange nicht als abgeschlossen zu betrachten sei, vielmehr bei fortgesetztem Suchen noch viele neue Formen gefunden werden müssten. In der That liegen denn schon heute zwei neue, noch unbekannte Hydrachniden aus dem Genfersee vor, deren Auffindung wir

abermals den unermüdlichen Forschungen Forels in Morges verdanken.

Asperia*) Nov. Gen.

Keine Geschlechtsunterschiede in der äussern Körpergestalt, von ovalen oder kreisförmigen Gestaltsumrissen und beidseitig von einem harten, brüchigen und porösen Panzer umschlossen, mit deutlichem Rückenbogen. Maxillarpalpen gestreckt, nicht scheerenförmig. Sämmtliche Extremitäten normal entwickelte Schwimmbeine, stark chitinisirt. Geschlechtsöffnungen von zwei schmalen, halbmondförmigen Platten flankirt, welche eine einfache Reihe mässig zahlreicher Haftnäpfe trägt.

Einzige bis jetzt bekannte Species aus dem Genfersee.

Asperia Lemani mihi.

Ich habe mich genöthigt gesehen für diese interessante Art, welche die Arrhenurus-Arten mit den ungepanzerten Formen und zwar wohl zunächst der mässig zahlreichen kleinen Haftnäpfe wegen mit Nesaea verbindet, eine neue Gattung zu errichten. Ihr Körper ist in beiden Geschlechtern einfach ohne Dimorphismus rundlich oder stark gedrungen oval. Gleich den Arrhenurusformen wird Asperia Lemani von einem chitinisirten und von zahlreichen Poren durchbrochenen Chitinpanzer mit glasigem Bruche umgeben, welcher genau wie dort in einen stärker entwickelten Bauchpanzer und eine Rückenplatte zerfällt. Jener schützt das Thierchen nicht nur an der Unterseite, sondern greift auch noch allseitig in

*) Herrn Dr. Asper, Privatdozent in Zürich, in Anbetracht seiner vielfachen Verdienste um die Erforschung unserer Gewässer gewidmet.

genau gleicher Breite nach der Rückenfläche über, wo er einen breiten Rand bildet, in dessen innere Ränder die Rückenplatte eingefalzt ist, deren Contouren als Rückenbogen sichtbar werden. Auch die Extremitäten sind stark gepanzert und erscheinen durch zahlreiche Poren granulös. Währenddem die Hydrachnide so durchaus die Merkmale der gepanzerten Milben an sich trägt, unterscheidet sie sich von ihnen durch eine Summe von Merkmalen, welche sie hinwiederum innig mit Nesaea zusammenbringen. Ihre Taster sind zunächst einfach, ohne scheerenförmige Bildung am Ende und namentlich ihr vorletztes Glied, welches an Länge die drei ersten weitaus übertrifft, lang und schlank, gegen das Ende allmählig zugespitzt. Sämmtliche Extremitäten sind lang und sehr schlank, vom ersten bis zum letzten an Länge stetig zunehmend, mit in Reihen angeordneten Schwimmhaaren besetzt und normal entwickelte Schwimmorgane, keines derselben dient als Putzwerkzeug für den Rückenpanzer wie das letzte, knieförmig zurückgebogene Beinpaar von Arrhenurus. Endlich ist die weitklaffende Geschlechtsspalte von den gegeneinander gewendeten concaven Seiten zweier schmal halbmond- oder sichelförmigen Genitalplatten eingefasst, welche sich vom übrigen Körperpaar durch den Mangel der Poren unterscheiden und nebst einigen mässig langen Borsten in ihrer Mittellinie eine einfache Reihe hintereinanderliegender « Haftnäpfe » tragen. Die Letztern erinnern durch ihre geringe Grösse und Anzahl am ehesten an die Gattung Nesaea. Endlich vermissen wir auch hier wie bei Arrhenurus sämmtliche Hautdrüsen, sowie die Augenbrille.

Eine zweite neue Art, ebenfalls aus der Tiefenfauna des Genfersee's, ist:

Nesaea Koenikei Nov. Spec. (Fig. 10, 11 und 12).

Körper gedrungen oval, fast kugelig, weichhäutig; Epimeren einander genähert. Genitalplatten (Fig. 12) etwa von der Gestalt eines sehr flachen, rechtschenkligen Dreieckes, mit nach innen gerichteter, leicht concaver grösster Seite; die dieser gegenüberliegende Spitze ist etwas nach rückwärts verschoben, herabgedrückt und zugerundet; die hintere der beiden gleichen Seiten trägt etwas nach auswärts von ihrer Mitte einen sehr starken aber kurzen Dorn und ist kurz bewimpert; im Inneren des Geschlechtshofes endlich stehen die ziemlich grossen « Haftnäpfe », auf jeder Seite sechs an der Zahl. Nach hinten von dem Genitalapparate erstreckt sich ein sehr ausgedehntes, jederseits von undeutlichen Linien abgegrenztes Geschlechtsfeld, welches sich nach hinten bis fast zu dem dem Körperrande genäherten Anus hinzieht und in seiner ganzen Ausdehnung von scheinbar regellos angeordneten kurzen Börstchen ziemlich dicht besetzt ist. Zu jeder Seite vom kleinen After, aber ziemlich nach auswärts von demselben, steht je eine sehr lange und starke Borste. Sämmtliche Extremitäten nur wenig lang, aber ziemlich dick, bis zur Spitze von einem starken und porösen Chitinpanzer umschlossen, die Epimeren des letzten Paares nach dem Aussenrande mit zwei kräftigen Borsten besetzt, letztes Glied des dritten Fusses (Fig. 11) an der Rückenfläche convex, an der Bauchfläche mit einer innern seichteren und einer äussern tiefen Höhlung versehen; der Aussenrand des vorhergehenden Gliedes mit mehreren starken und kurzen, dolchförmigen Borsten, welche theilweise auf kurzen, höckerartigen Fortsätzen inserrirt sind; Krallen heterodactyl, die eine überaus stark und einfach, aber klingenförmig verbreitert, nur wenig gebogen, die

andere schlank und dünn, ungefähr in ihrer Mitte mit einem nach auswärts gerichteten Zähnchen bewehrt, beide in eine Ausbuchtung des Chitinpanzers am Ende des Gliedes zurückziehbar.

Von allen bekannten Formen wird diese Art namentlich durch die Verhältnisse des Geschlechtshofes deutlich unterschieden. Ich widme dieselbe Herrn Koenike in Bremen, welcher sich durch die Revision der Lebert'schen Hydrachniden des Genfersee's, in welchen Arbeiten bekanntlich eine unbeschreibbare Confusion dominirte, grosse Verdienste um die Fauna des letzteren erworben hat.

Pachygaster tauinsignatus Leb. Juv.

Von allen neuen Arten Leberts lässt sich bekanntlich nur diese mit Sicherheit wiedererkennen und aufrecht halten. Wir kannten von ihr bis jetzt nur völlig erwachsene Exemplare. Um so willkommener war es mir, gleichzeitig mit obigen Milben einige ganz junge Nymphen dieser Art zu erhalten. War auch ihre Aehnlichkeit mit den Erwachsenen schon eine frappante, so unterschieden sie sich doch auf den ersten Blick durch den Mangel des zierlichen Gitterwerkes der Extremitäten. Untersuchte man nun ferner die Genitalgegend, so machte sich der Mangel von Geschlechtsspalte und dergleichen Platten bemerkbar, an Stelle derselben bemerkt man blos vier dicht zusammengedrängte und sehr grosse, von einem gemeinsamen schwachen und sehr dünnen Rande umgebene Haftnäpfe von unregelmässiger, rundlicher Gestalt.

Erläuterung zu Tafel I.

NB. Sämmtliche Objecte sind mit Hülfe einer Camera lucida von Nachet bei Beobachtung vermittelst eines kleinen Hartnack'schen Mikroskopes gezeichnet.

Fig. 1. Rynchol ophus Krameri mihi. Ganzes Thier von der Rückenfläche. Bei Occ. 1, Syst. 2. gez.

Fig. 2. Rhynchol. plumipes Luc. Dasselbe.

Fig. 3. Rhyncholophus paludicola Koch. Das reine Chitinskelet von der Bauchfläche bei Occ. 3, Syst. 4.

Fig. 4. Schematisirte Mundtheile der Gattung Rhyncholophus; die Bedeutung der verschiedenen Linien sehe man im Text.

Fig. 5. Spitzenbesatz des Epistomes von Rhynchol. Krameri. Occ. 4, Syst. 6.

Fig. 6. Mandibeln der nämlichen Art. Occ. 4, Syst. 6.

Fig. 7. Spitzen der Mandibeln von Rhynchol. paludicola Occ. 4, Syst. 6.

Fig. 8. Mundtheile mit rechtem Vorderfuss von Rhynchol. rhopalicus Koch. Occ. 3, Syst. 4.

Fig. 9. Genitalapparat von Asperia Lemani mihi. Occ. 4, Syst. 6.

Fig. 10. Nesaea Koenikei mihi. Ganzes Thier von der Bauchfläche. Occ. 3, Syst. 4.

Fig. 11. Modifizirtes letztes Glied des dritten Fusses der nämlichen Hydrachnide. Occ. 4, Syst. 6.

Fig. 12. Genitalfeld der nämlichen Art, gl. Vergr.

Fig. 13. Genitalfeld von Pachygaster tauinsignatus Leb. Juv., gl. Vergr.

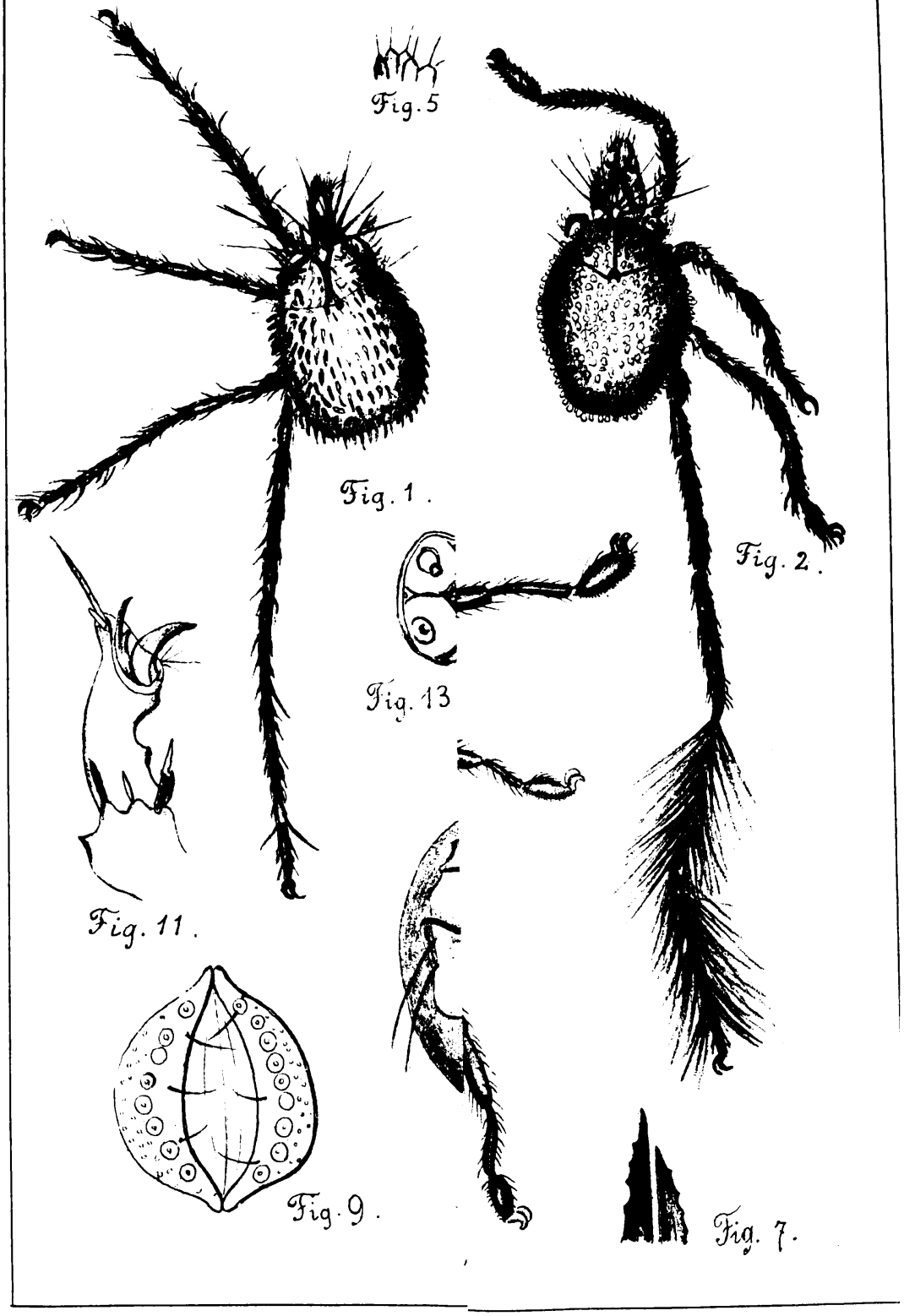


Fig. 5

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 13

Fig. 11.

Fig. 9.

Fig. 7.

Dr. G. Haller ad. nat. del.

Notizen.

Denzler's Studien über die Loth-Ablenkung. — Als ich 1876 in meinem Nachrufe an den verstorbenen Freund Denzler (s. Verhandl. d. Schweiz. naturf. Gesellsch.) von seinen wichtigen Studien über die Loth-Ablenkung sprach, konnte ich nur beiläufig angeben, dass er sie 1845 begonnen haben möchte. In der neuesten Zeit ist mir nun durch die Güte von Herrn J. Escher-Escher folgendes, von Denzler „Herrn Oberst Pestalozzi als Zeichen wahrer Hochachtung und Dankbarkeit" gewidmetes Schriftstück zur Hand gekommen:

«*Ablenkung des Pendels auf den Sternwarten zu Zürich, Bern, Genf und Mailand durch die Gebirge und Meere Mittel-Europa's.* — Die Grundlagen der Berechnung sind nicht von der Art, dass den Resultaten im glücklichen Falle eine grössere Genauigkeit denn ein Zehntheil des Gesammtwerthes zugeschrieben werden darf. Es wurde die mittlere Erddichtigkeit nach der neuesten Bestimmung von Baily = 5.68 des reinen Wassers von + 4° C Temperatur gesetzt und diejenige der Gebirge rundweg = 2.7 angenommen. Die Masse der Letztern ergab sich durch Multiplikation ihres Flächenraums in die mittlere Erhebung über den Meeresspiegel. Letztere wurde, für die Schweiz, aus der Menge vorhandener Höhenangaben und eigener Anschauung abstrahirt, für das Ausland hingegen den Arbeiten von Bresdorff, Olsen, Schübler, Berghaus, Humboldt und Puissant enthoben. Die der Berechnung zu Grunde liegende Formel: log (Ablenkung in Sekunden) = log (Gebirgsinhalt in Kubikmetern) — 2. log (Entfernung der Sternwarte vom Schwerpunkte der Anziehung des Gebirgs) — 2.41258 setzt die Dichte der Gebirge = 2.84 voraus und beruht auf der Annahme, dass die Anziehung ihrer Schwerpunkte senkrecht auf diejenige der Erde wirke. Um der Bequemlichkeit der Rechnung willen war diese Annahme desto eher zulässig, als dies in keinem Falle einen Fehler von nur 0".001 erzeugt hat, und durch nachträgliche Verminderung sämmtlicher Ergebnisse um $^1/_{20}$ ihres Werthes

Notizen.

Denzler's Studien über die Loth-Ablenkung. — Als ich 1876 in meinem Nachrufe an den verstorbenen Freund Denzler (s. Verhandl. d. Schweiz. naturf. Gesellsch.) von seinen wichtigen Studien über die Loth-Ablenkung sprach, konnte ich nur beiläufig angeben, dass er sie 1845 begonnen haben möchte. In der neuesten Zeit ist mir nun durch die Güte von Herrn J. Escher-Escher folgendes, von Denzler „Herrn Oberst Pestalozzi als Zeichen wahrer Hochachtung und Dankbarkeit" gewidmetes Schriftstück zur Hand gekommen:

«*Ablenkung des Pendels auf den Sternwarten zu Zürich, Bern, Genf und Mailand durch die Gebirge und Meere Mittel-Europa's.* — Die Grundlagen der Berechnung sind nicht von der Art, dass den Resultaten im glücklichen Falle eine grössere Genauigkeit denn ein Zehntheil des Gesammtwerthes zugeschrieben werden darf. Es wurde die mittlere Erddichtigkeit nach der neuesten Bestimmung von Baily = 5.68 des reinen Wassers von + 4° C Temperatur gesetzt und diejenige der Gebirge rundweg = 2.7 angenommen. Die Masse der Letztern ergab sich durch Multiplikation ihres Flächenraums in die mittlere Erhebung über den Meeresspiegel. Letztere wurde, für die Schweiz, aus der Menge vorhandener Höhenangaben und eigener Anschauung abstrahirt, für das Ausland hingegen den Arbeiten von Bresdorff, Olsen, Schübler, Berghaus, Humboldt und Puissant enthoben. Die der Berechnung zu Grunde liegende Formel: log (Ablenkung in Sekunden) = log (Gebirgsinhalt in Kubikmetern) — 2. log (Entfernung der Sternwarte vom Schwerpunkte der Anziehung des Gebirgs) — 2.41258 setzt die Dichte der Gebirge = 2.84 voraus und beruht auf der Annahme, dass die Anziehung ihrer Schwerpunkte senkrecht auf diejenige der Erde wirke. Um der Bequemlichkeit der Rechnung willen war diese Annahme desto eher zulässig, als dies in keinem Falle einen Fehler von nur 0".001 erzeugt hat, und durch nachträgliche Verminderung sämmtlicher Ergebnisse um $^1/_{20}$ ihres Werthes

wurde die Dichtigkeit 2,84 auf 2.7 zurückgeführt. Vermittelst dieser Grundlagen ergab sich für die Sternwarte in

Zürich 12".0 südliche und
10".2 östliche, dh. 15".8 totale Ablenkung in der Richtung Süd 40° Ost;
Bern 7".5 südliche und
4".0 östliche, oder 8".5 „ „ „ „ „ Süd 28° Ost;
Genf 6".4 südliche und
9".0 östliche, also 11".0 „ „ „ „ „ Süd 54° Ost;
Mailand 12".9 nördliche und
1".3 westl. somit 13".0 „ „ „ „ „ Nord 6° West.

Von diesen Bestimmungen sind die erste und letzte die genauesten; diejenige von Bern kann wegen unzureichender Kenntniss der Umgegend, die von Genf wegen Mangel an Daten über die piemontesisch-savoyische Gebirgskette bedeutende Verbesserungen erheischen. — Setzt man nach Plantamour die Breite von Genf = 46° 11′ 58".8, nach Trechsel, Henry und Delcros diejenige von Bern = 46° 57′ 8".6 und nach Eschmann diejenige von Zürich = 47° 22′ 30".3 fest, so wird die

Verbesserte Breite der Sternwarte in Genf = 46° 11′ 52".4,
„ „ „ „ „ Bern = 46° 57′ 1".1,
„ „ „ „ „ Zürich = 47° 22′ 18".3.

Die schweizerischen Dreiecke hingegen, welche den Breiteunterschied zwischen Genf und Bern = 45′ 5".4 und zwischen Genf und Zürich = 1° 10′ 30".5 festsetzen, bestimmen, wenn man die genau bestimmte Polhöhe von Genf zu Grunde legt, diejenige der Sternwarte in Bern zu 46° 56′ 57".8, also 3".3 zu klein, und die der Sternwarte in Zürich zu 47° 22′ 22".9, somit 4".6 zu gross, gegen die unmittelbaren Beobachtungen gehalten. Dieses Ergebniss scheint zu Gunsten der Berechnung der Ablenkung des Pendels in Genf, und zu Ungunsten derjenigen für Zürich zu sprechen. — Aus der Breite von Mailand ergab sich durch die französischen Dreiecke die Breite des Monte Legnone = 46° 5′ 25"; die schweizerischen Dreiecke setzen sie, wenn man Genf zu Grunde legt und wegen der, durch die Ablenkung des Pendels hervorgerufenen fehlerhaften Azimuthe eine Verbesserung von + 0".3 anbringt, = 46° 5′ 41".6. Bringt man die oben angegebenen Verbesserungen für Mailand und für Genf an, so ergiebt sich die verbesserte Breite des

Monte Legnone über Mailand = 46° 5′ 37″.9,
„ „ „ Genf = 46° 5′ 35″.2,

also ein Unterschied von 2″.7, und zwar im umgekehrten Sinne des vorherigen von 16″.6, oder 1/6 des Ganzen. Die direkte Bestimmung Bern's gäbe dagegen für den Monte Legnone den schon verbesserten Werth von 46° 5′ 38″.2, somit einen mit dem französischen bis auf 0″.3 übereinstimmenden. — Die schweizerischen Azimuthe weichen beim Zusammentreffen um 9″ und 10″ von den lombardischen westwärts, dh. in plus ab. Da in Zürich noch vollkommener Einklang stattfand, so hat man die diessfälligen Verbesserungen wol auf Zürich und Mailand zu basiren. Sie betragen zusammen 8″.4, und zwar gerade im erforderlichen Sinne. Es zeigt sich also auch hier der Gewinn bedeutend, und dies macht es sehr wahrscheinlich, dass eine genauere Durchführung der Rechnungen noch schönere Uebereinstimmung zur Folge hätte.

Zürich, den 1. Jänner 1846. Hs. Heinrich Denzler."

Es geht aus diesem Schriftstücke nun klar hervor, dass Denzler seine betreffenden Studien 1845 nicht nur begonnen, sondern bereits bis zu einem gewissen Abschlusse gebracht hatte, und ich halte es daher für angegeben, dasselbe hier zum Abdrucke zu bringen, obschon es gegenüber den spätern Publicationen nichts Neues gibt. [R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Sitzung vom 5. Januar 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn A. Favre:

Favre, A. Carte du phénomène erratique et des anciens glaciers du versant nord des Alpes suisses.

Von Herrn Prof. F. Reuleaux in Berlin:

Reuleaux. F. Cultur und Technik.

B. Im Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Schriften des Vereins zur Verbreitung naturwiss. Kenntnisse in Wien. Bd. 24, für 1883/84.

Jahrbücher d. k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Jahrg. 1882, neue Folge. Bd. 19. 2. Theil.
Records of the geological survey of India. Vol. XVII. Part. 4.
Mémoire de la soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève. T. 28. Part. 2.
Proceedings of the R. geographical society. Vol. 6. No. 12.
Memorie del reale istituto Lombardo. Vol. XV. Serie III. Fasc. 2. 3.
Rendiconti del reale istituto Lombardo. Serie II. Vol. XVI.
Annual report of the curator of the museum of zoology for 1883/84.
Correspondenzblatt d. naturw. Vereins in Regensburg. Jahrg. 37.
Rigaische Industrie-Zeitung Jahrg. 10. Nr. 21—22.
Journal of the R. microscopical society. Series II. vol. 4. part. 6.
Transactions of the Connecticut academy of arts and sciences. Vol. VI, part. 1.

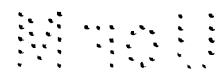
Par l'institut royal géologique de la Suède à Stockholm:

Sveriges geologiska undersökning. Serie C. No. 63. 64. 66. 4°.
" " " " Aa. No. 88 u. 91. 8°.
" " " " Ab. No. 10. 8°.
" " " " Ba. No. 4. 8°.
" " " " C. No. 61 u. 62. 8° und 6 Karten.

Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia. Part. 2. 1884.
Atti della r. accademia dei Lincei. 1883/84. Vol. 8. Fasc. 16.
Jahreshefte d. naturwiss. Vereins für d. Fürstenthum Lüneburg. IX. 1883/84.

C. Anschaffungen.

Annalen der Chemie v. Liebig. Bd. 226. Heft 3.
v. Richthofen: Atlas von China.
Zoologische Beiträge, v. Dr. A. Schneider. Bd. 1. Heft 1. 2.
Ackermann, Dr. C. Beiträge z. physischen Geographie der Ostsee.
Möbius, K. & F. Heinke, Die Fische der Ostsee.
Wetterberichte der meteorologischen Centralanstalt v. 16. Dec. 1884—5. Januar 1885.
Biologisches Centralblatt. Bd. 4. No. 20. 21.



Elektrotechnische Zeitschrift. Jahrg. 5. Heft 12.
Report of the scientific results of the exploring voyage of H. M. S. Challenger. Vol. 1—6. Zoology.
Journal de physique. II. série, tome 3, No. 12.

2. Herr Prof. J. Hemmig meldet sich als Candidat zur Aufnahme in die Gesellschaft.

3. Herr Prof. Heim hält einen Vortrag über die Entstehung und Bildung des Gletscherkorns. — Die Ansichten über diesen Gegenstand sind zur Zeit noch kontroverse und ist derselbe in seinem jüngst veröffentlichten Handbuch der Gletscherkunde eingehend behandelt. — Im Gegensatz zum Wassereis besteht das Gletschereis aus einem Aggregat von Eiskörnern, deren Begrenzungsflächen für gewöhnlich sich dem Auge entziehen, bei beginnender Abschmelzung dagegen sichtbar werden. Das Gletscherkorn ist von unregelmässiger polyedrischer Gestalt mit meist krummen Gelenkflächen. Die verschiedenen Körner greifen ineinander und sind daher gelenkig verbunden. Eine Gletschereisplatte lässt sich bis zu einem gewissen Grade biegen und das dabei wahrnehmbare Geräusch erinnert an das Kreischen des Gelenkitakolumits. — Das Gletscherkorn nimmt von oben nach dem Rande hin zu. An der Firngrenze ist es am kleinsten, am untern Ende am grössten. Die ganze Masse des Gletschers wird aus solchen Körnern gebildet. Die Grenzflächen des Gletscherkorns sind mit feinen Rillen bedeckt, beim Schmelzen treten senkrecht zur optischen Axe im Innern die eigenthümlichen Tyndall'schen Schmelzfiguren auf, bestehend aus luftleeren Kernlinsen. — Alle physikalischen Eigenschaften des Kornes weisen darauf hin, dass dasselbe als einheitliches Krystallgebilde aus dem hexagonalen System sich darstellt. Das Gletschereis ist seiner ganzen Masse nach ein körniges Aggregat von Eiskrystallen, ähnlich wie der Marmor aus Kalkspatkrystallen gebildet wird. Der Vergleich ist um so zutreffender, als in beiden Fällen die regelmässige Ausbildung der Grenzflächen gestört erscheint. Ungenügend erklärt ist bisher das Wachsthum des Gletscherkorns. Hugi, Dupré, Hagenbach, Forel u. A. haben Erklärungsversuche gegeben. Hugi und Dupré betrachten das Gletscherkorn als das weiter entwickelte Firnkorn. Aus jedem Firnkorn wird durch Aufsaugen und Ankrystallisiren

atmosphärischer Feuchtigkeit ein sich successive vergrösserndes Gletscherkorn. Eine ähnliche Ansicht vertritt Forel. Nach Hagenbach erfolgt das Wachsthum durch Ueberkrystallisiren aus einem Korn in ein andres. Das Wachsen des einen bedingt das Aufzehren des andern. — Gegen diese Theorien lassen sich jedoch Einwände erheben und auf Grund seiner experimentellen Versuche gibt Prof. Heim eine andere Erklärung der Grössenzunahme des Gletscherkorns. Versuche mit Eiswürfeln ergaben ihm nämlich das wichtige Resultat, dass sie vollständig miteinander eine Verwachsung eingingen, wenn die krystallographischen Achsen parallel gestellt waren; beim nachherigen Zerquetschen suchten die Risse die Relegationsfläche nicht mehr zu öffnen, sondern schnitten sie oft unter spitzen Winkeln. Die Würfel waren zu einem einzigen Stück zusammengefroren. Wurden dagegen Eiswürfel mit ihren krystallographischen Achsen ungleich gestellt, so froren sie zwar fest zusammen, wurden sie nachher unter die Presse gebracht, so brach das Stück zunächst oder doch sehr bald auf der Relegationsfläche entzwei. — Bei den Bewegungen des Gletschers, wobei natürlich die Gletscherkörner in ihren Lagenverhältnissen Aenderungen erfahren, muss daher immer ein Moment eintreten, wo zwei benachbarte Körner mit ihren Achsen parallel gestellt werden. Dann verbinden sie sich zu einem einzigen grösseren Korn.

4. Herr Prof. Fiedler erklärt an einem vorliegenden Fadenmodell die Fläche gleichen Fallens durch einen Kegelschnitt. (Vgl. hierüber pag. 348 des Jahrg. 1884 der Vierteljahrsschrift.)

Sitzung vom 19. Januar 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Keine Geschenke.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Observationes astronomice de Santiago. 1873—1881.
Beobachtungen des astrophysikal. Observ. in O'Gyalla. Bd. 6.
Journal of the Linnean society. Botany. Vol. 20. No. 130. 131.
Vol. 21. No. 132. 133.
Journal of the Linnean society. Zoology. Vol. 17. No. 101. 102.

Bulletin mensuel de la soc. des sciences etc. de la Basse-Alsace. Tome 18. No. 11, 12.
Bericht über die Thätigkeit der naturwiss. Gesellschaft in St. Gallen, f. 1882/83.
Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. VII. No. 1—7 und 11.
Observations astronomical of Greenwich. 1882.
Memoirs of the geological survey of India. Series X. Vol. 3. Parts. 2—4.
Proceedings of the R. geograph. soc. Vol. VII. No. 1.
Compte rendu des travaux de la soc. helvétique d. sciences nat. réunie à Lucerne.
Atti della soc. Veneto-Trentina di scienze naturali in Padova. Vol. IX. Fasc. 1.
Neujahrsblatt der Stadtbibliothek in Winterthur pro 1885.
Rigaische Industrie-Zeitung. Jahrg. 10. No. 23.
Proceedings of the royal physical society. Session 1883/84.

C. Anschaffungen.

Palaeontographica. Supp. II. Abthl. 5 mit Atlas.
Annales des sciences géologiques pr. Hebert & Milne Edwards. Tome XV.
Transactions of the entomological soc. of London for 1884. Part. 4.
Gazzetta chimica. Anno 14 1884, fasc. 7 u. 8.
Wetterberichte der schweiz. meteorolog. Central-Anstalt vom 6.—19. Januar 1885.
Mittheilungen aus dem k. mineralogisch-geologischen Museum in Dresden. Heft 6.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie v. Fittica für 1882. Heft 4 und 1883 Heft 2.
Journal de physique par d'Almeida. Tome III. No. 12.

2. Herr Prof. Hemmig wird einstimmig als Mitglied in die Gesellschaft aufgenommen.

3. Herr Prof. F. Weber hält einen Vortrag über die Bestimmung des Maasses der Sonnenstrahlung.

Sitzung vom 2. Februar 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von den Tit. Verfassern:

Charpy L. et Tribolet. Note sur la présence du terrain crétacé à Montmirey-la-ville.

Von Herrn Prof. R. Wolf:

Wolf, R. Europäische Gradmessung: Das schweizerische Dreiecksnetz. 2. Band.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Atti della soc. Toscana di scienze naturali. Processi verbali. Vol. IV.

Sitzungsberichte der Wiener Akad. d. Wissenschaften. 1. Abth. Bd. 88. Heft 1—3. Bd. 89. Heft 1—5;

id. 2. Abth. Bd. 88. Heft 1—5. Bd. 89. Heft 1—5;

id. 3. Abth. Bd. 87. Heft 4 u. 5. Bd. 88. Heft 1—5. Bd. 89. Heft 1 u. 2.

Bulletin de la soc. d. sciences naturelles de Neuchâtel. Tome XIV.

Sitzungsber. d. physikal. med. Societät zu Erlangen. Heft 16.

„ „ „ „ Gesellschaft in Würzburg f. 1884.

Mittheilungen aus d. Jahrbuch d. k. ungarischen geolog. Anstalt. Bd. 7. Heft 2.

Földtani közlöny, geolog. Mitth. 14 kötet 9—11 füzet u. Index.

Bulletin mensuel de la soc. des scienes, agricult. et arts de la Basse-Alsace pr. 1885. No. 1.

Bulletin de l'acad. imp. d. sciences de St. Petersbourg. T. 29. No. 4.

C. Anschaffungen.

Centralblatt, biologisches. Bd. 4. No. 22.

Wetterberichte der schweiz. meteorolog. Centralanstalt vom 20. Jänner—2. Febr. 1885.

Connaissance des temps pour 1886.

Wolle F. Desmids of the United States.

Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie v. W. J. Behrens. Bd. 1. Heft 1—4.

Tyndall J. Researches on diamagnetism et magne-christallic action.

Hubert, Ludwig. Ueber die Eibildung im Thierreiche. (Gekrönte Preisschrift.)

Heinke, Fried. Die Varietäten des Herings. 1. u. 2. Theil.

2. Herr Dr. F. Culmann meldet sich als Candidat zur Aufnahme in die Gesellschaft.

3. Herr Dr. Beyel hält einen Vortrag über Imaginärprojectionen.

4. Herr Prof. Mayer-Eymar hält einen Vortrag über die Muschelgattung Panopæa und deren Verbreitung in der Molasse (vgl. pag. 318 des Jahrg. 1884 der Vierteljahrsschrift).

Sitzung vom 16. Februar 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. R. Wolf:

Vierteljahrsschrift d. naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 29. Heft 3.

Astronomische Mittheilungen. No. 63.

Vom Herrn Verfasser:

Stiemer, H. Die neuesten Fortschritte in der Verwerthung des Torfes und Torfmaschine zur Massenproduktion.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. XI. No. 1—4.

Zeitschrift f. Naturwissensch. v. Halle. 4. Folge. Bd. 3. Heft 5.

Bericht über die Senkenbergische naturf. Gesellschaft pro 1884.

Boletin de la academia nacional en Cordoba. Tome VI. No. 4.

Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften des Vereins in Hamburg. Bd. 8. Heft 1—3.

Jahrbücher des nassauischen Vereins f. Naturkunde. Jahrg. 37.

Bulletin de la soc. mathémat. de France. Tome 12. No. 5.

Proceedings of the R. geograph. society. vol. 7. No. 2.

Bericht 13. der naturforschenden Gesellschaft in Bamberg.

Atti della reale accademia dei Lincei. Serie 4a, vol. 1, fasc. 1—3.

Neues Lausitzisches Magazin. Bd. 60. Heft 2.

Transactions of the seismological society of Japan. Vol. 7. Part. 2.

Leopoldina. Heft 20. No. 23 u. 24.

C. Anschaffungen.

Elektrotechnische Zeitschrift. 6. Jahrg. Heft 1.

Fick, Emil. Flora von Schlesien. 8°. Breslau 1881.

Kerner, Anton. Monographia pulmonariarum. 4° Oeniponte 1878.

Hausmann, Frz. v. Flora von Tirol. 3 Bände. 8°. Innsbruck 1854.

Centralblatt biologisches. Bd. 4. No. 23.
Journal de physique par d'Almeida. II. série, tome IV. No. 1.
Annalen der Chemie von Liebig. Bd. 227. Heft 1 u. 2.
Jahrbuch.geographisches, v. Behm. Band 10. No. 1.
Palæontographica v. Dunker & Zittel. 31. Bd. (3. Folge 7. Bd.), Liefg. 3 u. 4.
Fortschritte der Physik im Jahr 1878.
Wetterberichte der schweiz. meteorolog. Centralanstalt vom 3. bis 16. Februar 1885.

2. Herr Dr. F. Culmann wird einstimmig als Mitglied in die Gesellschaft aufgenommen.

3. Herr Prof. Lunge giebt eine Uebersicht über die neueren Arbeiten, welche die Theorie der Schwefelsäurebildung behandeln. Ausgehend von den ältern Theorien, legt er die Beweisgründe dar, welche zu Gunsten der von ihm verfochtenen Theorie sprechen, wonach das aktive Gas in der Schwefelsäurekammer nicht Untersalpetersäure, sondern salpetrige Säure ist. Abgesehen von andern Gründen stützt sich diese Annahme vor Allem auf ausgedehnte experimentelle Untersuchungen, welche vor etwa anderthalb Jahren in der Fabrik der Gebrüder Schnorf zu Uetikon von P. Näf unter seiner Mitwirkung ausgeführt worden sind. Der Einwurf, dass das Salpetrigsaure-Anhydrid nicht als Gas bestehen könne, ist schon durch frühere Untersuchungen des Vortragenden widerlegt worden und wird es noch mehr durch jene in Uetikon im grossen Massstabe ausgeführten Arbeiten. Es wurde dann auf die Ursachen des Verlustes an Stickstoffverbindungen eingegangen, wobei namentlich gezeigt wurde, dass die von Lasne und Benker aufgestellte Theorie unhaltbar sei. Im Uebrigen wurden auch hier wiederum die Resultate aus Uetikon besprochen, ebenso diejenigen, welche sich auf den Gang der Temperatur und das damit zusammenhängende Fortschreiten des chemischen Prozesses in den Kammern beziehen. Schliesslich wurde die von dem russischen Chemiker Abraham aufgestellte Ansicht über die schraubenförmige Bewegung der Gase in den Kammern erläutert und als naturgemäss hingestellt.

4. Herr Prof. Schröter weist eine Sammlung javanischer Früchte vor.

Sitzung vom 2. März 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Keine Geschenke.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Atti della reale accademia dei Lincei. 4a série, vol. 1. No. 4—6.
Korrespondenzblatt des Naturforscher-Vereins in Riga. Vol. 27.
Entomologische Zeitung v. Stettin. Jahrg. 46. No. 1—3.
Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. T. 19. No. 2.
Acta horti Petropolitani. Tome 8, fasc. 3 u. tome 9, fasc. 1.
Journal of the R. microscopical society. Series II, vol. 5, part. 1.
Zeitschrift der deutschen geolog. Gesellschaft. Bd. 34. Heft 3.
Memoirs of the geolog. survey of India, series XIV, vol. 1. No. 3 and series X, vol. III. Parts 5.

C. Anschaffungen.

Flora und Fauna des Golfes von Neapel. Vol. 7. No. 9—12.
Acta mathematica v. Mittag-Leffler. Vol. 5, pars 2—4.
Gazzetta chimica. Anno XIV. No. IX.
Centralblatt, biologisches. Bd. 4. No. 24.
Journal de physique par d'Almeida. 2ème série, t. IV. No. 2.
Wetterberichte d. meteorolog. Centralanstalt v. 17. Febr.—2. März.
Markham C. R. Travels in Peru and India. 8°. London 1862.

2. Herr Dr. E. Sieben meldet sich als Candidat zur Aufnahme in die Gesellschaft.

3. Herr Prof. Schröter hält einen Vortrag über den Bambus und seine Bedeutung für die Tropenbewohner, welcher durch zahlreiche Vorweisungen und bildliche Darstellungen ergänzt wird.

4) Herr Prof. Schär hielt einen Vortrag über das Cocaïn Dieses in der jüngsten Zeit oft genannte und namentlich in der Augenheilkunde mit vielem Erfolg verwendete Alkaloid entstammt der südamerikanischen Cocapflanze. Die Blätter derselben sind als Genussmittel seit uralten Zeiten im Gebrauch. Als kräftestählendes, das Bedürfniss nach Nahrung herabsetzendes Mittel waren Cocablätter schon den alten Peruanern bekannt. In den ersten Zeiten der Incadynastien war das Cocakauen auf fürstliche Familien beschränkt, verbreitete sich aber

später allgemeiner unter den südamerikanischen Indianern. In Folge der spanischen Eroberungen in Amerika wurde man in Europa schon in der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts mit der Bedeutung der Coca als Genussmittet bekannt und zwar durch verschiedene spanische Autoren, deren Beschreibungen durch den bekannten Botaniker Clusius wiedergegeben wurden. Der Cultur und Verwendung der Cocapflanze wurde anfänglich namentlich von kirchlicher Seite grosses Misstrauen entgegengebracht und der Cocagenuss als teuflische Eingebung erklärt. Auch wollte man offenbar verhindern, dass die amerikanischen Eingebornen durch die Anpflanzung von Coca von nützlicheren Bodenculturen abgezogen wurden. Später wurde unter bestimmten Bedingungen der Anbau gestattet, das Genussmittel aber besteuert. Die Cocasteuer wurde schon zu Ende des 16. Jahrhunderts eingeführt und stieg bis auf 5% des Werthes an. Sie warf damals in verschiedenen Districten dem Fiscus etwa 80,000 Dollars ab. — Die Cocapflanze, welche in einem kleinen, blühenden Exemplare des hiesigen botanischen Gartens vorgewiesen wurde, führt den wissenschaftlichen Namen Erythroxilon Coca Lam und hat in ihrem Aeussern eine gewisse Aehnlichkeit mit unserer Schlehe. Die Blätter sind eiförmig, die kleinen Blüthen grüngelb, die Steinfrüchtchen braunroth. Die Pflanze ist in den östlichen Anden Peru's einheimisch, durch Cultur aber weitverbreitet worden. Die peruanischen Provinzen Cusco und Carabayo, die bolivianische Provinz Yungas de la Paz, einzelne Districte von Ecuador und Columbien, die Cordillere von Tacora in Chili, einzelne kleinere Gebiete im westlichen Brasilien und nordwestlichen Argentinien bilden das heutige Verbreitungsgebiet. — Die Blätter werden jährlich dreimal geerntet, heissen in grünem Zustande „Mata“ und erst als trockene Waare „Coca“. Die jährliche Production dürfte sich auf etwa 40—50 Millionen Pfund Blätter belaufen, wovon etwa 20 Millionen auf Peru und ungefähr 15 Millionen auf Bolivia kommen. In letzterem Lande ist die Cocaproduction Staatsmonopol und wird gegen hohen Pachtzins an cautionsfähige Unternehmer abgetreten. — Ueber die Methode des Cocakauens, wobei neben den Blättern zugleich eine kalkhaltige, alkalische Mischung die sog. Tonra angewendet wird, haben die Reisenden Pöppig und

v. Tschudi interessante Angaben gemacht; in neuerer Zeit sind dieselben durch den Engländer Markham vervollständigt worden. Aus diesen Angaben geht hervor, dass noch heute wie zur Zeit der Entdeckung Amerikas der Cocagenuss dem dreifachen Zweck dient, das Gefühl des Hungers abzuschwächen, die Muskelanstrengung bei Strapazen weniger fühlbar zu machen und namentlich beim Steigen die Athembeschwerden zu heben und endlich ein gewisses Wohlbehagen herbeizuführen. Es ist wahrscheinlich, dass die stimulirenden Stoffe, welche im frischen Cocablatte enthalten sind, sich allmälig zersetzen, daher das länger aufbewahrte Genussmittel werthlos wird. Einen hervorragenden Antheil an der Wirkung hat das in den Jahren 1860 bis 1862 von Niemann und Lossen aus der Drogue dargestellte Alkaloid Cocaïn, welches kurz nach seiner Reindarstellung von Professor v. Schroff in Wien, später auch noch von Andern physiologisch geprüft worden ist. Schon damals wurden in der Hauptsache diejenigen allgemeinen Wirkungen beobachtet, welche unlängst (1884) den Wiener Augenarzt Dr. Koller zur Entdeckung der fast wunderbaren Einflüsse des Mittels auf die Gewebe des Auges und der Anwendbarkeit als ein lokal die Empfindung sistirendes Mittel geführt haben. Schon damals wurde bei lokaler Anwendung eine Betäubung der Zungennerven, bei innerlicher Anwendung eine ähnliche Wirkung wie beim indischen Hanf erkannt.

Sitzung vom 16. März 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Vom Herrn Verfasser:

Toepfer, Dr. Phänologische Beobachtungen in Thüringen im Jahre 1882.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 10. No. 24.

Ueber die Frage des Weber'schen Gesetzes und Periodicitätsgesetzes im Gebiete des Zeitsinnes v. G. Th. Fechner.

Jahrbuch d. k. k. geolog. Reichsanstalt. Jahrg. 1884. Bd. 34. Heft 4 und Verhandlungen derselben. No. 13—18. Jahrg. 1884.

Mittheilungen aus d. Jahrbuch d. k. ungarisch geolog. Anstalt. Bd. 7. Heft 3.
Földtani Közlöny. Kölet XIV. No. 12 u. Kölet XV. No. 1 u. 2.
Jahresbericht, 14., des Vereins f. Naturk. in Linz ob der Enns.
Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Vol. 3.
Sitzungsberichte d. naturwiss. Gesellschaft Isis pro 1884. 2. Theil.
Proceedings of the R. geograph. soc. Vol. VII. No. 3.

C. Anschaffungen.

Recueil zoologique suisse pr. le Dr. H. Fol. Tome II. No. 1.
Wetterberichte d. schweiz. meteor. Centralanst. v. 3.—16. März.
Elektrotechnische Zeitschrift. Jahrg. 6. Heft 2.
Annalen der Chemie v. Liebig. Bd. 227. Heft 3.
Abhandlungen, paläontolog., v. Dames & Kayser. Bd. 2. Heft 4.
Jahresbericht, zoologischer, für 1883. Abthlg. 1, 3 u. 4.
Leopold von Buch. Gesammelte Schriften. 4. Band.
Beiträge zur Palaeontologie Oestreich-Ungarns u. des Orients. Bd. 5. Heft 1.
Report on the scientific results of the Challenger expedition. Zoology. Vol. VII.

2. Derselbe übergiebt der Gesellschaft ein Exemplar des neuen Catalogs der Bibliothek.

3. Herr Dr. Sieben wird einstimmig zum Mitglied der Gesellschaft ernannt.

4. Der Secretär legt eine Adresse zur Beglückwünschung des Herrn Prof. A. Mousson, anlässlich seines am 17. März stattfindenden 80jährigen Geburtstags, vor. Der Vorstand wird beauftragt, die Adresse sammt den wärmsten Gratulationen der Gesellschaft dem verehrten und viel verdienten Mitgliede zu überbringen.

5. Herr Dr. A. Tobler hält einen Vortrag über die Methoden zur Bestimmung der Kabelfehler. Seit den Fünfzigerjahren sind die submarinen Kabel im Gebrauch; bekannter sind die in den Sechzigerjahren erstellten transatlantischen Kabel, deren Leitungsdrähte mit einer isolirten Guttaperchahülle und ausserdem noch mit einer besonderen Schutzhülle versehen sind. In neuerer Zeit finden unterirdische Kabel auf dem Festlande Verwendung. 1876 wurde das erste Kabel

derart zwischen Berlin und Halle erstellt und gegenwärtig dehnt sich das unterirdische Kabelnetz auf dem Festlande immer mehr aus. — Während die Schutzhülle bei untermeerischen Kabeln in der Regel aus Eisen hergestellt wird, verwendet man bei den unterirdischen Kabeln zu diesem Zwecke Blei, sei es, dass man dem isolirten Drahte Bleiröhren anpresst, sei es, dass man geschmolzenes Blei verwendet, wie dies in der neuenburgischen Fabrik in Cortaillod geschieht. — Während die Kabelfabrikation früher ausschliesslich in England betrieben wurde, hat sie nunmehr auch in Frankreich und Deutschland Eingang gefunden die bekannteste deutsche Firma ist Siemens und Halske. Für die Bestimmung der Kabelfehler bildet die genauere Kenntniss der Stromwiderstände die Grundlage. Da diese von der Temperatur abhängig sind, so können anderseits die unterirdischen Kabel bei der Bestimmung der Bodentemperatur die wichtigsten Aufschlüsse geben. — Kabelfehler können durch verschiedene Ursachen herbeigeführt werden. Einmal kann die Kupferader eine Bruchstelle aufweisen, dann kann ein Bruch von Ader und Guttaperchahülle zugleich erfolgen oder es kann bei der Fabrikation oder durch Zufälligkeiten eine Verbindung von Ader und metallischer Schutzhülle erfolgen; endlich kann die Kupferader im Innern des Kabels blosgelegt werden. — Es ist nun praktisch von grösster Wichtigkeit, an einem im Betriebe stehenden Kabel einen eintretenden Fehler mit Bezug auf seine örtliche Lage genau zu bestimmen. Dies ist in der That möglich und wurde praktisch an dem Kabel zwischen Aden und Suez durchgeführt. — Der Vortragende erläutert diese Methode auf experimentellem Wege. Die erzielte Genauigkeit ist ausreichend, da man bis auf eine englische Meile genau einen Kabelfehler bestimmen kann. In der Praxis hat sich jedoch ergeben, dass Erdströme, deren Gegenwart in kosmischen Ursachen liegt, der genauen Bestimmung von Bruchstellen störend entgegentreten können. [R. Billwiller.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

369) Briefe an Gautier.

Adr. Scherer: St. Gall 1819 VII 9. (Forts.). La comète que j'ai apperçue au sortir de nos grandes pluies du solstice, seulement le 3 Juillet vers 9^h du soir, m'a fort étonné, n'étant jusque là signalée par personne.[1]) Sa position en plein nord ayant nécessité différents arrangements pour pouvoir l'observer commodément, je n'ai pu en déterminer encore aucune position; le clair de lune d'ailleurs et des soirées peu claires auraient rendu les observations difficiles. Mais j'espère pouvoir commencer à l'observer dans 4 à 5 jours au retour d'une course en Thurgovie, que j'entreprends demain, — et je désire qu'elle sorte bientôt de cette constellation du Lynx peu riche en étoiles de comparaison bien déterminées.

Adr. Scherer: St. Gall 1820 IV 14. Je vois avec intérêt qu'à travers toutes vos occupations, les cours que vous donnez et les calculs auxquels vous vous livrez, vous n'avez point perdu de vue le ciel, et si les occultations de planètes et d'étoiles, que vous avez observées jusqu'ici ne vous ont point donné des résultats de l'exactitude requise, ce n'est certes pas de votre faute. En effet des occultations sur les moments desquels on ne pourrait répondre de la seconde, ne sauraient donner des longitudes un tant soit peu éxactes; mais qu'est ce que cela fait? vous n'êtes certes pas pressé d'obtenir de nouvelles confirmations d'une longitude aussi bien établie que celle de l'Observatoire de Genève, et quand vous vous en occuperez, vous n'y employerez que des observations parfaitement bien réussies et dont toutes les circonstances ayent été également favorables. Je ne saurais aussi trop vous recommander de vous méfier du transport du tems au moyen d'une montre à secondes ordinaire; ces montres sont sujettes à des écarts subis et inattendus, dont

[1]) Der Komet 1819 II, um den es sich hier offenbar handelt, wurde überhaupt in Europa Anfangs Juli plötzlich in beträchtlicher Grösse gesehen; die erste eigentliche Beobachtung wurde am 2. Juli in Berlin erhalten.

on n'obtient point le secret par de simples parties proportionelles du tems écoulé entre la confrontation du départ et celle qu'on fait en retour. Il y a bien peu de ces montres auxquelles j'accorderais ma confiance pendant deux heures pour un genre d'observations dont la certitude du tems absolu est le premier élément, la première condition requise. — Ici le tems était couvert le 2^{d} Janvier au matin, et le 28 il pleuvait; le 1er Février j'ai guêté jusqu'à minuit la lune à travers de gros nuages mais en vain, elle n'a pas daigné se montrer, et j'ai été privé de l'occultation de χ Lion annoncé pourtant et qui a été merveilleusement observée par M. Plana à Turin. J'ai en revanche observé l'Immersion de LXI, une petite étoile de 7 à 8 gr. dans le bord obscur de la lune le 23, et celle de χ Taureau le 24 Janvier; je crois ces deux observations bonnes à la seconde. — Quand à l'éclipse de lune qui a eu lieu ici par le plus beau tems du monde je l'ai contemplé à travers les vitres de ma chambre, car j'ai été malade, quoique non alité pendant près de cinq semaines, et n'étais que convalescent à cette époque. Au surplus ce genre de phénomènes a si peu de prix pour les astronomes par le peu d'exactitude que l'observation de ses phases comporte que j'en ai bien peu de regrets; c'est plutôt un beau spectacle. — Quant à Mercure je l'ai beaucoup observé en Décembre dernier, ainsi que les années précédentes. En été il est très difficile à voir. — Vous me faites l'honneur de me consulter pour l'acquisition d'une lunette accromatique propre à bien observer les occultations d'étoiles par la lune, et les éclipses de satellites de Jupiter; je repondrai à cela que, muni, comme vous l'êtes, d'une lunette accromatique de Dollond, j'aurai cru qu'il ne vous restait rien à désirer pour cela, comme pour toute observation qui éxige de gros grossissements, et que tout au plus il pourrait vous rester à désirer une lunette plus petite et facile à manœuvrer pour les observations qui éxigent seulement beaucoup de clarté, un vaste champ et peu de force amplificative, comme p. e. la plupart des Comètes, etc.; mais dès que vous me demandez une lunette bien propre au genre d'observation susmentionné je ne saurais en conscience vous en conseiller une de petites dimensions. Il y a 8 ans que Burkhardt s'opposa à ce que je fis l'acquisition d'une lunette

de 3½ pieds de foyer sur 33 lignes d'ouverture, la trouvant insuffisante pour ce genre d'observations; il m'acheta celle que vous avez vu chez moi qui mesure 38 pouces de foyer et 45 lignes d'ouverture. En effet je puis vous dire par ma propre expérience qu'avec une lunette sensiblement plus petite on observe *mal* ou *point* les occultations d'étoiles audessous de la 3 ou 4e grandeur, qui sont de beaucoup les plus fréquentes, — et qu'avec une plus petite lunette on observe toujours *trop tôt* les Immersions des satellites de Jupiter et *trop tard* leurs Emmersions. Delà les variantes que l'on rencontre à tout moment dans les recueils d'observations de satellites, pour une même éclipse suivant les observateurs et les différentes lunettes, dont ils se sont servis. — Si vous me demandez d'où je tirerais une pareille lunette, je vous répondrai avec la même franchise que quant à moi, si je me trouverais dans le cas à faire une pareille acquisition, je n'hésiterais pas un instant à la tirer de l'Institut d'optique de Benedictbeuren, actuellement transféré à Munich. A Paris vous serez plus vite servi, vous trouverez peut-être même chez Lerebours ou Cauchoix du tout fait; mais il y a une grande différence dans le fini des objectifs de Munich et la pureté de la matière, d'avec ceux qui se font à Paris. Dans les objectifs de Munich jamais une bulle, jamais une paille, strie ou autre défectuosité, tandis que les grands objectifs de Paris en sont rarement exempts. En effet quelle garantie que de savoir le célèbre Professeur Fraunhofer à la tête de cet Institut de Munich! tant que ce profond théoréticien dirigera les travaux de cet établissement il se soutiendra au premier rang en Europe. Les prix sont à peu près les mêmes que ceux de Paris, comme vous en pourrez juger par les catalogues. Quant au tems de la livraison il diffère infiniment suivant l'époque favorable ou défavorable où arrive votre commission, et je ne vous cache pas qu'il est ordinairement long. J'ai obtenu au bout de huit mois un grand niveau à bulle d'air pour ma lunette méridienne, et il s'est déjà écoulé 14 depuis que je lui ai commandé un chercheur de comètes sans que je sache quand je le recevrai. Cela est ennuyeux sans doute; mais avec de la patience on finit enfin par avoir du *bon*. Les articles du Baron de Zach vous auront suffisamment démontré qu'avec Ramsden

c'était la même chose, que de nos jours avec Throughton, Reichenbach, Repsold et autres fameux artistes; il faut donc en prendre son part. Si vous vous décidez cependant pour Paris, je vous engagerai à faire essayer votre lunette sur des objets célestes par Burkhardt, Mathieu ou Arago avant que d'en conclure l'achat. — Durant vos calculs de l'éclipse du soleil du 7 Septembre vous êtes vous amusé à projeter la trace de l'ombre sur un globe ou sur une bonne carte d'Europe? En me servant des trois tables que donne Littrow, j'ai projeté sur une carte d'Allemagne la ligne de centralité et les limites septentrionales et méridionales de l'ombre jusqu'en Souabe et Bavière, et en prolongeant de peu de choses ces courbes, je trouve que St. Gall et Coire se trouveraient encore dans l'ombre, et Zurich sur l'extrême frontière méridionale. Si cela était exact, on devrait en conclure que notre partie de la Suisse verrait encore l'éclipse annulaire ou à très peu près annulaire; mais comme je me méfie un peu de ces résultats j'ai communiqué mes doutes à M. Feer de Zurich, qui va s'occuper d'une Projection exacte de cette éclipse, et me communiquera aussitôt ses résultats. En attendant les formules de Littrow me donnent pour St. Gall: Commencement à $1^h\ 21{,}6^m$; fin à $4^h\ 10{,}1^m$; durée $2^h\ 48{,}5^m$. — Je crois de vous avoir dit dans le tems que *Olbers*, en calculant l'orbite de la belle comète de l'été dernier, avait trouvé que notre terre avait passée le 26 Juin dans la direction de sa queue, et que le soleil, la comète et la terre devaient s'être trouvé ce jour là à si peu près sur une même ligne droite qu'un passage de la comète sur le disque du soleil en avait dû être la suite nécessaire; l'entrée devait avoir eu lieu le 25 Juin à $17^h\ 39^m$, plus courte distance des centres $= 1'\ 27''$ à $19^h\ 30^m$, sortie à $21^h\ 18^m$ au méridien de Berlin. Il terminait cette annonce par le vœu (quoique denué d'espoir) que quelqu'astronome se soit par hazard trouvé observer le soleil le 26 Juin entre 5 et 7^h du matin, et veuille bien lui extraire de son journal de la manière la plus circonstanciée ce qu'il pourrait avoir vû ce jour là et à ces heures là. Peu de probabilité en effet qu'il put obtenir les renseignements désirés puisque 5 à 7 heures du matin ne sont pas les heures où l'on s'occupe le plus du soleil. Le bonheur ne veut-il pas qu'un Général de *Lindener* à Glatz,

vieillard de 77 ans, qui depuis 20 ans observe assiduement les taches du soleil deux ou trois fois par jour, les mesure et les dessine dans son Journal, se soit trouvé braqué avec son Ramsden de $2^1/_2$ pieds sur le soleil ce jour là aux heures indiquées et fasse connaître à Olbers par la voie des Ephémérides de Berlin pour 1822 qu'en feuilletant son Journal, il trouve avoir observé le 26 Juin à 5, 6 et 7^h du matin le disque solaire *sans aucune espèce de taches!* — Voilà donc la question de la transparence et de l'extrême subtilité de matière des comètes constatée par une épreuve directe et frappante. Il est heureux, comme dit Olbers en apprenant cette nouvelle, que cette épreuve tomba précisement sur une comète dont le noyau était des plus vifs, des mieux terminé, mesurant 12″ de diamètre et ayant un aspect tout à fait planétaire.

Adr. Scherer: Ober-Castel 1820 X 24. Je vous remercie infiniment, Monsieur, de continuer à me tenir au courant de vos travaux astronomiques auxquels je prendrai toujours le plus vif intérêt. — Je ne crois pas pouvoir réciproquer mieux votre communication de l'observation de l'éclipse du 7 Septembre qu'en vous accompagnant de même au bas de la présente mes résultats [1]). — Rien de plus beau et de plus intéressant que le spectacle que nous a présenté cette Eclipse pendant la durée de l'anneau; j'ai cherché à en esquisser, tant bien que mal, les circonstances dans une lettre au Baron de Zach, dont vous lirez peut-être des fragments dans sa Correspondance astronomique. — Je n'ai pas encore reçu l'observation de Mr. Horner qui sans doute aura bien plus de prix que la mienne, par toutes ses remarques scavantes dont il l'accompagnera; ce que je sais seulement par M. Feer c'est qu'ils ont vû l'éclipse *annulaire* à Zurich, tandis que le calcul et la figure construite rendaient la chose fort peu probable. Il paraît que la latitude de la lune était un peu plus petite que ne l'indiquaient les Ephémérides de Berlin où ont été puisés tous les Eléments des calculs de Feer. A Berne l'éclipse n'a plus été annulaire. Il est bien dommage que faute d'Astronomes nous n'ayons point d'observations

[1]) Liegen nicht bei; dagegen kann für Scherer's Beobachtung dieser Finsterniss auf Bd. 15 der Bibl. univ. verwiesen werden.

à attendre des villes de Schaffouse, Constance, Brégenz, Coire, etc., où elle l'aura été, et cela par le plus beau tems du monde comme chez nous. — Je vous félicite bien, mon cher Monsieur, de l'acquisition que vous venez de faire de la lunette de $3^1/_2$ pieds de Dollond appartenant jusqu'ici à Mr. Maurice. Je dois croire qu'une lunette de cette dimension peut supporter un grossissement de plus de 136 fois par des tems purs et sereins, et je n'hésiterais pas à votre place de l'essayer en faisant construire un oculaire à Paris, par Lerebours et Cauchoix. — Vous pouvez à votre tour me faire compliment d'une lunette de nuit, soit chercheur de comètes, que je viens de recevoir de Fraunhofer de Munich après une attente de 21 mois. Je suis dans l'enchantement de cette lunette, qui est le superlatif de la clarté et de la netteté joint à un très grand champ. Je prévois qu'elle fera mes délices, si ce n'est pour chercher des comètes, du moins pour étudier le ciel. On conçoit qu'avec de l'habitude rien ne peut vous échapper avec une telle lunette. Le nom *d'Oeil de chat,* qu'on donne aussi à ce genre de lunettes, me paroît bien mérité, puisque dernièrement à l'époque de la nouvelle lune j'appercevais de nuit close le contour des forêts, des villages et villes sur la côte de Souabe à de grandes distances, et avec une nétteté qui faisait mon étonnement; rien de plus facile donc que d'appercevoir des mâts à de grandes distances à l'horizon, de soir et même de nuit, quand on est en plein mer; à présent je le comprends. — Pour répondre aux questions que vous m'adressez relativement à ma commande d'un cercle répétiteur chez Utzschneider, Liebherr et C. à Munich, je vous dirai: *1°* Que *Troughton,* très vieux, ne se chargeait plus que de quelques grandes constructions pour l'Observatoire de Greenwich; et il est, je crois, mort depuis lors. — *2°* Que le fameux *Repsold* à Hambourg ne fait point de cercles portatifs, et que le Cercle méridien que le Baron de Zach se chargeait de m'obtenir de lui, ne pouvait bien me convenir par bien des raisons. — *3°* Que *Reichenbach* n'accepte plus de commandes d'instruments, ne veut plus en faire, et m'a donné des refus directement et indirectement. — *4°* Que *Schenk* de Berne, qui travaille bien, s'est mis dans la tête de perfectionner les cercles *à la Reichenbach,* et les surcharge de tant de vis, de corrections,

de pièces ajoutées, etc., pour obtenir des corrections et rectifications *peut-être illusoires* (ou du moins qu'il n'obtient pas mieux que son illustre maître par ces nouveaux procédés) que Feer et Horner m'en ont tout-à-fait dégouté, me disant, qu'il avait compliqué sans raison et d'une manière nuisible ce genre d'instruments, et qu'il était si engoué de ces nouvelles inventions qu'il ne consentait point à en faire sur d'autres principes plus simples et éprouvés. — Le cercle que j'ai commandé est de 12 pouces à 2 lunettes et à niveau mobile, parfaitement semblable à celui que le Baron de Zach transporte avec lui dans tous ses voyages ; il porte 4 verniers qui donnent 4″ à la première lecture sur un limbe divisé sur argent, et 4 microscopes pour faciliter la lecture. Les deux lunettes de 16 pouces de foyer et 15 lignes d'ouverture procurent un grossissement plus que suffisant et une clarté et netteté extrême. Le cercle azimuthal est de 5 pouces de diamètre et divisé de minute en minute. Ce cercle est muni en outre du niveau assujetti sur la lunette inférieure, — d'un petit niveau fixé sur l'axe horizontale, — d'un plus grand pour suspendre sur l'axe, comme cela se pratique avec les lunettes méridiennes, — d'un oculaire prismatique pour observer commodément à de grandes hauteurs, — de verres noirs, — etc. L'éclairage des fils se fait par l'axe. Si vous voulez connaître tous les avantages que présente la construction d'un pareil cercle, je ne puis mieux faire que de vous renvoyer à la description qui s'en trouve dans le *Mémoire du Baron de Zach sur la mesure de degré faite en Piémont par le P. Beccaria,* paru à Turin en 1813.[1]) Un pareil cercle coute à Munich fl. 800 soit 1750 francs ; quand on en commande un, il faut se préparer ordinairement à 1 an ou 1½ d'attente, vû qu'on prend les commissions par ordre de date ; quant à moi il parait que je serai favorisé par le hazard qui a voulu qu'il se trouva dans les Ateliers Utzschneider un cercle de 12 pouces presqu'achevé et sans destination précise, auquel on va donner la dernière main pour me l'expédier dans peu de semaines. — Un cercle répétiteur à axe et niveau fixe de 1½ pieds de diamètre

[1]) Die Abhandlung selbst erschien 1811, — dagegen ein Auszug in der Mon. Corresp. 1813.

(comme je le conseillerais pour vous, qui avez un Observatoire en règle, et sûrement une croisée à lui dévouer) vous coutera à Munich 1900 francs; mais je préférerais encore de faire exécuter par Repsold qui s'est immortalisé par celui de Göttingen. Mr. Horner est fort bien avec Repsold et se chargerait sûrement de votre commission. — Quant à l'artiste nommé *Gambey*, je ne puis en rien dire, puisque c'est la première fois que j'en entends parler; mais si la chose me regardait, je ne pourrais me décider à donner une commande aussi importante que celle-là à un artiste qui n'aurait pas une réputation *faite* dans toute l'Europe. Vous connaissez la forfanterie française et qu'à entendre un français on fait tout mieux chez eux que chez les autres; il en résulte pour moi que le jugement des Scavants français ne me suffirait jamais pour assurer le mien sur le compte d'un de leurs compatriotes. — Ne concluez cependant point de ce que je viens de dire que je partage les idées du Baron de Zach sur le compte des Astronomes français; je trouve moi-même qu'il est devenu furibond, et que ses critiques, quoique tombant rarement à faux, sont trop pleins d'amertume; mais aussi pourquoi Mr. Arago a-t-il commencé les hostilités, il y a 4 ans, par sa critique un peu trop légère (dans la Conn. d. tems) de l'ouvrage du Baron intitulé *Attraction des Montagnes, etc.;* il parait qu'il ignorait qu'il avait à faire à partie beaucoup plus forte que lui, à un homme qui n'avait ignoré ni oublié aucune des pécadilles des Académiciens français depuis le tems de Bouguer et De la Condamine jusqu'à nos jours et qui n'attendait que d'être en guerre ouverte pour les mettre au jour avec des pièces probantes. Je désire cependant comme vous pour les lecteurs de la Correspondance astronomique que la paix se fasse entre ces vaillants champions. — Ma lettre étant déjà bien longue je remettrai à une autre fois de vous parler d'un petit observatoire que mes belles sœurs me font construire sur le château de Castel pour charmer mes loisirs à la campagne. Je pourrai aussi peut-être alors vous annoncer l'arrivée de mon cercle, et vous dire s'il me parait répondre à mon attente.

Joh. Feer[1]*): Zürich 1820 XI 12.* Je prends la liberté de

---

[1]) Vergl. Biogr. I 423—40 und Gesch. d. Verm. p. 161—68, etc.

vous envoyer l'observation de l'éclipse annulaire du soleil du 7. Sept. de M. Horner et de moi, qui était favorisée d'une manière distinguée par un très beau temps, ainsi que nous avons pu observer les quatre phases principales, et comme la durée de l'anneau était seulement entre $1^m\ 35^s$ et $1^m\ 38^s$, il parait que nous n'avons pas été loin du bord occidental de la bande, dans laquelle l'éclipse était annulaire.[1]) A Berne, à ce que j'ai oui dire, l'éclipse n'était pas annulaire, ni même à Aarau, ainsi que le bord de cette bande passait entre Aarau et Zurich. Moi je préfère le moment indiqué par M. Horner pour le commencement, parceque je crois de l'avoir marqué un peu trop tard; je crois exact les autres tant que ma lunette, qui est beaucoup inférieure à celle de M. Horner, les a représenté; les momens du temps sidéral sont, à ce que je crois, assez justes. Ayez la bonté de présenter ma note à M. le Professeur Pictet avec bien des complimens de ma part, et de lui dire que, quand il les croyait assez bonnes pour les mettre dans la bibl. univ., je le priai de le faire. J'ai vu vos observations et celles de M. Eynard à Rolle, et j'ai vu avec plaisir la méthode dont vous vous êtes servi pour déterminer plus sûrement avec le micromètre le point d'attouchement; mais il faut pour cela que vous avez un micromètre qui donne l'inclinaison des fils, ce que je n'ai pas encore vu; cependant je peux bien m'imaginer comment cela peut se faire.

F. J. Delcros: Paris 1820 XII 28. En arrivant à Paris de retour de ma mission pour la mesure de la Méridienne de Sédan à Marseille, j'ai trouvé une lettre de M. Pictet datée de Florence. Il m'y dit qu'il va faire insérer dans la Bibl. univ. ma détermination de la hauteur de Paris et mon observation de l'Eclipse de soleil du 7 Sept. dernier. Je vois avec peine, que Mr. Pictet a pris ma lettre, qui était confidentielle et devait rester entre moi et lui pour un article à insérer. Je suis désespéré de cette circonstance. Il est trop loin que je puisse lui écrire à tems pour empêcher cette publication qui peut me faire bien du mal. C'est à vous, Monsieur, qui m'avez donné

---

[1]) Vergleiche den unter No. 336 gegebenen Brief von Horner von 1820 XI 24.

tant de preuves d'obligeance que je viens m'adresser pour réparer, s'il en est encore tems, une méprise aussi grave. Je viens donc vous prier, avec la plus vive instance, de voir de ma part la personne chargée de la composition de la Bibl. univ., et de la prier de retrancher tout l'article que Mr. Pictet a dû lui envoyer relatif à mon observation de l'Eclipse de soleil. Je vous en expliquerai les raisons dans une autre lettre; elles sont indépendantes de l'observation même, et seulement relatives à des tracassions que l'on me fait ici par jalousie.[1]) Quant a l'article relatif à ma nouvelle détermination de la hauteur de Paris il doit être inséré en entier dans ce recueil. Je pense que ce rétranchement ne souffrira aucune difficulté et vous m'aurez rendu un bien grand service.

Adr. Scherer: St. Gall 1821 I 12. Je m'empresse de vous envoyer la copie des occultations indiquées dans les Ephémérides de Berlin pour les années 1821, 1822 et 1823. Vous y verrez paraître tant comme dans les annonces de Florence à plusieurs reprises les Pleyades; je ne scaurais trop vous engager à quêter le phénomène chaque fois que les approches de la lune sont signalées, car les Pleyades sont des Etoiles dont la position est maintenant déterminée avec beaucoup d'exactitude, et très propres à déterminer les longitudes. Elles ont le grand mérite de se succéder rapidement et de vous procurer la chance d'en apprendre plus dans l'espace de deux heures sur l'article de votre longitude que dans deux ans d'observations isolées, souvent contrariées par le tems et d'autres circonstances. Les Hyades m'ont procuré le même avantage le 19 février 1812 et 7 étoiles observées dans l'espace de $6^1/_2{}^h$ de tems cette nuit-là ont décidé de la longitude de St. Gall incertaine alors de plusieurs secondes en tems. — Vous avez bien raison de vous plaindre de la Connaissance des tems, qui depuis quelques années n'annonce presque plus de phénomènes célestes; je vous réponds bien que si je trouvais à remettre les 18 Volumes que j'en possède, je l'abandonnerais tout de

---

[1]) Ein solcher erklärender Brief fehlt; dagegen ersieht man aus einem Briefe von 1828 IV 4, dass die Reclamation zu spät eintraf.

suite pour m'abonner aux Ephémérides de Milan. — Vous m'apprenez, Monsieur, que vous avez inséré mon observation de l'Eclipse annulaire dans la Bibliothèque universelle; j'étais si loin de me douter que cet honneur me fût reservée que j'ai omis effectivement de l'accompagner des détails qui pouvaient la rendre intéressante, ce dont j'ai à présent du regret; mais vous les lirez je pense dans la correspondance du Baron de Zach, à moins que la quantité d'observations de cette éclipse qui lui sont envoyées de toute part ne le forcent d'abréger et de réduire à peu de mots l'article de chacune, ce qui serait très possible. — Je n'ai point remarqué le trait d'un gris rougeâtre, dont vous a parlé Mr. Horner, — mais observé au moment de la formation et de la rupture de l'anneau le même peigne, la même scie, dont parle le Baron de Zach. En général l'observation du Baron de Zach à Bologne et celle de Nicolai à Mannheim sont celles qui ont le plus de rapport avec la mienne; j'y retrouve, en d'autres mots, les mêmes choses et les mêmes apparences que j'ai cherché a décrire. — Les raisons qui m'ont déterminées à ne point faire usage de ma grande lunette de Cauchoix, mais à préférer ma très bonne lunette de Fraunhofer de 22 pouces de foyer, pour l'observation de cette Eclipse, c'est que pour moi qui l'attendait *annulaire,* il m'importait: *1°* de saisir avec cxactitude le commencement de l'éclipse; or, mon instrument n'étant pas monté parallatiquement, il fallait estimer à l'œil l'angle de $65^1/_2°$, que devait faire le point de contact avec la verticale, ce qui aurait été impossible avec un grossissement de 91 fois qui ne m'aurait laissé entrevoir dans le champ qu'un petit segment du disque lunaire. — *2°* Il m'importait d'embrasser pendant toute la durée de la phase annulaire l'ensemble du phénomène, afin de ne laisser échapper aucune de ses particularités ou des apparences qui pouvaient être produites par une atmosphère de la lune sur l'un ou l'autre de ses bords, sur l'une ou l'autre moitié de son disque; enfin il fallait prévoir dès la formation de l'anneau le moment peut-être très proche où il allait se rompre, et tout cela je ne pouvais l'obtenir qu'avec un moyen grossissement. — Ma lunette de Fraunhofer a donc parfaitement rempli mon but en y appliquant un grossissement de 60 fois; les disques solaires et

lunaires s'y montraient en entier et en remplissant justement tout le champ, et sa grande clarté et netteté a supplée à ce qui pouvait lui manquer en grossissement. Jamais je n'aurais hazardé d'observer cette éclipse avec ma grande lunette de Cauchoix, dont le plus petit grossissement est de 91 fois. — J'ai vû depuis lors que la plupart des observateurs allemands s'étaient également servis de grossissements d'environ 60 fois et je ne suis point éloigné de croire que vous auriez observé l'entrée de la lune dans la même seconde avec Mr. Pictet, si vous aviez eu à votre disposition une lunette bonne et moins forte, car votre erreur sera sans doute provenu de n'avoir pas sçû estimer avec justesse le point du disque solaire, où il fallait regarder et attendre la lune. C'est cette même incertitude qui fait manquer tant d'immersions. Lorsqu'on a à faire à des étoiles de 4 à 8 grandeur, qui nécéssittent de gros grossissemens; il n'y a qu'une monture parallatique qui puisse en pareil cas parer à cet inconvénient. — L'observation de l'éclipse a été faite dans mon Observatoire que vous connaissez bien; mes Dames l'observaient dans le jardin avec une lunette de Dollond que j'y avais établie afin qu'on me laissat tranquille, et de cette manière tout a été bien et tout le monde a été content. — Pour répondre à vos questions relativement à ma lunette de nuit, je vous dirai qu'elle mesure 24 pouces de foyer et 34 lignes d'ouverture, avec un oculaire astronomique grossissant 10 fois et un champ embrassant 6 degrés; le tube est en bois garni en laiton. Cette lunette est sensée pouvoir se tenir à la main; mais je la trouve trop pesante et je l'ai établie sur un pied de laiton, appartenant à un vieux télescope à miroirs, qui semblait fait exprès à ce but; à présent elle se manie au gré de mes désirs. — Loin d'espérer découvrir des comètes avec cette lunette, mon ambition se borne uniquement à savoir trouver celles qu'on m'indiquera, car quelques essais de ce genre que j'ai fait m'ont prouvé la difficulté de trouver un atôme (comme elles le sont souvent) au moyen d'observations qui datent de deux mois quand elles vous parviennent. On se perd dans ces myriades d'étoiles, et on passe quelquefois des nuits entières à des recherches infructueuses, et qui abîment les yeux; il est cependant vrai de dire, que jusqu'icy je n'avais point de lunettes

propres à ce genre de recherches, ce qui augmentait beaucoup la difficulté. — Des Cartes comme celles de Harding sont bien précieuses lorsqu'il s'agit de chercher une Comète, et c'est aussi avec beaucoup de plaisir que j'apprends que la dernière livraison de cet excellent Atlas va paraître. — Je vois par votre lettre que vous comptez vous livrer à des calculs d'orbites; je me ferai donc un devoir de vous envoyer les observations de la première Comète qui sera signalée, autant qu'elles ne soyent pas dans la Corresp. astr. du Bar. de Zach que je sais que vous recevez aussi promptement que mois. — Pour en venir à la demande que vous me faites relativement à la lunette méridienne, je vous dirai qu'après 2 à 3 ans de tâtonnements j'en suis venu à trouver une mire méridienne *naturelle*, qui diffère si peu du vrai méridien, que les corrections des passages sont tout à fait invisibles. Je ne m'occupe donc plus de rechercher de déviations que les jours où je n'ai pas pû m'assurer du pointé de ma lunette sur cette mire, et dans ce cas là j'ai toujours employé la méthode de Delambre par les étoiles hautes et basses. La méthode des étoiles circompolaires *excellente en elle même* est d'un usage moins fréquent; elle suppose un tems resté beau pendant 12 heures, et surtout elle suppose pendant cet intervalle de 12 heures une immobilité parfaite de la lunette méridienne et une marche de la pendule qui n'ait subi aucune altération, — conditions dont on ne peut pas toujours répondre. De Zach a donné dans son ouvrage *Tab. Aber. et Nut.* un Catalogue de 80 couples d'Etoiles hautes et basses différent très peu en ascens. dr., qui est fort commode pour ces recherches de déviation. — Quant aux hauteurs correspondantes je n'en ferais pas usage à votre place pour une lunette méridienne qui est déjà à peu près dans le méridien; les méthodes susmentionnées vous donneront plus d'exactitude. J'aime d'ailleurs mieux règler par les étoiles un instrument principalement destiné à observer des étoiles. L'Irradiation solaire affecte toujours un peu le pointé et vous remarquerez prèsque toujours une petite différence sur le temps absolu déterminé simultanément par le soleil et par une Etoile. — Je termine cette longue épitre en faisant des vœux pour que Repsold vous réponde et vous fasse un cercle; soyez persuadé qu'un cercle de Repsold

sera supérieur à tout ce que Paris et Londres peuvent vous livrer de plus parfait dans ce moment, et que vous en serez quitte à meilleur marché; lisez seulement pour vous en convaincre les merveilles qu'on rapporte du grand cercle de Göttingen et les observations de Gauss faites avec cet instrument, — c'est vraiment admirable.

John Herschel: London 1822 VII 6.—I am extremely happy that it falls to my lot to announce to you your election as an Associate of the Astronomical Society of London[1]), which took place at the last meeting of that Body on the 11th January. I would gladly hope that the Society may reap the benefit of occasional communications from you, as your zeal for the progress of Astronomy, seconded by the instruments which by this time I presume are at your disposal, will naturally lead you to make many interesting observations, accounts of which will allways be acceptable to the Society, as one of its most important objects is to form points of connexion with those who are fellow labourers in this vast field, in all parts of the world.[2])

J. Nicollet: Paris 1822 VII 27. Aussitôt après avoir reçu votre lettre, mon cher ami, je suis allé voir Gambey. Je l'ai trouvé s'occupant fortement de votre cercle. J'en ai vû toutes les parties en bon train; mais quelque activité qu'il y mette, nous ne pensons pas que l'instrument peut être livré à la manœuvre avant la première quinzaine de Septembre. Voilà donc un motif, mon ami, qui peut vous porter à retarder votre voyage de quelques jours. Je désire d'autant plus que vous puissiez le faire que j'ai aussi ma raison pour qu'il en soit ainsi: Le Bureau des Longitudes vient de me désigner pour coopérer avec MM. Carlini et Plana aux opérations qui doivent joindre la triangulation de France avec celle de la Lombardie et du Piémont. Je pars les premiers jours d'août pour me rendre à

---

[1]) Herschel war damals „Foreign Secretary" der Astron. Society. — [2]) Eine Reihe anderer Briefe in englischer Sprache, welche Gautier theils von Herschel, theils von Airy, South, Carrington, etc. erhielt, habe ich für gegenwärtige Sammlung nicht ausgezogen, — theils weil mir die Sprache weniger passend erschien, theils weil ein guter Theil fast unleserlich war.

Chambéry, lieu de *rendez-vous* des commissaires; de là je reviendrai m'établir à Lyon, avec les officiers de génie français pour y travailler. Je ne compte rentrer à Paris que dans la première quinzaine de Septembre. A cette époque Arago et Mathieu seront probablement encore absents, car ils doivent aussi bientôt retourner sur les côtes de France pour y terminer les opérations qu'ils ont commencées l'année dernière. Tachez donc, mon Cher, de coordonner vos mouvemens avec les notres. Que ce serait aimable de venir me prendre à Lyon pour revenir ensemble ici! Nous pourrions nous entendre pour celà; je vous écrirai de Chambéry ou de Lyon, et vous pourrez aussi me donner de vos nouvelles à l'une de ces deux villes; dans la première *chez M. le Professeur Raymond*, et dans la seconde *poste restante.* — Gambey m'a solennellement promis qu'il n'y aura plus de retard, et il m'autorise enfin à vous engager à venir.

J. Plana: Turin 1822 XI 21 — Voila bientôt un mois, mon très cher Mr. Gautier, que j'ai reçu par Mr. de Scherer votre aimable et fort importante lettre du 17 Octobre, qui renferme vos observations des Signaux donnés sur le Colombier, et les passages observés avec Votre Lunette méridienne. J'ai communiqué Votre lettre à Mr. Carlini, qui se trouvait encore ici lors du passage de Mr. Scherer; et certes je n'aurai pas différé jusqu'à ce jour pour vous répondre, si une série non interrompue d'occupations n'avait pas absorbé tout mon temps. Nous étions à Turin depuis les premiers jours d'Octobre, et nous comptions en partir aussitôt pour prolonger l'arc mesuré par le P. Beccaria jusqu'aux bords de la mer près d'Oneglia. Mais il nous fallait auparavant décider une question sur la longueur absolue d'un côté de la chaîne des triangles qui fait partie de la triangulation exécutée dernièrement en Savoie. Ce travail ne paraissait exiger d'abord qu'une semaine au plus: Mais une fois lancés dans cette recherche, les doutes sont devenus plus sérieux, et il a fallu mesurer une base (à la vérité assez petite) pour aller à la source du bien et du mal, et avoir des pièces vraiement justificantes. Les bornes d'une lettre ne me permettent pas de vous mettre au fait de cette opération qui sera un jour toute imprimée. Mais, pour faire excuser mon silence,

je dois vous apprendre que pendant tout le mois d'Octobre nous avons été sans cesse occupés de la triangulation que nous avons faite aux environs de Turin, et qu'il a fallu renoncer pour cette année au projet de prolonger l'arc du P. Beccaria. — Mr. Carlini est parti d'ici le 4 Nov. Après son départ j'ai dû m'occuper des détails que je devais à notre Ministre du l'Intérieur, et lui apprendre par une très courte Notice ce que nous avions fait pour tâcher de nous acquitter de notre mieux de l'honorable mission qui nous avait été confiée. Ce travail m'a tenu occupé une huitaine de jours. Après cela j'avais à placer la Mire sur laquelle pointe la Lunette de mon grand Cercle méridien; ainsi jugez, mon cher Monsieur, si je pouvais vous répondre plutôt? J'aurais pû vous écrire à la hâte quelques lignes, mais je voulais vous dire, que je vous sais bien bon gré de m'avoir procuré la connaissance personelle de Mr. de Scherer: C'est un Amateur d'Astronomie comme il y en a peu, et je regrette que cette bonne fortune me soit arrivée dans un moment où j'étais surchargé d'occupations. Outre cela Mr. de Scherer n'a pû s'arrêter ici qu'un jour et quelques heures; ainsi tout a conspiré pour me contrarier dans le désir que j'avais de lui donner des marques d'estime et d'intérêt d'autant plus efficaces qu'il s'agissait d'un de vos amis. — Les observations des signaux que vous nous avez envoyées nous ont paru très-bien faites. Les petites différences entre les trois observateurs n'ont rien qui puisse infirmer le résultat tiré de la moyenne. Je ne doute nullement que le tems absolu sera très bien déterminé par vos observations des passages. — Si vous desirez nos observations *brutes*, sans aucune rédaction, je pourrai vous les envoyer dans peu de tems; mais j'ignore quand j'aurai fini de mon côté le calcul de ces observations: J'ai bien l'intention de m'en occuper sans délai, et mes idées sont déjà tournées en partie vers ce but, mais je n'ose rien promettre. Lorsque ce travail sera fait, il sera facile d'en faire un Extrait, et nous prierons Mr. Pictet de lui trouver une place dans la Bibl. univ. Pour rendre cet Extrait un peu intéressant, il faut, ce me semble, citer les résultats définitivs, et pour avoir ceux-ci il faut avoir tout fait. Nous tâcherons donc de réparer le retard par une notice, qui vaudra mieux que celle que nous

pourrions faire dans ce moment, en évitant toute conclusion définitive. — J'ai commencé à manier mon Cercle méridien de Reichenbach: J'ai un trop petit nombre d'Observations pour pouvoir taxer au juste cet Instrument, mais j'ai lieu d'espérer qu'il fournira des résultats très-satisfaisans. Je suis curieux de voir, si, pour quelques étoiles, je trouve dans les déclinaisons les différences que Bessel vient de déclarer dans le nouveau Cahier de la Corresp. du Bar. de Zach. Le reste je vous le dirai dans une autre lettre; pour le moment, permettez-moi de finir, et de joindre aux sentimens d'estime que je vous avais déjà voués ceux de l'amitié, que vous m'avez inspirés.

J. Plana: Turin 1822. XII 22. — J'ai commencé une série d'observations avec mon Cercle méridien de 3 pieds, qui est, à tous égards, pareil à celui de Mr. Bessel. Il me faudra au moins une année avant que j'aie pû le soumettre à toutes les vérifications par lesquelles Mr. Bessel a jugé le sien. En attendant j'ai tout motif de croire que cet Instrument est capable d'un très haut degré de perfection. La facilité et la promptitude avec lesquelles l'on peut faire les observations est telle, que l'on pourrait entreprendre la confection d'un Catalogue d'étoiles et l'achever dans peu d'années. Mais j'ignore si un tel travail serait le meilleur auquel il conviendrait de se livrer dans l'état actuel de la science. Toute fois, s'il est vrai (comme je suis déjà fort disposé à le croire) que les 36 étoiles principales ont besoin de la rectification annoncée dernièrement par Mr. Bessel dans le Journal de Mr. de Zach, je ne serais pas surpris si j'apprenais un jour que les autres étoiles, qui ont été beaucoup moins observées, renferment parfoi des erreurs dans leur déclinaison qui s'élèvent à quelques dixaines de seconde. Il conviendrait de partager ce travail entre plusieurs astronomes, et de le suivre avec persévérance: Mais tous devraient avoir des Instrumens comparables, et avoir le tems à leur disposition, ce qui est fort rare. — Dans ce moment je fais imprimer un Mémoire sur les réfractions, où je discute plusieurs points de cette théorie. Il est difficile de réussir dans ce problème: On voit qu'en dernière analyse il dépend de la loi du décroissement de la chaleur dans le sens vertical, et comme cette loi n'est pas connue, on a imaginé des hypothèses, qui,

dans le fond, ont été dictées plutôt par la facilité de l'intégration, que par l'examen des causes sans cesse actives pour maintenir ce décroissement. Vous verrez que je n'ai rien fait pour perfectionner cette théorie; mais il y a plusieurs développemens et rapprochemens à faire qui m'ont paru pouvoir être utiles, sans croire cependant qu'ils le seront effectivement. Au reste, vous aurez ce Mémoire aussitôt qu'il sera imprimé; je vous prie de vouloir bien le lire, et de m'en dire votre avis, duquel je ferai toujours le cas que mérite le jugement d'un ami profondément versé dans la science. — Malgré ces occupations je tâche de calculer les observations faites cette année dans les montagnes. Il faut bien du tems pour réduire ces nombreuses observations, en tenant compte de toutes les rectifications. Cependant j'ai le travail entre les mains, et je ne le quitterai pas sans l'avoir achevé. Mr. Carlini s'en occupe de son côté, et il est même plus avancé que moi. — J'ai toujours le projet d'aller à Paris dans le courant de l'année 1823, et certes je voudrais bien pouvoir m'y trouver avec vous. Je prévois cependant que j'obtiendrai difficilement la permission de m'absenter.

Fr. Carlini: Milan 1823 II 17. J'ai reçu dernièrement votre très-obligeante lettre et je m'empresse de vous communiquer les observations des instans des feux du Mt Tabor qui vous sont nécessaires pour compléter le Mémoire que vous préparez sur cette opération. Je regrette de n'avoir pas dans ce moment assez de tems pour vous remettre toutes mes observations brutes, qui pourraient acquérir un plus grand prix et une plus grande exactitude, si elles étaient calculées par vous même et par les mêmes élémens que vous avez employé pour réduire les vôtres. — Je viens de recevoir une nouvelle astronomique bien importante: Mr. Rumker a retrouvé à Paramatta la Comète d'Encke, que l'on attendait, et a pu l'observer depuis le 2 jusques au 13 de Juin passé. — Je me rappelle toujours avec plaisir et avec reconnaissance le peu de jours que nous avons passé à Genève, et la bonté avec laquelle nous y avons été reçus. Je vous prie, Monsieur, à vouloir bien me rappeler au souvenir de Mr. Pictet et de votre très-respectable famille, et d'agréer vous-même les assurances de mon estime et de mon amitié.

J. Plana: Turin 1823 III 11. J'ai reçu aujourd'hui votre lettre du 7 du cour^t. Je me hâte d'y répondre, parceque en

différant, je pourrai laisser passer un mois avant de pouvoir vous satisfaire. Ma santé est depuis plusieurs semaines fort dérangée; je suis tourmenté par des maux de tête et des vertiges qui en sont la conséquence. On me défend l'application qui est, dit-on, la cause radicale de tous mes maux. Je ne crois pas cela; mais je suis forcé d'obéir au médecin. Je saisis donc ce moment, où je me porte passablement, pour vous dire que, ayant revû mes calculs, j'y ai reconnu une faute constante de 0,4″ pour les observations du 5 et 7 Sept. et une faute de 0,2″ pour les observations du 8. — Pour réduire les tems sidéraux en tems moyens, et pour faire l'opération inverse, je trouve commode la table qui se trouve à la page XI des Tables du Soleil publiées par Carlini. — Je ne suis pas en état de vous écrire d'avantage; ainsi permettez-moi, mon cher Mr. Gautier, de finir en vous saluant de cœur et d'âme.

J. Plana: Turin 1824 I 8: Je vous suis très-reconnaissant, mon cher Monsieur, de la lettre datée du 7 Déc. dernier, que vous m'avez écrite de Genève. Tout ce que vous m'avez communiqué m'intéresse vivement, et je suis certain que la notice que vous vous proposez de publier sur les objets relatifs à l'astronomie pratique, sera accueillie favorablement de tous les astronomes. — Le Colonel Brousseaud m'a écrit pour me faire part qu'il avait achevé heureusement, avec Mr. Nicollet, les observations de longitude jusqu'à Marennes. — Je m'imagine que vous aurez bientôt disposé le cercle de Gambey dans votre observatoire. Je ne doute nullement que ce ne soit un excellent instrument. Je ne puis encore rien vous dire sur mon très-beau cercle méridien de 3 pieds de diamètre. J'ai fait avec cet instrument plusieurs centaines d'observations; mais le tems de les calculer m'a toujours manqué. — Nous avons commencé l'impression de notre théorie de la Lune, et nous sommes presque forcés de nous en occuper exclusivement. Il est fort difficile d'exposer avec clarté toute cette analyse épineuse. — Ne m'épargnez pas, si je puis vous servir ici ou en Italie. Ma santé est maintenant assez bonne; mais je crains les voyages, et je ne scais pas si je viendrai encore à Genève, quoique votre ville soit une de celles que je désire revoir et de m'y arrêter au moins quelques semaines.

J. Plana: Turin 1824 II 8. Je viens de lire avec beaucoup

d'intérêt la notice sur l'astronomie pratique que vous avez publié dans le 24me volume de la Bibliothèque universelle, et je ne manquerai pas de lire la suite que vous promettez. Les grands moyens que l'on emploie à Greenwich pour observer les ascensions droites et les déclinaisons des principales étoiles démontrent que ces élémens sont maintenant connus avec beaucoup de précision, et là où Mr. Pond trouve des différences, elles sont, ce me semble, en général, trop petites pour pouvoir sans inquiétude croire à leur existence. Je vois, que souvent dans l'Astronomie pratique l'on fait des travaux très pénibles qui avancent fort peu la science, et démontrent seulement l'excellence des instrumens que l'on y emploie. Il faudrait avant tout pouvoir démontrer géométriquement que l'on peut garantir les dixièmes de la seconde, et après cela l'on croirait que l'étoile γ du Dragon a un mouvement de 0,2″ vers le Sud. Il faudrait aussi démontrer avec rigeur et clarté la formule que Mr. Bessel emploie à la page XVII (Siebente Abtheilung) pour avoir égard à la flexion de la Lunette; et alors l'on pourrait croire à la correction presque microscopique qu'il applique à ses résultats qui prétendent déjà un accord étonnant. Quant à moi je ne comprends pas même comment il trouve les cœfficiens $a = 1{,}1636''$ et $b = 0{,}2025''$, et je vous serai fort reconnaissant de vouloir m'expliquer ce passage. Il y en a bien d'autres qui sont pour moi tout-à-fait obscurs, et il me semble que Mr. Bessel ne se donne pas la peine de démontrer avec rigueur l'étonnante précision de ses résultats. J'apprends par vous, que maintenant la flexion de la lunette vient à déranger les déclinaisons: Soit, j'en attends la preuve positive; autrement la moyenne des résultats obtenus avec des Instrumens comparables sera toujours pour moi le résultat plus approchant de la vérité.

Ad. Quetelet: Bruxelles 1824 II 8. J'exerce en ce moment l'ennuyeux métier de Solliciteur, et j'en aurais déjà senti tous les dégouts, si je n'avais l'espoir de réussir. Il paraît assez probable que nous aurons un Observatoire à Bruxelles, mais nous ne l'aurons qu'après de longues instances. Je tâche d'intéresser tous les amours propres à cette belle entreprise. La Régence a déjà accordé un magnifique terrain, qui réunit tous les avantages que l'on peut désirer. Elle semble même disposée à faire des sacrifices pécuniaires. C'est donc du côté du gou-

vernement que je dois me retourner maintenant. Malheureusement je viens de perdre mon plus ferme appui, notre Ministre de l'instruction. Il s'intéressait vivement à ce projet; c'était même par son influence que j'avais été envoyé à Paris; mais à présent il se trouve envoyé à son tour à Londres comme Ministre plénipotentiaire. — Mr. Nicollet a beaucoup regreté de ne plus vous trouver à Paris. Les regrets que vous y avez laissés ont été partagés par beaucoup d'autres personnes, et si je ne connaissais votre modestie, je me garderais bien de vous dire que la charmante épouse de Mr. Poisson faisait encore votre éloge la veille de mon départ. — Mr. Pagani se trouve toujours auprès de nous. Il donne des leçons d'italien et de mathématiques. Il a fait ici d'excellentes connaissances, et je suis persuadé que son sort sera bientôt amélioré. Il paraît décidé à rester en Belgique.

J. Plana: Turin 1824 II 28. J'ai reçu, man cher Monsieur, votre lettre du 20. Vous avez raison d'être surpris de la différence que vous trouvez entre les résultats du 5,7 et 8,11 Sept. relativement à la différence de longitude entre votre Observatoire et le Mt Colombier. Je ne vois pas comment l'on pourrait faire disparaître cette discordance, tout-à-fait contraire au degré de précision avec lequel l'on peut marquer les instans des feux observés. Mais pour vous consoler, je puis vous dire, *sous le secret pour le moment,* que Carlini et moi avons remarqué la même chose l'année passée, en déterminant la différence de longitude de nos deux Observatoires par trois jours d'observation de feux allumés sur une montagne visible de Turin et de Milan. Cependant l'écart entre le 3me jour et les deux premiers (parfaitement d'accord entre eux) ne surpasse pas une seconde de temps. Ce résultat à piqué notre curiosité: Nous avons dit „Stat animus casus renovare omne," et sur cela nous avons répété les observations un mois après, pendant trois jours. Mais, entraînés par d'autres occupations plus sérieuses, nous n'avons pas encore calculé ces dernières observations; ainsi je ne puis vous dire quel sera le sort de ce procès. En attendant vous faites fort bien d'adopter la moyenne 4′ 42,61″, sans entrer dans aucune reflexion à ce sujet. (Forts. folgt.)

[R. Wolf.]

Ueber eine besondere Classe irrationaler Modulargleichungen der elliptischen Functionen

von

Ernst Wilhelm Fiedler.

An die Lehre von den *Modulargleichungen* schliesst die moderne Auffassung der elliptischen Modulfunctionen als naturgemässe Fortsetzung eine Theorie der *Modular-correspondenzen.*

Nach dem *Programm,* welches Herr Klein in der Note: «Zur Theorie der elliptischen Modulfunctionen»*) entwickelt hat, sind den gewöhnlichen Modulargleichungen zwischen $\varkappa^2$, λ^2 einmal andere, als völlig analoge, zur Seite zu stellen, welche aus der Transformation sogenannter *Hauptmoduln* entspringen. Sind aber ferner M_1, $M_2, \ldots$ *die Moduln eines zur* ϱ*. Stufe gehörigen vollen Systems, so findet zwischen* $M_1, M_2, \ldots$ *einerseits und den transformirten Werten* $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \ldots$ *anderseits, für jeden zu* ϱ *relativ primen Transformationsgrad, ein Entsprechen statt, welches nach Grad, Galois'scher Gruppe und Vertauschbarkeit der Argumente mit den eigentlichen Modulargleichungen für dasselbe* ϱ *übereinstimmt.* Dieses Entsprechen ist, da den zwischen den Moduln des Systems bestehenden algebraischen Relationen Rechnung getragen werden muss, in geometrischer Deutung eine *Correspondenz auf einer Grundcurve höheren Geschlechtes.*

*) Math. Ann. XVII p. 62. Bezüglich der Terminologie sei auf diese und die weiter zu citirenden Abhandlungen von Klein, Gierster, Hurwitz, Dyck verwiesen.

Diese *Modularcorrespondenzen* haben im Anschluss an die citirte Note eine eingehende Bearbeitung zuerst durch Herrn Gierster*) gefunden, namentlich nach der gruppen- und functionentheoretischen Seite hin. Das Ziel seiner Untersuchungen war, *Classenzahlrelationen höherer Stufe* aufzustellen. Die Verwendung der Modularcorrespondenzen beruht auf der Bemerkung, dass den Coincidenzen derselben die Classen der quadratischen Formen negativer Determinante in bestimmter Weise zugeordnet werden können. Die fraglichen Relationen entspringen dann aus einer doppelten Abzählung dieser Coincidenzen, einer arithmetischen und einer algebraischen.

Die dabei unerledigt gebliebene Frage nach der *algebraischen Darstellung der Modularcorrespondenzen* entschied in principieller Hinsicht Herr Hurwitz**) durch Entwickelung einer transcendenten Methode, die sich auf das Studium der *überall endlichen Integrale der Grundcurve*, als einer allgemeineren Art von Modulfunctionen, und der zugehörigen θ-Functionen gründet. Einerseits dienen die Entwickelungscoefficienten dieser Integrale wiederum zur Aufstellung von Classenzahlrelationen, anderseits führt das Abel'sche Theorem zu Kriterien und transcendenten Bildungsmitteln der algebraischen Definitionsformen. Die neueste Abhandlung***) formulirt das

---

*) Math. Ann. XVII p. 74, XXI p. 1. „Ueber Relationen zwischen Classenzahlen binärer quadratischer Formen von negativer Determinante."

**) Göttinger Nachr. 1883 p. 350. „Zur Theorie der Modulargleichungen." Math. Ann. XXV p. 157. „Ueber Relationen zwischen Classenzahlen binärer quadr. Formen von negativer Determinante."

***) Ber. d. k. sächs. Ges. d. W. 1885 p. 222. „Ueber die Classenzahlrelationen und Modularcorrespondenzen primzahliger Stufe."

diesbezügliche Hauptresultat folgendermassen: *Vereinigt man die Modularcorrespondenz eines beliebigen Transformationsgrades n mit gewissen festen Modularcorrespondenzen der Grade n_k, letztere je in bestimmter Multiplicität genommen, so lassen sich diese Correspondenzen zusammen durch eine einzige Gleichung $\varphi_n(\omega', \omega) = 0$ definiren, deren linke Seite eine algebraische Function von ω', ω auf der Riemann'schen Fläche der Stufe ist.* Dabei handelt es sich, wie man sieht, nur um *die Existenz und die allgemeine Form* einer zur Definition hinreichenden Gleichung, nicht aber um die wirkliche Bildung derselben auf algebraischem Wege.

Ist jedoch im Falle eines gegebenen Modulsystems über diese Vorfragen entschieden, so erscheint der Versuch zweckmässig, zur *wirklichen Herstellung der Definitionsgleichung*, gewisse fundamentale und characteristische Eigenschaften der Correspondenz zu verwerten. Diese bestehen darin, dass *eine Modularcorrespondenz ungeändert bleibt, wenn man ihre entsprechenden Elemente erstens einer gewissen Gruppe linearer simultaner Transformationen und zweitens bestimmten Vertauschungen unterwirft.* Ein darauf gegründetes Verfahren wird als ein in gewissem Sinne *invariantentheoretisches* bezeichnet werden dürfen. Auf Anregung von Herrn Klein, in dessen Note (l. c.) sich der Grundgedanke schon ausgesprochen findet, nahm ich dieses Problem in den nächstliegenden concreten Fällen in Angriff.

Auf diese wichtige Abhandlung allgemeineren Characters konnte ich im Texte nicht gebührend Bezug nehmen, da sie erst nach Abschluss der Arbeit im Druck erschien; die Kenntnis ihrer Resultate verdankte ich den gütigen Mitteilungen von Herrn Prof. Hurwitz.

Schon lange beanspruchten neben den gewöhnlichen Modulargleichungen zwischen $\sqrt[4]{\varkappa}$, $\sqrt[4]{\lambda}$ die sogenannten *Modulargleichungen in irrationaler Form* ein besonderes Interesse dadurch, dass dieselben Umformungen der ersteren mittelst der Relationen $\varkappa^2 + \varkappa'^2 = 1$, $\lambda^2 + \lambda'^2 = 1$ oft in ausserordentlich einfacher Gestalt darstellen. Alt bekannte vereinzelte Fälle sind die berühmte Legendre'sche und die Gützlaff'sche Gleichung. Eine grössere Zahl von Beispielen leitete dann Herr Schröter*) aus einer allgemeinen Formel für das Product zweier θ-Functionen her. Doch ist diese rein rechnerische Methode insofern theoretisch unzureichend, als sie nicht aus dem Wesen dieser Gleichungen entspringt, daher auch keinen Einblick in die notwendige algebraische Structur ihrer, oft in zufälliger Form erscheinenden, Resultate gewährt.

Man wird so vor allem auf das Studium derjenigen Correspondenzen geführt, welche zwischen dem *Modulpaar* $\sqrt[4]{\varkappa}, \sqrt[4]{\varkappa'}$ und dem durch Transformation entstehenden $\sqrt[4]{\lambda}, \sqrt[4]{\lambda'}$, sowie zwischen den Quadraten dieser Moduln bestehen. Im allgemeinen definirt aber, wie man sich leicht überzeugt, eine Gleichung zwischen diesen Modulpaaren, zusammen mit obigen Relationen, ausser denjenigen Wurzelpaaren $\sqrt[4]{\lambda}, \sqrt[4]{\lambda'}$; welche aus dem Transformationsproblem entspringen, noch gewisse fremde, d. h. in der gewöhnlichen Modulargleichung nicht enthaltene, Wurzelpaare. *Algebraisch zeichnen sich also diejenigen Fälle aus, in denen die irrationale Modulargleichung, zusammen mit den Relationen, das genaue Aequivalent der*

*) De aequationibus modularibus, Regiom. 1854.

gewöhnlichen Modulargleichung bildet, in denen daher eine einzige Gleichung zwischen den Modulpaaren zur vollständigen Definition der zugehörigen Modularcorrespondenz ausreicht. Geometrisch ist der besondere Ausdruck dafür die Existenz einer *Schnittsystem-Correspondenz*, die dadurch Interesse gewinnt, dass sie schon durch ihre oben angedeuteten Haupteigenschaften im wesentlichen characterisirt ist.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich nun mit der Theorie der so umschriebenen *besonderen Classe irrationaler Modulargleichungen der angegebenen Modulsysteme 16. und 8. Stufe.* Da zur Bildung algebraischer Gleichungen zwischen mehreren Reihen algebraisch verbundener Grössen keine allgemeinen Methoden bekannt sind, habe ich die erforderlichen Hilfsmittel aus dem Wesen des concreten, sehr übersichtlichen Problems auf elementarem Wege zu entwickeln gesucht. Die leitenden Gesichtspunkte bietet die *geometrische Einkleidung*.

Der Gang der Untersuchung ist in kurzem folgender. Im I. Capitel wird nach den bekannten Principien der Theorie der Modulfunctionen*) die *Congruenzgruppe* der ω-Substitutionen, welche zu dem Modulsystem $\sqrt[4]{\varkappa}$, $\sqrt[4]{\varkappa'}$ gehört, und algebraisch die *Grundcurve* als das geometrische Substrat der Interpretation untersucht. Im II. Capitel wird das *Transformationsproblem* des Modulsystems und der geometrische Ausdruck desselben durch Correspondenzen im Anschluss an die Gierster'schen Arbeiten betrachtet, und die *Fragestellung* für die besondere Classe der Schnittsystem-Correspondenzen präcisirt. Das III.

*) Vgl. Hurwitz, Grundlagen einer independenten Theorie der elliptischen Modulfunctionen. Math. Ann. XVIII p. 528.

Capitel liefert für dieselbe die notwendigen und hinreichenden *zahlentheoretischen Kriterien*, gestützt auf eine functionentheoretische Untersuchung der Integrale erster Gattung der Grundcurve nach den Hurwitz'schen Methoden. Im IV. Capitel handelt es sich um die im angedeuteten Sinne *invariantentheoretische Construction* der Gleichungsform aus den angeführten Fundamentaleigenschaften der Correspondenz, indem auf directem Wege *das volle System der Simultaninvarianten* aufgestellt wird. Damit ist den im V. Capitel zusammengestellten, grossenteils neuen *Resultaten* die notwendige, durchsichtige Structur gesichert.

Herr Klein hatte die Güte, diese Resultate, in vorläufiger Fassung, schon im III. Teil einer am 2. März c. der kgl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften vorgelegten Note «Neue Untersuchungen über elliptische Modulfunctionen der niedersten Stufen» zu publiciren.**)

Ich ergreife gern auch an dieser Stelle die Gelegenheit, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. F. Klein, meinen aufrichtigen Dank für die Förderung auszusprechen, die er meinen Untersuchungen angedeihen liess.

**) Eine analoge Durchführung für *Correspondenzen 7. Stufe* hoffe ich demnächst veröffentlichen zu können. Ferner bleiben nun analoge Betrachtungen auch auf solche Correspondenzen auszudehnen, deren Gleichung noch *unbestimmte Parameter* enthalten muss, um zur vollständigen Definition auszureichen.

Leipzig, Anfang Mai 1885.

I. Capitel.

Das Modulsystem $\varphi = \sqrt[4]{\varkappa}$, $\psi = \sqrt[4]{\varkappa'}$.

§ 1.

Die Congruenzmoduln 16. Stufe φ, ψ.

Die Productdarstellung der elliptischen Integralmoduln $\varkappa^2, \varkappa'^2$ führt zur Untersuchung der achten Wurzeln aus denselben, der von Hermite so bezeichneten Functionen

$$\varphi = \sqrt[4]{\varkappa}, \quad \psi = \sqrt[4]{\varkappa'}, \tag{1}$$

welche durch die wohlbekannte Relation verknüpft sind

$$\varphi^8 + \psi^8 = 1. \tag{2}$$

Ist das *Periodenverhältnis* des zugehörigen elliptischen Integrals ω und $q = e^{i\pi\omega}$, so treten die Producte auf

$$\left.\begin{aligned} \Pi_1 = \prod_{\nu=1}^{\infty}(1+q^{2\nu}), \quad \Pi_2 = \prod_{\nu=1}^{\infty}(1-q^{2\nu-1}), \quad \Pi_3 = \prod_{\nu=1}^{\infty}(1+q^{2\nu-1}), \\ \Pi_4 = \prod_{\nu=1}^{\infty}(1-q^{2\nu}). \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Nimmt man $q^{\frac{1}{8}} = e^{\frac{i\pi\omega}{8}}$ und $\sqrt{2}$ positiv, so lässt sich eines jener Paare achter Wurzeln *eindeutig* darstellen als

$$\varphi(\omega) = \sqrt{2}\, q^{\frac{1}{8}} \frac{\Pi_1}{\Pi_3}, \quad \psi(\omega) = \frac{\Pi_2}{\Pi_3}. \tag{4}$$

Auch soll, einer Multiplication von Zähler und Nenner mit $\sqrt{\Pi_4}$ entsprechend, mit 4) gleichbedeutend gebraucht werden

$$\varphi(\omega) = \sqrt{\frac{\theta_2(0,\omega)}{\theta_3(0,\omega)}}, \quad \psi(\omega) = \sqrt{\frac{\theta_0(0,\omega)}{\theta_3(0,\omega)}}. \qquad 5)$$

Als eindeutige analytische Functionen des Argumentes ω gehören die so definirten $\varphi(\omega)$, $\psi(\omega)$ zu den *elliptischen Modulfunctionen*, deren Theorie von ihrem Verhalten bei den *linearen ω-Substitutionen* ausgeht.

Linear heisst die Substitution

$$\omega' = S(\omega) = \frac{\gamma + \delta\omega}{\alpha + \beta\omega} \text{ oder kurz } S = \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ \alpha & \beta \end{pmatrix}, \qquad 6)$$

wenn $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ganze Zahlen sind von der Determinante

$$\alpha\delta - \beta\gamma = 1. \qquad 7)$$

Nach bekannter Terminologie bilden die linearen Substitutionen S eine *Gruppe* (S), deren *erzeugende Substitutionen* sind

$$\mathbf{S}(\omega) = \omega + 1, \quad \mathbf{T}(\omega) = \frac{-1}{\omega}; \qquad 8)$$

durch Wiederholungen und Zusammensetzungen von **S** und **T** entstehen also sämmtliche Substitutionen S, wobei in dem symbolischen Product $S_1 S_2 \ldots S_k(\omega)$ die Operationen in der Reihenfolge von links nach rechts an ω vorzunehmen sind.

Durch die Eigenschaft, bei den linearen ω-Substitutionen ungeändert zu bleiben, ist die *absolute Invariante* $J(\omega)$ des Integrals erster Gattung ausgezeichnet. Umgekehrt heissen alle zu demselben Wert von J gehörigen Argumente ω vermöge linearer Substitutionen *äquivalent*.

Die Aenderungen der Hermite'schen Functionen bei den Erzeugenden **S** und **T** folgen unmittelbar aus der Definition als

$$\left.\begin{aligned} \varphi(\omega+1) &= e^{\frac{i\pi}{8}}\frac{\varphi(\omega)}{\psi(\omega)},\quad \psi(\omega+1)=\frac{1}{\psi(\omega)} \\ \varphi\left(\frac{-1}{\omega}\right) &= \psi(\omega),\quad \psi\left(\frac{-1}{\omega}\right)=\varphi(\omega). \end{aligned}\right\} 9)$$

Nach den allgemeinen Formeln für $\varphi(S_{(\omega)})$, die Hermite daraus abgeleitet hat*), bleiben φ, ψ nur dann bis auf constante Factoren *ungeändert*, wenn in S α, δ ungerade, β, γ gerade Zahlen sind; es ist nämlich

$$\varphi\left(\frac{\gamma+\delta\omega}{\alpha+\beta\omega}\right)=\left(\frac{2}{\delta}\right)e^{\frac{i\pi}{8}\gamma\delta}\varphi(\omega),\ \psi\left(\frac{\gamma+\delta\omega}{\alpha+\beta\omega}\right)=\left(\frac{2}{\alpha}\right)e^{-\frac{i\pi}{8}\alpha\beta}\psi(\omega), \quad 10)$$

unter

$$\left(\frac{2}{\delta}\right)=(-1)^{\frac{\delta^2-1}{8}},\quad \left(\frac{2}{\alpha}\right)=(-1)^{\frac{\alpha^2-1}{8}} \quad 11)$$

das *Jacobi'sche Zeichen* verstanden. Demnach ist nur dann $\varphi(S_{(\omega)})=\varphi(\omega)$, wenn neben 7)

$$\left.\begin{aligned} &\gamma\delta+\delta^2-1\equiv 0,\ \text{also}\ \gamma\delta\equiv 0\ \text{oder}\ 8\ \text{mod. 16,} \\ &\text{ebenso}\ \psi(S_{(\omega)})=\tilde{\psi}(\omega),\ \text{wenn} \\ &-\alpha\beta+\alpha^2-1\equiv 0,\ \text{also}\ \alpha\beta\equiv 0\ \text{oder}\ 8\ \text{mod. 16.} \end{aligned}\right\} 12)$$

Da somit die Coefficienten der linearen Substitutionen, bei welchen φ, ψ ungeändert bleiben, Congruenzbedingungen modulo 16 unterliegen, so sind die *Hermite'schen Functionen* nach der Klein'schen Bezeichnung *Congruenzmoduln 16. Stufe.*

Der vorliegenden Untersuchung sollen φ *und* ψ *als völlig gleichberechtigte Elemente* zu Grunde gelegt werden.

*) Hermite: „Sur la résolution de l'équation du 5. degré", Comptes Rendus T. 46 p. 511.

Wir betrachten also vor allem stets das System der beiden Congruenzmoduln, und fragen zuerst nach den S, bei welchen dieses sich nicht ändert. Dazu muss S beiden Bedingungen 12) gleichzeitig genügen, und diese liefern die gemeinsamen Lösungen.

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha\equiv k,\ \delta\equiv k\ \ \ , \beta\equiv\gamma\equiv 0 \text{ mod. } 16, \left(\frac{2}{k}\right)=+1, & \text{a)} \\ \alpha\equiv h,\ \delta\equiv h+8,\ \beta\equiv\gamma\equiv 8 \text{ mod. } 16, \left(\frac{2}{h}\right)=-1, & \text{b)} \end{array}\right\} \quad 13)$$

oder, unter l eine beliebige Zahl verstanden,

$$\alpha\equiv 2l+1,\ \ \delta\equiv\frac{1}{2l+1},\ \beta\equiv\gamma\equiv 4l(l+1) \text{ mod. } 16. \quad 14)$$

Also bilden φ, ψ *ein System von Congruenzmoduln 16. Stufe*, welches dann und nur dann bei $S(\omega)$ unveränderlich ist, wenn die Coefficienten von S den Congruenzen 13 a) oder 13 b) genügen.

Offenbar bilden ebenso φ^2, ψ^2 *ein System von Congruenzmoduln 8. Stufe*, für deren Substitutionen die Bedingungen 13) zusammenfallen in

$$\alpha\equiv\delta\equiv k,\ \ \beta\equiv\gamma\equiv 0 \text{ mod. } 8, \ (k \text{ ungerade}). \quad 15)$$

§ 2.

Die erweiterte Congruenzgruppe 16. Stufe.

Jede lineare Substitution, deren Coefficienten 13 a) genügen, möge als eine Substitution T bezeichnet werden. Dann bildet die Gesammtheit der T eine Gruppe (T), d. h. alle $T_1^r T_2^s \ldots$ genügen denselben Congruenzen, und zwar ist die Gruppe in der Gesammtgruppe (S) als eine *ausgezeichnete Untergruppe* enthalten, da auch alle mit-

telst S transformirten Substitutionen STS^{-1} wieder zur Gruppe (T) gehören. Im folgenden soll nun *diese Gruppe (T) schlechthin als die Congruenzgruppe 16. Stufe* benannt werden.*)

Nach dieser Festsetzung sollen zwei Substitutionen *S und S' modulo 16 congruent* heissen und geschrieben werden als

$$\left.\begin{array}{l} S \equiv S' \text{ oder } \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ \alpha & \beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \gamma' & \delta' \\ \alpha' & \beta' \end{pmatrix} \text{ mod. 16,} \\ \text{wenn} \\ \alpha \equiv k\alpha',\ \beta \equiv k\beta',\ \gamma \equiv k\gamma',\ \delta \equiv k\delta',\ k^2 \equiv 1 \text{ mod. 16.} \end{array}\right\} 16)$$

Alle congruenten Substitutionen S, S' sind in der Form enthalten $S' = ST$, und umgekehrt existirt, wenn 16) gilt, immer eine Substitution T, welche der Gleichung genügt $S' = ST$.

Dagegen bilden die zu 13 b) gehörigen Substitutionen, deren gemeinsame Benennung V sein soll, für sich keine Gruppe, vielmehr liefert die Zusammensetzung zweier V stets eine Substitution T und die Producte TV und VT sind immer Substitutionen V, nach den bekannten Multiplicationsregeln für das Jacobi'sche Zeichen. Daher bilden aber die Substitutionen T und V, zusammengenommen, wiederum eine *Gruppe* (T, V), welche nun die *erweiterte Congruenzgruppe 16. Stufe* genannt werden mag. Auch diese ist eine in (S) ausgezeichnete Untergruppe, denn es ist $\mathbf{S}V\mathbf{S}^{-1} \equiv V$, $\mathbf{T}V\mathbf{T} \equiv V$ mod. 16. Alle V werden somit

*) Streng genommen kommt diese Bezeichnung zwar nur derjenigen Untergruppe von (T) zu, in welcher $k = \pm 1$, aber ein Zusatz mag hier wegfallen, da die engere Gruppe weiterhin nicht besonders zu betonen sein wird (vgl. Klein, Ber. d. k. sächs. G. d. W. 1884 p. 61).

erhalten, indem man in der Congruenzgruppe (T) an Stelle der Identität eine specielle Substitution V setzt, z. B.

$$\mathsf{V} = (\mathsf{TS}^{-2})^2(\mathsf{TS}^2)^2 \text{ oder } \mathsf{V}(\omega) = \frac{8+5\omega}{13+8\omega}. \qquad 17)$$

Zwei Zahlen ω, ω' sind daher in Bezug auf die durch 14) definirte Gruppe (T, V) *relativ äquivalent*, wenn eine der Congruenzen besteht

$$\omega' \equiv \omega, \quad \omega' \equiv \mathsf{V}(\omega) \bmod. 16. \qquad 18)$$

Man pflegt*) elliptische, parabolische und hyperbolische Substitutionen S zu unterscheiden, je nach der Realität der bei S unveränderlichen Argumente, d. h. der Wurzeln von

$$\beta\omega^2 + (\alpha - \delta)\omega - \gamma = 0, \text{ also je nachdem } (\alpha+\delta)^2 \gtreqless 4.$$

(Bei elliptischem S bleiben in jeder Halbebene (vgl. p. 141) ein, bei parabolischem ein und bei hyperbolischem zwei Punkte der reellen Axe fest.) Hiernach enthält die *Gruppe* (T, V) *nur hyperbolische Substitutionen ausser den parabolischen*

$$\mathsf{S}^{16k}_{(\omega)} = \omega + 16k, \quad \mathsf{TS}^{16k}\mathsf{T}_{(\omega)} = \frac{\omega}{1-16k\omega}. \qquad 19)$$

Die Anzahl der im Sinne von 16) incongruenten Substitutionen ist für die Stufenzahl $s = 2^\varrho > 4$ nach bekannter Formel**) $3.2^{3\varrho-4}$. Aber die modulo 16 incongruenten Substitutionen sind noch paarweise vermöge V relativ äquivalent; also ist bei unserer Festsetzung für $s = 16$ *die Zahl der relativ inäquivalenten Substitutionen*

*) Klein, Math. Ann. XIV p. 123.

**) Hurwitz, Grundlagen. Math. Ann. XVIII p. 540.

$$\varkappa = \frac{3 \cdot 2^8}{2} = 384. \qquad 20)$$

Die nach 15) gebildete Congruenzgruppe 8. Stufe enthält

$$r = 3 \cdot 2^5 = 96 \qquad 21)$$

incongruente und relativ inäquivalente Substitutionen.

Ordnet man die linearen Substitutionen so in r *Classen*, dass je zwei Angehörige derselben Classe relativ äquivalent sind, und greift man aus jeder eine Substitution W_k heraus, so bilden W_1, $W_2, \ldots W_r$ ein volles System relativ inäquivalenter Substitutionen. Betrachtet man jedes W_k lediglich als Vertreter der k. Classe, so bilden die W_k in diesem Sinne eine *Gruppe G von r Substitutionen*. Zu jeder Substitution der Gesammtgruppe (S) gehört nun ein bestimmtes W_k von G.

§ 3.

Die Riemann'sche Fläche der erweiterten Congruenzgruppe.

Es ist durch zahlreiche neuere Arbeiten allgemein bekannt, in welcher Weise bei der Gauss'schen Interpretation der complexen Variabelen ω in der Ebene *die Gruppe* (S) *eine Einteilung der positiven Halbebene in äquivalente Kreisbogendreiecke* begründet, derart, dass jedes Dreieck nach p. 136 zugleich die ganze J-Ebene abbildet. Jedes Dreieck werde nach der Substitution S benannt, durch welche es aus dem *Fundamentaldreieck mit den Ecken* $\omega = i\infty$, $\varrho, \varrho^2 (\varrho^3 = 1)$ hervorgeht. Dieses wird durch die Symmetrielinie $i, i\infty$, jedes andere Dreieck S durch $S(i)$, $S(i\infty)$ in zwei *Elementardreiecke* zerlegt, die, den Halbebenen J entsprechend, als schraffirt

und nicht-schraffirt unterschieden zu werden pflegen; zur Begrenzung eines Dreiecks zählen nur die äusseren Kanten *eines* seiner Elementardreiecke.

Den r Substitutionen W_k entsprechend, gibt es nur r relativ inäquivalente Dreiecke; man kann sie insbesondere so wählen*), dass sie ein einfach zusammenhängendes Gebiet, *das Fundamentalpolygon der Congruenzgruppe s. Stufe* bilden. Innerhalb desselben entspricht jedem gegebenen ω-Werte eine bestimmte Stelle, umgekehrt entsprechen aber jeder solchen Stelle alle relativ äquivalenten Argumente. Das Polygon wird sich in $2r$ Elementardreiecke *regulär* eingeteilt erweisen, d. h. derart, dass von den Elementardreiecken

$$\left.\begin{array}{llll} \text{in } \frac{r}{s} \text{ Eckpunkten } & J=\infty \text{ oder } \omega = S(i\infty) & \text{je } 2s \\ \frac{r}{3} & J=0 & \omega = S(\varrho) & 6 \\ \frac{r}{2} & J=1 & \omega = S(i) & 4 \end{array}\right\} \quad 22)$$

zusammenstossen. Von der Begrenzung ist wiederum nur die Hälfte zum Polygon zu rechnen, denn die *Kanten sind paarweise gebunden durch die erzeugenden Substitutionen der erweiterten Congruenzgruppe*, da deren Combination und Iteration die Ebene lückenlos mit Reproductionen des Polygons überdeckt.

Vereinigt man die gebundenen Kantenpaare dadurch, dass man das Polygon im Raume wirklich dehnt und biegt, so entsteht eine geschlossene Fläche, welche nach Herrn Klein als die *Riemann'sche Fläche der Gruppe s. Stufe* zu kennzeichnen ist. Sie ist mehrfach zusammen-

*) Hurwitz, Grundlagen § 3.

hängend, so dass die Randcurve des Polygons als ein *System von Rückkehrschnitten und Querschnitten* aufzufassen ist, welche die Fläche in einen einfach zusammenhängenden *Fundamentalbereich* verwandelt.

Handelt es sich nun um die wirkliche Herstellung des Polygons, so kann für die Congruenzgruppe 8. Stufe auf die Abhandlung von Herrn Dyck «Ueber die regulären Riemann'schen Flächen» verwiesen werden. Die völlig symmetrische, reguläre Anordnung der dortigen Tafel vertritt das daraus leicht zu bildende Polygon 8. Stufe der ω-Ebene; aus diesem kann man aber das Polygon der erweiterten 16. Stufe etwa folgendermassen erschliessen.

Eine Substitution $S \equiv \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ \alpha & \beta \end{pmatrix}$ mod. 8 spaltet sich modulo 16 eigentlich in 16 Substitutionen, aber diese erweisen sich bezüglich der Gruppe (T, V) zweimal paarweise äquivalent und liefern so nur 4 relativ inäquivalente Dreiecke, die man sich übereinander lagernd denke. Die 4.96 Dreiecke lassen sich dann in 4 congruent eingeteilte *Blätter* zusammenfügen, welche zu den Einheiten gehören

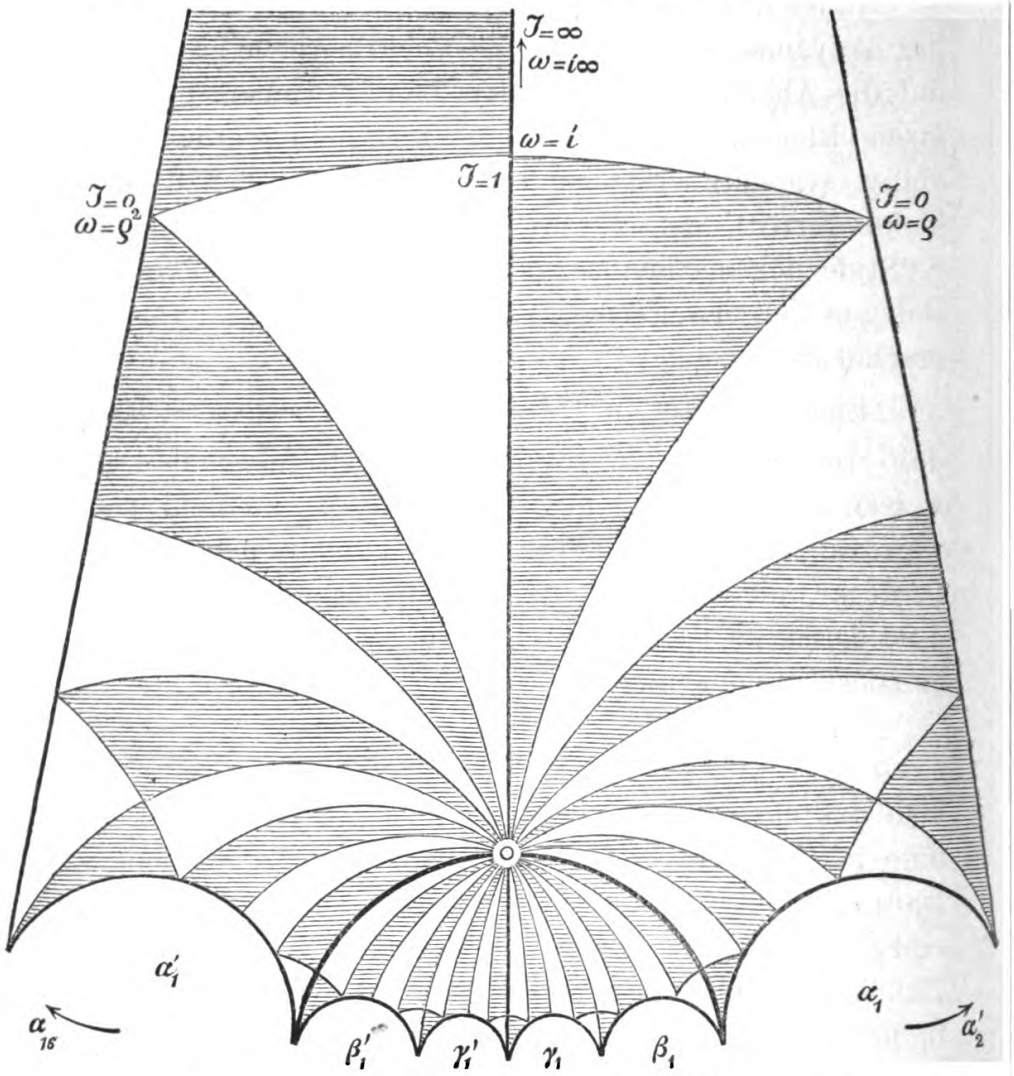
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 8 \end{pmatrix},$$

also aus einander hervorgehen durch Substitutionen, die eine in (T, V) relativ ausgezeichnete Untergruppe bilden. Daraus folgt nach der citirten Abhandlung, dass, wie die einzelnen Blätter, auch die Gesammtfläche der 2.384 Elementardreiecke *regulär* eingeteilt ist, und zwar so, dass in den Punkten $J = \infty$ je 2.16 zusammenstossen.

In der ω-Ebene entsteht also das Polygon (T, V) durch das Polygon 8. Stufe und weitere drei Reproduc-

*) Math. Ann. XVII p. 488.

tionen derselben nach dem *Princip der Spiegelung*. Das eine der Polygone lagert sich offenbar congruent neben das gegebene. Nun muss sich aber die regulär geteilte Fläche auch in abwechselnd congruente und symmetrische



Streifen ordnen lassen. Wir haben also einfach noch jeden unserer 32 Parallelhalbstreifen an einem seiner freien Kantenbogen zu spiegeln, um damit die fehlenden

Reproductionen zu erschöpfen. Bildet man schliesslich die Parallelstreifen auf die Sectoren eines Kreises ab, so ergibt sich eine Sternfigur, von welcher ein Sector $\left(\frac{\pi}{16}\right)$ in der nebenstehenden *Figur* dargestellt ist. Dabei ist der stärker markirte Bogen die Kante des Polygons 8. Stufe, in Bezug auf welche der Sector sich spiegelt.*)

Denkt man sich die Randbogen nach Anleitung der Figur so bezeichnet, dass der erste Sector durch Drehung um $\frac{\nu\pi}{16}$ nach rechts mit dem ν. Sector zur Deckung kommt, so *gehören die Kanten in folgenden Paaren zusammen*

$$\alpha_\nu \mid \alpha'_{\nu+3}, \quad \beta_\nu \mid \beta'_{\nu+5}, \quad \gamma_\nu \mid \gamma'_{\nu+7}, \qquad 23)$$

wobei noch zu bemerken ist, dass die von den inneren Punkten $J=\infty$ nach der Peripherie laufenden Radienstücke aus, im ursprünglichen Polygon der ω-Ebene benachbarten Kanten entspringen. Bedeutet nun $\begin{bmatrix}\alpha'\\ \alpha\end{bmatrix}$ die erzeugende Substitution, welche, auf einen Punkt ω der Kante α angewandt, ihn mit dem Punkte ω' der Kante α' zur Deckung bringt, so ergeben sich bei der gewählten Anordnung folgende *Erzeugende der Gruppe* (T,V):

parabolische $\mathbf{S}^{16}$ und $\mathbf{T}\mathbf{S}^{16}\mathbf{T}$, 24)

hyperbolische $(\nu = 0, 1, \ldots 15)$

$$\left.\begin{aligned}
\begin{bmatrix}\alpha'_{\nu+3}\\ \alpha_\nu\end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} 8(\nu^2+\nu-1) & -(8\nu+13)\\ 8\nu-5 & -8\end{pmatrix}\\
\begin{bmatrix}\beta'_{\nu+5}\\ \beta_\nu\end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} 24(\nu^2+3\nu-3) & -(24\nu+91)\\ 24\nu-19 & -24\end{pmatrix}\\
\begin{bmatrix}\gamma'_{\nu+7}\\ \gamma_\nu\end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} 48(\nu^2+5\nu-5) & -(48\nu+281)\\ 48\nu-41 & -48\end{pmatrix},
\end{aligned}\right\} \quad 25)$$

nebst den inversen Substitutionen.

*) Für die Construction ist die Bemerkung von Wert, dass alle Kreise der Figur einen gemeinschaftlichen Orthogonalkreis besitzen.

Das Polygon soll nun nach 22) 24 Eckpunkte $J=\infty$, 128 Punkte $J=0$, 192 Punkte $J=1$ enthalten. Von den ersteren weist die Figur jedoch nur $1+16$ im Inneren des Polygons nach. Also müssen noch 7 Punkte $J=\infty$ durch die Vereinigung der Randkanten zu stande kommen. Eine Umkreisung einer jeden solchen Ecke liefert aber eine Relation zwischen den erzeugenden Substitutionen 25), welche die an ihn heranreichenden Kanten binden. Man findet demgemäss *die 7 Identitäten:*

$$\left.\begin{aligned}
&\prod_{\nu=0}^{7}\begin{bmatrix}\alpha'_{2\nu+3}\\ \alpha_{2\nu}\end{bmatrix}=\prod_{\nu=0}^{7}\begin{bmatrix}\alpha'_{2\nu+4}\\ \alpha_{2\nu+1}\end{bmatrix}=\prod_{\nu=0}^{15}\begin{bmatrix}\gamma'_{\nu+7}\\ \gamma'_{\nu}\end{bmatrix}=1,\\
&\prod_{\nu=0}^{7}\begin{bmatrix}\beta'_{2\nu+5}\\ \beta_{2\nu}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_{2\nu+2}\\ \alpha'_{2\nu+5}\end{bmatrix}=\prod_{\nu=0}^{7}\begin{bmatrix}\beta'_{2\nu+6}\\ \beta_{2\nu+1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_{2\nu+3}\\ \alpha'_{2\nu+6}\end{bmatrix}=1,\\
&\prod_{\nu=0}^{7}\begin{bmatrix}\beta'_{2\nu+5}\\ \beta_{2\nu}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\gamma_{2\nu-2}\\ \gamma'_{2\nu+5}\end{bmatrix}=\prod_{\nu=0}^{7}\begin{bmatrix}\beta'_{2\nu-6}\\ \beta_{2\nu+1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\gamma'_{2\nu-1}\\ \gamma_{2\nu+6}\end{bmatrix}=1.
\end{aligned}\right\}\quad 26)$$

Doch ist offenbar die Anordnung der Elementardreiecke um den letzten Eckpunkt völlig durch die um die übrigen mitbestimmt, also auch eine der Identitäten eine Folge der anderen. Demnach können aus den $\begin{bmatrix}\lambda'\\ \lambda\end{bmatrix}$ nunmehr $2p=42$ *unabhängige, hyperbolische erzeugende Substitutionen* $E_\lambda^{\lambda'}$ gebildet werden, zu welchen die beiden parabolischen 24) hinzutreten. In Umkehrung des Satzes p. 142 *existirt auch zu diesem Erzeugendensystem der* $E_\lambda^{\lambda'}$ *eine entsprechende Polygonaleinteilung der* ω*-Ebene und eine fundamentale Zerschneidung der Riemann'schen Fläche.*

§ 4.

Die Grundcurve und ihre Collineationsgruppe Γ.

Innerhalb des Fundamentalpolygons der 384 Dreiecke W_k kann eine algebraische Modulfunction, deren Galois'sche

Gruppe die Gruppe (T, V) enthält, jeden Wert nur an einer endlichen Anzahl von Stellen annehmen. So nimmt einerseits J einen gegebenen, von 0, 1, ∞ verschiedenen, Wert an 384 äquivalenten Stellen an, anderseits aber gehört zu jedem Wertepaar φ, ψ im Polygon nur ein einziger Punkt. Die Function φ erlangt zwar einen vorgegebenen Wert noch in 8 Dreiecken, ebenso ψ, aber beide Reihen von 8 Dreiecken haben nur eines gemeinsam, wie man leicht verificirt [vgl. 12) und 13)].

Da so durch Simultanstellung von φ und ψ jede Stelle des Polygons eindeutig bestimmt ist, so bilden nach der Klein'schen Bezeichnung φ, ψ *ein volles System von zu der ausgezeichneten Untergruppe* (T, V) *gehörigen Moduln.* Sie heissen auch selbst *ausgezeichnete Moduln* und sind insbesondere solche, welche bei den linearen ω-Substitutionen nicht nur rationale, sondern ebenfalls lineare Transformationen erfahren. Ebenso bilden φ^2, ψ^2 ein volles System ausgezeichneter Moduln 8. Stufe.

Diese besondere Eigenschaft empfiehlt unmittelbar den Uebergang zu *geometrischer Deutung.* Statt φ, ψ als zu der Riemann'schen Fläche des § 3 gehörige Functionen zu betrachten, interpretiren wir sie als Coordinaten der ebenen Curve 2). *Die Punkte der Curve erscheinen dann durch ihre Parameter* ω *eindeutig auf die Stellen des Fundamentalpolygons bezogen, und umgekehrt.* Die relativ inäquivalenten ω-Substitutionen W_k ergeben gebrochene, lineare Transformationen des Modulsystems, oder homogene, lineare Coordinatentransformationen. Also erzeugt die Gruppe G *eine Gruppe* Γ *von Collineationen* W_k, *welche die Curve in sich selbst überführen.* Und zwar sind die Gruppen G *und* Γ *holoedrisch isomorph* aufeinander bezogen.

In homogener Schreibweise werde gesetzt

$$x_1, : x_2, : x_3 = \varphi : \psi : e^{\frac{i\pi}{8}}; \qquad 27)$$

dann lautet die Gleichung der *Grundcurve 8. Ordnung*

$$F = x_1^8 + x_2^8 + x_3^8 = 0. \qquad 28)$$

Eine solche Curve besitzt keine mehrfachen Punkte, hat also das allgemeine Geschlecht, das ihrer Ordnung zukommt; somit ist für unsere Grundcurve 28) oder auch für die Riemann'sche Fläche des § 3

$$p = 21. \qquad 29)$$

Diese Schreibweise erteilt der Gruppe Γ eine überaus einfache Gestalt, denn offenbar hat die Curve 6 . 8 . 8 Collineationen in sich, welche analytisch gegeben sind durch die *Vertauschungen der Coordinaten und die Multiplicationen derselben mit achten Einheitswurzeln*, also allgemein durch

$$\left.\begin{array}{c} x_1' : x_2' : x_3' = \varepsilon^{\lambda} x_\alpha : \varepsilon^{\mu} x_\beta : \varepsilon^{\nu} x_\gamma, \\ \text{wo } \lambda, \mu, \nu = 0, 1, \ldots 7, \ \lambda + \mu + \nu \equiv 0 \bmod. 8; \\ (\alpha, \beta, \gamma) = \text{Permutation von } (1, 2, 3) \end{array}\right\} 30)$$

und, wie weiterhin stets, $\varepsilon = e^{\frac{2i\pi}{8}}$.

Der Isomorphismus von G und Γ ist dadurch bestimmt, dass den Grundoperationen **S** und **T** nach 9) entsprechen:

$$\left.\begin{array}{ll} x_1(\omega + 1) = \varepsilon^{-1} x_1(\omega) & x_1\left(\frac{-1}{\omega}\right) = -x_2(\omega) \\ x_2(\omega + 1) = \varepsilon^{-2} x_3(\omega) & x_2\left(\frac{-1}{\omega}\right) = -x_1(\omega) \\ x_3(\omega + 1) = \varepsilon^{-2} x_2(\omega) & x_3\left(\frac{-1}{\omega}\right) = -x_3(\omega), \end{array}\right\} 31)$$

falls die Coordinatensymbole zugleich als Functionszeichen gebraucht werden. Dabei ist der verfügbare Proportionalitätsfactor so gewählt, dass die Determinante der Collineation ebenfalls gleich Eins wird. Abkürzend stehe für 31) auch

$$\mathbf{S} = (\varepsilon^{-1} x_1,\ \varepsilon^{-2} x_3,\ \varepsilon^{-1} x_2),\ \mathbf{T} = (-x_2, -x_1, -x_3). \quad 32)$$

Als die *erzeugenden Collineationen der Gruppe* Γ erkennt man unmittelbar

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^2 &= (\varepsilon^{-2} x_1,\ \varepsilon^{-3} x_2,\ \varepsilon^{-3} x_3) \\ \mathbf{T} &= (-x_2,\ -x_1,\ -x_3) \\ \mathbf{U} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{S}^{-2} &= (\ x_2,\ x_3,\ x_1), \end{aligned} \quad 33)$$

mit den Perioden 8, 2, 3 resp. Hiernach lässt sich jede lineare Substitution 30) auch *decomponiren* in

$$W = \mathbf{S}^{2\lambda}\mathbf{T}\mathbf{S}^{2\mu}\mathbf{T}\,\mathbf{U}^{\sigma}\,\mathbf{T}^{\tau}\ (\lambda,\mu = 0,1,\ldots 7;\ \sigma = 0,1,2;\ \tau = 0,1). \quad 34)$$

Um für die 8. Stufe zu specialisiren, hat man als Variabele nur die Quadrate einzuführen

$$\begin{aligned} \xi_1 : \xi_2 : \xi_3 &= x_1^2 : x_2^2 : x_3^2, \\ \mathfrak{F} &= \xi_1^4 + \xi_2^4 + \xi_3^4 = 0. \end{aligned} \quad 35)$$

Da so die Resultate leicht auch für die *Curve 4. Ordnung* auszusprechen sind, diese aber schon anderweitig untersucht ist*), so möge sich fernerhin die Entwickelung auf die 16. Stufe beschränken, mit nur gelegentlichen Seitenblicken auf jene.

§ 5.

Die Punktgruppen auf der Grundcurve.

Durch die Collineationen der Gruppe Γ werden die Punkte der Grundcurve in Gruppen von, im allgemeinen,

*) Dyck, Math. Ann. XVII p. 510.

384 *homologen* geordnet. Kleinere Gruppen homologer Punkte können nur dadurch entstehen, dass ihre Punkte bei einzelnen Collineationen fest bleiben. *Die Punkte solcher besonderen Gruppen sind also diejenigen Doppelpunkte der Collineationen W_k, welche auf der Grundcurve liegen.* Eine Collineation hat aber entweder 3 oder eine gerade Reihe sich selbst entsprechender Punkte, letztere, falls sie centrisch ist. Die analytischen Bedingungen fliessen in bekannter Weise aus dem Gleichungssystem:

$$\varrho x_i = \sum_{k=1}^{3} a_{ik} x_k \quad (i = 1, 2, 3),$$

wenn a_{ik} die Substitutionscoefficienten waren. Die damit angedeutete projectivische Untersuchung ist also gewissermassen eine Umkehrung des Ganges von § 3, denn sie zielt auf die Zerlegung des Polygons in seine Dreiecke und deren gegenseitige Gruppirung. Die Hauptresultate mögen kurz angeführt werden.

Nach dem Verhältnis zum Coordinatendreieck sind in Γ *drei Classen von Collineationen* zu unterscheiden, nämlich ($\lambda + \mu + \nu \equiv 0 \bmod. 8$):

$$\left.\begin{array}{c} \text{I. } (\varepsilon^{\lambda} x_1, \varepsilon^{\mu} x_2, \varepsilon^{\nu} x_3); \\ \text{II. } (\varepsilon^{\lambda} x_2, \varepsilon^{\mu} x_3, \varepsilon^{\nu} x_1), (\varepsilon^{\lambda} x_3, \varepsilon^{\mu} x_1, \varepsilon^{\nu} x_2); \\ \text{III. } (-\varepsilon^{\lambda} x_2, -\varepsilon^{\mu} x_1, -\varepsilon^{\nu} x_3), (-\varepsilon^{\lambda} x_3, -\varepsilon^{\mu} x_2, -\varepsilon^{\nu} x_1), (-\varepsilon^{\lambda} x_1, -\varepsilon^{\mu} x_3, -\varepsilon^{\nu} x_2). \end{array}\right\} 36)$$

Collineationen, welche keinen Doppelpunkt auf der Curve haben, mögen kurz als *Verschiebungen*, die übrigen als *Drehungen der Curve* um die auf ihr liegenden Doppelpunkte gekennzeichnet sein.

Im I. Falle entspringen aus $\lambda \gtrless \mu \gtrless \nu \bmod. 8$ 42 Verschiebungen, sobald aber zwei Exponenten congruent werden, ausser der Identität, 3.7 Perspectiven, in denen stets

gegenüberliegende Seiten und Ecken des Coordinatendreieckes als Axe und Centrum zusammengehören. Die 3 . 8 Schnittpunkte von $F = 0$ mit den Dreiecksseiten

$$\Phi_3 = x_1 x_2 x_3 = 0 \qquad 37)$$

vertreten die Wendepunkte, indem die Tangenten in ihnen achtpunktig berühren. Sie seien kurz die *Undulationspunkte der Curve* genannt. Sie ordnen sich nicht nur dreimal *zu achten in Gerade*, sondern auch 48 mal *in Quadrupel, deren 4 Punkte Berührungspunkte von* $F = 0$ *mit einem Kegelschnitte sind*, der bei 8 Collineationen von Γ in sich transformirt wird. So gehört z. B. zu dem Quadrupel $(1, 0, \pm\sqrt{\varepsilon^{\varrho}})$, $(0, 1, \pm\sqrt{\varepsilon^{\sigma}})$ der Kegelschnitt

$$\varepsilon^{\varrho} x_1^2 + \varepsilon^{\sigma} x_2^2 - x_3^2 = 0 \ (\varrho\sigma \equiv 1 \bmod. 2), \qquad 38)$$

der bei der Untergruppe $\mathbf{S}^8$, $\mathbf{S}^{\sigma-\varrho}\mathbf{T}\,\mathbf{S}^{\varrho-\sigma}$ unverändert bleibt. Die Undulationspunkte bilden gegenüber allen Collineationen eine besondere Gruppe, sind also identisch mit den 24 durch $J = \infty$ characterisirten Eckpunkten.

Die II. Classe liefert nur Drehungen von der Periode 3, welche paarweise je dieselben zwei Doppelpunkte auf der Curve haben. Diese 2.8^2 Punkte entsprechen $J = 0$. Sie liegen zu je achten auf Strahlen aus den Ecken des Dreieckes, werden daher durch *16-strahlige Büschel* wie $x_1^{16} + x_2^{16} + x_1^8 x_2^8 = 0$ ausgeschnitten, oder symmetrischer durch

$$X_{16} = x_1^8 x_2^8 + x_2^8 x_3^8 + x_3^8 x_1^8 = 0. \qquad 39)$$

Die Punkte ordnen sich derart in Octupel, dass sie definirt sind als die Berührungspunkte eines Systems von 16 $F = 0$ *achtfach berührenden Polarkegelschnitten*

$$i^{\lambda} x_1^2 + i^{\mu} x_2^2 + i^{\nu} x_3^2 = 0; \qquad 40)$$

aus denselben gehen durch 27) die Doppeltangenten der Curve 4. Ordnung hervor.

In der III. Classe kommen in die erste der 3 Unterabteilungen zunächst, wenn $\lambda \gtrless \mu$ mod. 2, 32 Drehungen um je zwei Undulationspunkte, dann, wenn $\lambda \equiv \mu$ mod. 2, $\lambda + \mu \gtrless 2\nu$ mod. 8, 24 Verschiebungen; endlich entstehen für $\lambda + \mu \equiv 2\nu$ mod. 8 8 centrische Collineationen, deren Axen das Büschel $x_1^8 - x_2^8 = 0$ bilden und 8.8 Drehpunkte definiren. Die ganze Classe liefert so eine Gruppe von 3.64 Punkten $J = 1$, welche durch die 3 Strahlbüschel

$$\Psi_{24} = (x_1^8 - x_2^8)(x_2^8 - x_3^8)(x_3^8 - x_1^8) = 0 \qquad 41)$$

gegeben werden. Nun leitet man leicht aus der allgemeinen Cayley'schen Formel*) ab, dass die Curve, welche *die sextactischen Punkte* von $F = 0$ ausschneidet, in $\Phi_3^{15}\Psi_{24} = 0$ zerfällt. *In den 192 Punkten besitzt die Curve also sechspunktig berührende Kegelschnitte, welche nicht zerfallen.*

Die Formen Φ_3, X_{16}, Ψ_{24} *bilden das volle System der Covarianten der Grundcurve,* gemäss ihrer Entstehung. Die allgemeinen Gruppen homologer Punkte werden ausgeschnitten durch Büschel von Curven 48. Ordnung, z. B. $\Phi_3^{16} - k X_{16}^3 = 0$. Daraus folgt**), dass eine rationale Function der Coordinaten, welche in homologen Punkten denselben Wert, und zwar in den besonderen Gruppen der 24, 128, 192 Punkte resp. den Wert ∞, 0, 1, annimmt, identisch ist mit $J = \frac{-4}{27k}$ und dargestellt wird durch

$$J : J - 1 : 1 = 4 X_{16}^3 : \Psi_{24}^2 : 27 \Phi_3^{16}. \qquad 42)$$

---

*) Cayley: On the sextactic points of a plane curve, Phil. Trans. T. 155. I. p. 545.

**) Klein, Math. Ann. XIV p. 448, Dyck XVII p. 514.

II. Capitel.

Das Transformationsproblem des Modulsystems.

§ 6.

Die Repräsentanten 16. Stufe der Transformation n. Grades.*)

Unter *reiner Transformation n. Grades* versteht man in der Theorie der elliptischen Modulfunctionen den Uebergang von einem Periodenverhältnis ω zu

$$\bar{\omega} = \frac{c + d\omega}{a + b\omega}, \text{ wenn } ad - bc = n \qquad 1)$$

und a, b, c, d ganze Zahlen ohne einen allen gemeinsamen Teiler sind. Alle aus einer allgemeinen Zahl ω entspringenden transformirten Zahlen $\bar{\omega}$ gruppiren sich in *eine endliche Anzahl, N, von Classen* derart, dass alle Zahlen derselben Classe äquivalent, Zahlen verschiedener Classen inäquivalent sind. Greift man aus jeder Classe eine Zahl heraus und nennt die der i. Classe entnommene $R_i(\omega)$, so bilden $R_1(\omega)$, $R_2(\omega)$, ... $R_N(\omega)$ *ein Repräsentantensystem der Transformation* mit der Eigenschaft, dass jede Zahl $\bar{\omega}$ mit einem und nur mit einem der Repräsentanten äquivalent ist. Man beweist dann, dass auch $R_i(S_{(\omega)})$ ein vollständiges Repräsentantensystem bilden, wenn S eine beliebige lineare Substitution ist, da die Coefficienten in R_k und S' so bestimmt werden können, dass

$$R_i(S(\omega)) = S'(R_k(\omega)). \qquad 2)$$

*) Vgl. Gierster, Classenzahlrelationen. Ann. XXI § 4.

Bei ungeradem Grade n pflegt man als *kanonische Repräsentanten* zu nehmen

$$\Omega_{AC} = \frac{16\,C + D\omega}{A} \qquad 3)$$

mit den Bedingungen: $AD = n$, $C < A$ und A, C, D ohne gemeinsamen Teiler. Die Zahl N wird, wenn $p_1, p_2, \ldots$ die in n enthaltenen verschiedenen Primfactoren bedeutet, bekanntlich

$$N = n\left(1 + \frac{1}{p_1}\right)\left(1 + \frac{1}{p_2}\right)\ldots \qquad 4)$$

Bei dem Transformationsproblem von Congruenzmoduln ist es aber sehr vorteilhaft, die Repräsentanten modulo der Stufenzahl s congruent zu wählen. Die Möglichkeit dieser Wahl ist gesichert, sobald *n und s relativ prim* sind.*) Um einheitlich verfahren zu können, *beschränken wir uns daher bei der 8. und 16. Stufe auf ungerade Transformationsgrade.*

Hier gelten folgende Erwägungen. Ersetzen wir in 1) ω durch $T(\omega)$, so ist die neue Transformationszahl mit $\bar{\omega}$ congruent, und umgekehrt sind alle congruenten Transformationszahlen enthalten in

$$\omega' = \frac{c + d\,T(\omega)}{a + b\,T(\omega)} = \frac{c' + d'\omega}{a' + b'\omega} \equiv \frac{c + d\omega}{a + b\omega} \bmod. 16. \qquad 5)$$

Nun geht aber $\bar{\omega}$ in $\bar{\omega}'$ über durch

$$\bar{\omega}' = \frac{\frac{cd' - dc'}{n} + \frac{ad' - bc'}{n}\,\bar{\omega}}{\frac{cb' - da'}{n} + \frac{ab' - ba'}{n}\,\bar{\omega}}, \qquad 6)$$

*) Klein, Ann. XVII p. 67. Ein bekanntes Beispiel bietet in den gewöhnlichen Modulargleichungen die Einführung von $\left(\frac{2}{n}\right)\varphi(n\omega)$ neben $\varphi\left(\frac{\omega + 16k}{n}\right)$ als Wurzel.

und dies ist nur dann eine lineare Substitution, wenn die Coefficieten ganzzahlig sind. Sind aber $\bar{\omega}$ und $\bar{\omega}'$ nicht nur congruent, sondern auch äquivalent, so liefert 6) eine Substitution T, weil die den Coefficienten auferlegten *Congruenzbedingungen modulo 16 und modulo n für ungerades n stets verträglich* sind. Zu $\bar{\omega}$ congruente Zahlen $\bar{\omega}'$ gibt es ferner in jeder Classe, denn, damit

$$\frac{\gamma + \delta \Omega_{AC}}{\alpha + \beta \Omega_{AC}} \equiv \frac{c + d\omega}{a + b\omega} \bmod. 16 , \qquad 7)$$

sind $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ nur aus

$$\alpha A \equiv a, \ \beta D \equiv b, \ \gamma A \equiv c, \ \delta D \equiv d \bmod. 16 \qquad 8)$$

zu bestimmen. Damit ist auch obiger Satz dargetan.

Sind also $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\delta}$ bestimmte Zahlen der Determinante $\bar{\alpha}\bar{\delta} - \bar{\beta}\bar{\gamma} = 1$, welche den Congruenzen 8) genügen, so können wir geradezu als ein *System von zu* $\bar{\omega}$ *congruenten Repräsentanten* nehmen

$$R_i(\omega) = \frac{\bar{\gamma} + \bar{\delta} \Omega_{AC}}{\bar{\alpha} + \bar{\beta} \Omega_{AC}} \equiv \frac{c + d\omega}{a + b\omega} \bmod. 16 , \qquad 9)$$

denn diese sind den Ω_{AC} eindeutig zugeordnet. Zwischen diesen Repräsentanten bestehen nun statt 2) infolge 5) und 6) Gleichungen der Form

$$R_i(T(\omega)) = \overline{T}(R_k(\omega)) . \qquad 10)$$

Diese Ueberlegungen gelten auch für die durch Adiunction von V erweiterte Gruppe, denn man verificirt leicht, dass

$$\frac{c + d\,\mathsf{V}(\omega)}{a + b\,\mathsf{V}(\omega)} \equiv \mathsf{V}\left(\frac{c + d\omega}{a + b\omega}\right) \bmod. 16 , \qquad 11)$$

indem man die beiden Fälle unterscheidet $a \equiv d$ und $b \equiv c \bmod. 2$. *Ersetzen wir also in 1)* ω *durch alle relativ äquivalenten Zahlen, so erhalten wir alle Transformationszahlen, welche zu* $\bar{\omega}$ *oder* $\mathsf{V}(\bar{\omega})$ *congruent sind.*

Unterwerfen wir ω nun einer Substitution W_k der Gruppe G

$$\frac{c + d\,W_k(\omega)}{a + b\,W_k(\omega)} = \frac{c_k + d_k\omega}{a_k + b_k\omega} \equiv \bar{\omega}_k \text{ mod. } 16\,, \qquad 12)$$

so kann der Uebergang von einem System congruenter Repräsentanten R_i zu einem anderen $R_i^{(k)}$, welches zu $\bar{\omega}_k$ congruent ist, immer auch so durch eine Substitution $\overline{W}_k$ erreicht werden, dass

$$R_i^{(k)}(\omega) = R_i(W_k(\omega)) = \overline{W}_k(R_h(\omega))\,. \qquad 13)$$

Man erhält dann alle 384 verschiedenen congruenten Repräsentantensysteme $R_i^{(k)}(\omega)$, indem man die $R_i(\omega)$ sämmtlichen Substitutionen von G unterwirft.

Nun werde diejenige Transformation als die *inverse* bezeichnet, deren Repräsentanten $R_i^{-1}(\omega)$ zu der Umkehrung von 1) gehören

$$\bar{\omega}' \equiv \frac{-c + a\omega}{d - b\omega} \text{ mod. } 16\,. \qquad 14)$$

Wenden wir dieselbe auf eine der N Zahlen $R_i(\omega)$ an, so befindet sich unter den N entstehenden eine mit ω relativ äquivalente Zahl.

Lassen wir die Bedingung fallen, dass A, C, D relativ prim sein sollen, so wird die Zahl der Repräsentanten bekanntlich durch die *Divisorensumme* $\Phi(n)$ gegeben. Diese ist nach der Definition von N

$$\Phi(n) = \sum_k N\left(\frac{n}{k^2}\right), \qquad 15)$$

summirt über alle in n enthaltenen Quadrate k^2. Hiermit sind also alle *eigentlichen* Repräsentanten zusammengefasst, die zu den sämmtlichen Transformationsgraden $\frac{n}{k^2}$ gehören.

Es ist wichtig, *die eigentlichen Repräsentanten auch nach dem Transformationsgrad als Modul* zu betrachten.

Eine dazu nützliche Anschauung ist es, jeder Transformationszahl $R_i(\omega)$ ein Dreieck $P_i(\omega)$ der ω-Halbebene derart zuzuordnen, dass $nP_i(\omega) = n\frac{\gamma_i + \delta_i\omega}{\alpha_i + \beta_i\omega}$ mit $R_i(\omega)$ [6)] äquivalent ist; dies erfordert nur

$$a_i\beta_i \equiv b_i\alpha_i \bmod. n. \qquad 16)$$

Dann folgt*) *für die Aequivalenz zweier Transformationszahlen* $R_i = nP_i$, $R_i' = nP_i' = nP_i(\mathrm{P}_i')$, aus der Identität

$$n\frac{\gamma_i' + \delta_i'\omega}{\alpha_i' + \beta_i'\omega} = \frac{n\gamma_i' + \delta_i' \cdot n\omega}{\alpha_i' + \frac{1}{n}\beta_i' \cdot n\omega}, \qquad 17)$$

als notwendige und hinreichende Bedingung die, dass P_i' *eine Substitution der Gruppe sei*

$$\beta_i' \equiv 0 \bmod. n. \qquad 18)$$

Gehört nun P_i' dieser Gruppe 18) an, so kann die Gleichung

$$P_i(\mathrm{P}_i') = \mathrm{P}(P_i') \qquad 19)$$

derart erfüllt werden, dass sie für alle Repräsentanten und dasselbe P gilt. Man findet als notwendige und hinreichende Bedingung, dass

$$\mathrm{P} = \begin{pmatrix}\gamma & \delta\\ \alpha & \beta\end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix}0 & k\\ k & 0\end{pmatrix} \bmod. n \ (k^2 \equiv 1), \qquad 20)$$

also, dass *P eine Substitution der Congruenzgruppe n. Stufe* sei. Derselben entspricht wieder ein Fundamentalpolygon, dessen Dreiecke alle modulo n verschiedenen Substitutionen vertreten (vgl. § 2), resp. eine Riemann'sche Fläche n. Stufe (§ 3).**)

---

*) Hurwitz, Grundlagen. Math. Ann. XVIII p. 567, 575.

**) Für die Simultanstellung der Flächen 16. und n. Stufe vgl. § 7.

§ 7.

Modularcorrespondenzen.

Die Untersuchung der Repräsentanten zeigt, dass einer Stelle ω des Fundamentalpolygons der erweiterten 16. Stufe durch ω-Transformation n. Grades $384 \cdot N$ inäquivalente Stellen $\bar{\omega}$ zugeordnet sind. Diese verteilen sich in 384 Gruppen von je N Stellen $R_i^{(k)}(\omega)$ derart, dass diese Gruppen, jede als ein Ganzes betrachtet, aus einander durch die Substitutionen von G hervorgehen. Auf das Modulsystem übertragen, sagt dies aus, dass einem Punkte ω der Grundcurve 8. Ordnung 384 unter sich homologe Gruppen von je N Punkten der transformirten Parameter $\bar{\omega} = R_i^{(k)}(\omega)$ $(i = 1, 2, \ldots N)$ zugewiesen sind. Zugleich gehen aus irgend einem Punkte $\bar{\omega}$ durch die inverse Transformation N Punkte $R_i^{(k)-1}(\bar{\omega})$ hervor, unter denen sich auch ω befindet.

Je nachdem wir uns den Parameter eines Curvenpunktes in der Form ω oder $R_i^{(k)}(\omega)$ denken, wollen wir den Punkt zu der ersten oder der zweiten von *zwei Punktschaaren* auf der Curve rechnen. Entsprechen sich nun Punkte auf einer Curve derart, dass jedem Punkte der einen Schaar N Punkte der andern und umgekehrt auch jedem Punkte der letzteren N der ersteren zugewiesen sind, so wird diese Beziehung in der Geometrie als *eine* (N, N)*-deutige Correspondenz* bezeichnet. Demnach ist *der volle Ausdruck der Transformation n. Grades des Modulsystems die Existenz von 384 (N, N)-deutigen Correspondenzen auf der Grundcurve.* Man lässt sie nach 10), 11) sämmtlich aus einer unter ihnen hervorgehen, indem man die Punkte der einen Schaar successive allen Collineationen der Gruppe Γ unterwirft. *Die 384 Correspondenzen sind daher geometrisch nicht wesentlich verschieden.*

Die Modularcorrespondenz hat keine singulären Punkte, welchen unendlich viele Punkte der andern Schaar zugeordnet wären, da für keinen speciellen Wert von ω die transformirten $\bar{\omega}$ unbestimmt werden können und den Parametern die Punkte eindeutig entsprechen. Also besitzen auch die transformirten Moduln $\bar{\varphi}$, $\bar{\psi}$ auf der zu φ, ψ gehörigen Riemann'schen Fläche keinen wesentlich singulären Punkt.

Dies folgt auch direct aus der Betrachtung dieser Fläche (vgl. § 3). Nach I. 3) können die Functionen φ, ψ nur für rationale ω-Werte, wobei aber $\omega = i\,\infty$ mitgerechnet sei, 0 oder ∞ werden; rationalen ω entsprechen aber wieder rationale $\bar{\omega}$. Wesentliche Singularitäten könnten überhaupt nur in diesen Punkten liegen. Denn für alle nicht rationalen Punkte ω_0 der Fläche ist es klar, dass sowol φ, ψ als $\bar{\varphi}$, $\bar{\psi}$ endliche Werte mit endlicher Ordnungszahl annehmen, da dort $\omega - \omega_0$ als unendlich klein der ersten Ordnung zu rechnen ist. Nun entspricht aber einer einmaligen Umkreisung eines rationalen Punktes auf der Fläche, z. B. von $i\,\infty$, in der ω-Ebene überhaupt kein geschlossener Weg, wol aber eine einmalige Umkreisung des Punktes $q = 0$ in der Ebene, auf welche die ω-Ebene durch die Function $q^{\frac{1}{8}}$ abgebildet wird. Demnach ist *in der Nähe des Punktes $i\,\infty$ auf der Fläche die Grösse $q^{\frac{1}{8}}$ als unendlich klein erster Ordnung* zu betrachten. In der Umgebung derselben gelten die Reihenentwickelungen

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{\sqrt{2}} q^{-\frac{1}{8}} \ldots, \quad \frac{1}{\bar{\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2\frac{C}{A}i\pi} q^{-\frac{1}{8}\frac{D}{A}} \ldots, \quad 21)$$

d. h. $\frac{1}{\varphi}$ wird einfach und $\frac{1}{\bar{\varphi}}$ von der Ordnung $\frac{D}{A}$ un-

endlich, so dass $\frac{1}{\varphi}$ dort zugleich einen Verzweigungspunkt besitzen kann. Diese Betrachtungen übertragen sich auf jeden andern Eckpunkt, denn in der Umgebung von $\omega = -\frac{\alpha}{\beta}$ ist statt nach $e^{\frac{i\pi\omega}{8}}$ nach Potenzen von $e^{\frac{i\pi}{8}\frac{\gamma+\delta\omega}{\alpha+\beta\omega}}$ zu entwickeln.*) So kann man verificiren, dass auch in den Eckpunkten die Ordnungszahlen endlich bleiben.

Somit bestehen zwischen φ, ψ *und* $\bar{\varphi}, \bar{\psi}$ *algebraische Relationen, die man folgendermassen bilden kann.* Bedeutet u eine *Unbestimmte*, über deren Wert wir zunächst nicht verfügen, so nimmt die lineare Function $\bar{\varphi} + u\bar{\psi}$ an den N zu einem gegebenen Wertepaar φ, ψ gehörigen Stellen $\bar{\varphi}, \bar{\psi}$ der Fläche N Werte an. Eine symmetrische Function dieser Werte ist für jedes u eine eindeutige Function auf der Fläche φ, ψ, welche auf ihr ebensowenig wie $\bar{\varphi}, \bar{\psi}$ wesentliche Singularitäten besitzt. Daraus folgert die Theorie der algebraischen Functionen, dass die Coefficienten der Potenzen von u rationale Functionen von φ, ψ sind. Also sind $\bar{\varphi} + u\bar{\psi}$ Wurzeln einer algebraischen Gleichung, deren Coefficienten rationale Functionen von u, φ, ψ sind, oder es bestehen algebraische Gleichungen $f(\bar{\varphi} + u\bar{\psi};\ \varphi, \psi) = 0$. Jede solche Gleichung bestimmt, geometrisch gesprochen, ein System von N parallelen Geraden durch die Punkte $\bar{\varphi}, \bar{\psi}$ der Curve I 2). Durch partielle Elimination kann man auch allgemeinere Gleichungen

$$f(\bar{\varphi}, \bar{\psi};\ \varphi, \psi) = 0 \qquad 22)$$

herstellen, deren Grad in $\bar{\varphi}, \bar{\psi}$ sehr wol kleiner als N gemacht werden kann. Indessen bleibt die Frage offen,

*) Hurwitz, Ann. XXV p. 69.

welche Anzahl und Combination dieser Gleichungen zu nehmen ist, um die N Wurzelpaare $\overline{\varphi}, \overline{\psi}$ *zu bestimmen.* Es genügt auch algebraisch, sich auf die Gleichungen eines solchen Systems zu beschränken.

Die Correspondenz des n. Transformationsgrades besitzt eine *Monodromiegruppe*, welche als die Gesammtheit derjenigen Permutationen der Wurzelpaare $\overline{\varphi}, \overline{\psi}$ definirt ist, die folgendermassen entstehen: Man lasse φ, ψ von einer Stelle aus, zu der lauter endliche und verschiedene $\overline{\varphi}_k, \overline{\psi}_k$ gehören, auf der Riemann'schen Fläche alle geschlossenen Wege beschreiben, auf denen kein Verzweigungspunkt liegt, und verfolge, wie auf jedem derselben jedes der N Wurzelpaare $\overline{\varphi}_k, \overline{\psi}_k$ stetig und eindeutig in sich selbst oder ein anderes übergeht. Nun gehören solche geschlossene Wege einerseits zu den Substitutionen der erweiterten Congruenzgruppe 16. Stufe. Anderseits führt eine lineare Substitution P nur dann sämmtliche Classen von Transformationszahlen in sich selbst über, wenn die Bedingung 19) erfüllt ist, d. h. wenn P auch auf der Riemann'schen Fläche n. Stufe 20) einen geschlossenen Weg erzeugt. Da nun beide Forderungen nach dem mehrfach gebrauchten Princip vereinbar sind, so ist *die Monodromiegruppe der Modularcorrespondenz holoedrisch isomorph zu der Gesammtheit der modulo n incongruenten Substitutionen*

$$P \equiv \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ \alpha & \beta \end{pmatrix} \text{mod. } n \quad (\alpha\delta - \beta\gamma \equiv 1), \qquad 23)$$

so dass die Permutationen der Wurzelpaare durch diejenigen P erzeugt werden*), welche zugleich der Gruppe (T, V) angehören: $P \equiv 1, \mathbf{V}$ mod. 16.

Man beweist dann noch in gewohnter Weise, dass

*) Vgl. Hurwitz, l. c. Math. Ann. XVIII p. 574.

die Galois'sche Gruppe des Gleichungssystems nach Adjunction von $\sqrt{\left(\frac{-1}{n}\right) n}$ mit der Monodromiegruppe 23) identisch wird.

Die Modularcorrespondenz heisst nun irreducibel, wenn ihre Monodromiegruppe transitiv ist, d. h. wenn durch geeignete Wahl der Vertauschungswege jedes der zu φ, ψ gehörigen Wertepaare $\bar{\varphi}_k$, $\bar{\psi}_k$ in jedes andere übergeführt werden kann. Das Zerfallen einer Gleichung 22) der irreducibelen Correspondenz in Gleichungen derselben Form kann also nie in der Art stattfinden, dass irgend eine der letzteren nur einen Teil der zu φ, ψ gehörigen N Wurzelpaare $\bar{\varphi}_k$, $\bar{\psi}_k$ lieferte; vielmehr müsste jeder Factor entweder schon für sich alle Wurzeln definiren oder dürfte keine derselben enthalten.

Umgekehrt muss im Falle der Reducibilität die Monodromiegruppe intransitiv sein, so dass schon kleinere Cyclen von nur N' Wertepaaren $\bar{\varphi}_k$, $\bar{\psi}_k$ existiren, deren symmetrische Functionen auf der Fläche eindeutig, also in φ, ψ rational sind. *Bei reiner Transformation kann jedoch die Gruppe nicht intransitiv sein*, denn dann würden zugleich die N' Werte $\bar{\varphi}_k$ ($N' < N$) schon für sich die Eigenschaft haben, durch alle Substitutionen 21) nur untereinander vertauscht zu werden, während dies doch mit dem Irreducibilitäts-Beweise für die Modulargleichungen im Widerspruch wäre.

§ 8.

Die simultanen Collineationen der Hauptcorrespondenz.

Infolge der Gleichberechtigung der 384 Correspondenzen beschränken wir die Untersuchung auf eine der-

selben. Wir wollen die durch die Congruenz

$$\bar{\omega} \equiv n\omega \bmod. 16 \qquad 24)$$

characterisirte Correspondenz als die *Hauptcorrespondenz* auszeichnen. Als *ihre Repräsentanten* sind nach 9) zu nehmen

$$R_i'(\omega) = \Omega'_{\Delta C},\ R_i''(\omega) = \frac{32 + 27\Omega''_{\Delta C}}{19 + 16\Omega''_{\Delta C}}, \qquad 25)$$

wo $\Omega'_{\Delta C}$ die kanonischen Repräsentanten bedeutet, in welchen $\left(\frac{2}{A}\right) = +1$, $\Omega''_{\Delta C}$ diejenigen, in welchen $\left(\frac{2}{A}\right) = -1$, und wobei die Substitution

$$\begin{pmatrix} 32 & 27 \\ 19 & 16 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \equiv (\mathbf{S}^8\,\mathbf{T})^2\,\mathbf{V} \bmod. 16\,. \qquad 26)$$

Die Repräsentanten der inversen Transformation gehören zu

$$\bar{\omega}' \equiv \frac{\omega}{n} \bmod. 16, \qquad 27)$$

so dass nach 6) eine lineare Substitution existirt

$$\bar{\omega}' \equiv \frac{\dfrac{\bar{\omega}}{n}}{n} \bmod. 16. \qquad 28)$$

Die durch die Hauptcorrespondenz einander zugeordneten Punktschaaren mögen als (x) und (z) unterschieden werden. Unterwirft man nun die Schaar (x) einer Collineation W, welche ihre Punkte in neue Lagen (x') bringt, und entsprechen diesen (x') vermöge der Hauptcorrespondenz Punkte (z'), so muss die Schaar derselben nach 13) ebenfalls durch eine Collineation $\overline{W}$ der Gruppe Γ direct aus der Schaar (z) ableitbar sein. *So werden durch 13) die Collineationen der Gruppe Γ derart eindeutig in Paare $W, \overline{W}$ geordnet, dass die simultane Anwendung von W auf (x) und von $\overline{W}$ auf (z) die Correspondenz nur in sich selbst überführt.*

Für die Hauptcorrespondenz ergeben sich aus der Identität [vgl. 17)]

$$n\frac{\gamma+\delta\omega}{\alpha+\beta\omega}\equiv\frac{n\gamma+\delta\cdot n\omega}{\alpha+\frac{\beta}{n}\cdot n\omega}\ \text{mod. } 16 \qquad 29)$$

als *Paare simultaner Substitutionen*

$$W(\omega)\equiv\frac{\gamma+\delta\omega}{\alpha+\beta\omega},\quad \overline{W}(\overline{\omega})\equiv\frac{n\gamma+\delta\bar{\omega}}{\alpha+\frac{\beta}{n}\bar{\omega}}\ \text{mod. } 16. \qquad 30)$$

Ihnen entsprechen simultane Collineationen der Gruppe Γ und zwar den Grundoperationen I 32)

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{S}(\omega),\ \overline{\mathbf{S}}(\overline{\omega})\equiv n+\omega \text{ oder } \overline{\mathbf{S}}=\left(\varepsilon^{-n}z_1,\ \varepsilon^{-\frac{3n+1}{2}}z_3,\ \varepsilon^{-\frac{3n-1}{2}}z_2\right)\\
&\mathbf{T}(\omega),\ \overline{\mathbf{T}}(\overline{\omega})\equiv\frac{-n}{\frac{1}{n}\overline{\omega}},\ \text{also je nachdem}\\
&n^2\equiv 1,\ \overline{\mathbf{T}}(\overline{\omega})\equiv\mathbf{T}(\overline{\omega}),\ \overline{\mathbf{T}}=(-z_2,-z_1,-z_3),\\
&n^2\equiv 9,\ \overline{\mathbf{T}}(\overline{\omega})\equiv\mathbf{S}^8\mathbf{T}\mathbf{S}^8\mathbf{V}(\overline{\omega})\equiv\frac{5}{3\overline{\omega}},\ \overline{\mathbf{T}}=(z_2,z_1,-z_3).
\end{aligned}\right\}\ 31)$$

Hiermit ist die *Gruppe G oder Γ auf sich selbst holoedrisch isomorph bezogen*, denn die Zuordnung von W und $\overline{W}$ ist wechselweise eindeutig, jedoch der Art nach verschieden je nach dem quadratischen Character von n in Bezug auf 2.

Wir berechnen nun insbesondere *zu den erzeugenden Collineationen I 33) die simultanen* und finden

$$\left.\begin{aligned}
\overline{\mathbf{S}}^2&=(\varepsilon^{-2n}z_1,\ \varepsilon^{-3n}z_2,\ \varepsilon^{-3n}z_3)\\
\overline{\mathbf{T}}&=\left(-\left(\tfrac{2}{n}\right)z_2,\ -\left(\tfrac{2}{n}\right)z_1,\ -z_3\right)\\
\overline{\mathbf{U}}&=\left(\left(\tfrac{2}{n}\right)z_2,\ \varepsilon^{\frac{n-1}{2}}z_3,\ \left(\tfrac{2}{n}\right)\varepsilon^{-\frac{n-1}{2}}z_1\right),
\end{aligned}\right\}\ 32)$$

so dass die beiden Schaaren (x) und (z) gleichzeitig Collineationen unterliegen, die im allgemeinen durchaus verschieden sind.

Geht man von der Hauptcorrespondenz zu einer beliebigen anderen Correspondenz über, characterisirt durch $\overline{\omega} \equiv n\, W(\omega) \equiv \overline{W}(n\omega) \bmod. 16$, so sind die zu $\mathbf{S}, \mathbf{T}$ simultanen $\overline{\mathbf{S}}, \overline{\mathbf{T}}$ von 31) zu ersetzen durch $\overline{W}\,\overline{\mathbf{S}}\,\overline{W}^{-1}$, $\overline{W}\,\overline{\mathbf{T}}\,\overline{W}^{-1}$, und man erhält für jedes W einen neuen Isomorphismus. *Die Gruppe Γ ist somit auf zwei wesentlich verschiedene Weisen, je nachdem $\frac{2}{n} = \pm 1$, 384 mal isomorph auf sich selbst bezogen;* es gibt auch keine weiteren Beziehungen dieser Art.*) Dieser vielfache Isomorphismus ist aber eine bekannte characteristische Eigenschaft der Galois'schen Gruppe der Modulargleichung. In der Tat ist die Gruppe G geradezu die Galois'sche Gruppe der Correspondenz des 16. Transformationsgrades (vgl. § 7).

Neben den simultanen Collineationen gibt es noch eine Operation, welche die Correspondenz nicht ändert. Benennen wir nämlich in der Hauptcorrespondenz einen Punkt z_i als x_i, so tritt nicht auch an Stelle von x_i einfach z_i in der neuen Bezeichnung, sondern gemäss 28) ist (x_1, x_2, x_3) zu ersetzen durch $\left(\left(\frac{2}{n}\right) z_1,\ \left(\frac{2}{n}\right) z_2,\ z_3\right)$. *Somit bleibt die Correspondenz wiederum ungeändert, wenn man gleichzeitig die Vertauschungen vornimmt*

$$\begin{pmatrix} x_1, & x_2, & x_3, & z_1, & z_2, & z_3 \\ \left(\frac{2}{n}\right) z_1, & \left(\frac{2}{n}\right) z_2, & z_3, & x_1, & x_2, & x_3 \end{pmatrix}. \qquad 33)$$

Also ist auch in dieser Hinsicht die Analogie zu den

*) Gierster, Untergruppen der Galois'schen Gruppe der Modulargleichung. Ann. XVIII p. 355.

Modulargleichungen vollständig, denn deren Argumente sind bekanntlich in ähnlicher Weise vertauschbar.

Diese simultanen Operationen werden weiterhin eine grundlegende Bedeutung gewinnen. Um für ihre rechnerische Verwendung eine grössere Uebersichtlichkeit zu erzielen, führen wir *an Stelle der z_i neue Variabele y_i* ein durch die Substitution

$$y_1 = \sigma\left(\frac{2}{n}\right) z_1,\ y_2 = \sigma z_2,\ y_3 = \sigma\varepsilon^{\frac{n-1}{2}} z_3, \qquad 34)$$

wo $\sigma = \left(\frac{2}{n}\right)\varepsilon^{-3\frac{n-1}{2}}$ nur hinzugefügt ist, um die Determinante zu Eins zu machen. Dies entspricht, beiläufig bemerkt, einem Uebergang von der Hauptcorrespondenz zu einer Correspondenz

$$\bar{\omega} \equiv \mathbf{S}^{n(n-1)}\mathbf{T}\mathbf{S}^{-(n-1)}\mathbf{T}(n\omega) \equiv n\frac{n-1+(n(n-1)^2+1)\omega}{1+n(n-1)\omega} \text{ mod. } 16, \quad 35)$$

in welcher schon die Repräsentantenwahl von n mod. 16 abhängt.

Durch diese Einführung gewinnt die *Tabelle der simultanen Collineationen* die einfachere Gestalt

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{S}^2 &= (\varepsilon^{-2}x_1, \varepsilon^{-3}x_2, \varepsilon^{-3}x_3),\ \bar{\mathbf{S}}^2 = (\varepsilon^{-2n}y_1, \varepsilon^{-3n}y_2, \varepsilon^{-3n}y_3) \\ \mathbf{T} &= (-x_2, -x_1, -x_3),\ \bar{\mathbf{T}} = (-y_2, -y_1, -y_3) \\ \mathbf{U} &= (x_2, x_3, x_1),\ \bar{\mathbf{U}} = (y_2, y_3, y_1), \end{aligned}\right\} 36)$$

während die Vertauschungen 33) übergehen in

$$\mathbf{P} = \left(\sigma^{-1}y_1, \sigma^{-1}\left(\frac{2}{n}\right)y_2, \sigma^{-1}\varepsilon^{-\frac{n-1}{2}}y_3\right)\left(\sigma\left(\frac{2}{n}\right)x_1, \sigma x_2, \sigma\varepsilon^{\frac{n-1}{2}}x_3\right). \quad 37)$$

Die einzelnen Zeilen von 36) und 37) sollen künftig kurz unterschieden werden als *ε-Multiplication* ($\mathbf{S}^2$, $\bar{\mathbf{S}}^2$), *Trans-*

position $(\mathsf{T}, \overline{\mathsf{T}})$, *cyclische Verschiebung* $(\mathsf{U}, \overline{\mathsf{U}})$ und *Reihenwechsel* (P).

Nach der Redeweise der analytischen Geometrie sind die Variabelen der beiden Reihen, je nachdem $n \equiv +1$ oder $n \equiv -1 \bmod. 8$, als *cogredient und contragredient* zu unterscheiden, dagegen wären sie, wenn $\left(\frac{2}{n}\right) = -1$, etwa *allgemein digredient* zu nennen.

§ 9.

Die Classe der Schnittsystem-Correspondenzen.

Es sei auf einer Grundcurve eine (N, N)-deutige Correspondenz zwischen Punktschaaren (x) und (z) gegeben, welche durch algebraische, *biternär-homogene* Gleichungen der Gestalt

$$f(x_1, x_2, x_3; z_1, z_2, z_3) = 0 \qquad 38)$$

darstellbar sei.

Eine solche biternäre Gleichung für sich stellt ein Gebilde der Ebene dar, in welchem jedem Punkte (x) als Pol eine ganze Curve $f_z = 0$, jedem (z) eine Curve $f_x = 0$ entspricht, wenn die Indices je die laufenden Coordinaten kennzeichnen. Auf der Grundcurve $F = 0$ aber ordnet $f = 0$ jedem Punkt (x), resp. (z) derselben die Schnittpunkte mit $f_z = 0$, resp. $f_x = 0$ zu.

Nun gehören aber möglicherweise nicht alle Schnittpunkte der Curve $f_z = 0$ zu der Gruppe (z), welche (x) in der gegebenen Correspondenz entspricht; dann werden neben $f = 0$ weitere Bestimmungen erforderlich. Es wird z. B. festgesetzt, dass diejenigen Schnittpunkte der *Correspondenzcurve* $f_z = 0$, welche in ihren Pol (x) oder in feste Punkte der Grundcurve fallen, ausgeschlossen und

nur die übrigen, beweglichen Schnittpunkte zur *Correspondenzgruppe* (z) gerechnet werden sollen. Weitere Gleichungen können nötig werden, um auch von diesen wiederum einige auszuschliessen, indem etwa durch die nicht zu berücksichtigenden Schnittpunkte von $f_z = 0$ eine zweite Curve gelegt wird, u. s. w.

Die Darstellung der Correspondenz erfordert also im allgemeinen ein System biternärer Gleichungen, und man hätte hier in die Untersuchung der Frage einzutreten (§ 7), was für Gleichungssysteme insbesondere zur Definition der Modularcorrespondenzen notwendig und hinreichend sind. Indessen sei hier auf die in der Einleitung citirten Hurwitz'schen Resultate verwiesen. Das nächste Interesse knüpft sich alsdann an das speciellere Problem:

Existiren Modularcorrespondenzen, welche durch eine einzige algebraische Gleichung $f = 0$ *neben* $F = 0$ *vollständig definirt sind?* eventuell: *unter welchen Bedingungen?* Auf diese Untersuchung sei alles folgende beschränkt.

Zunächst wollen wir, unter Festsetzung der Terminologie, einige Consequenzen aus der Annahme ziehen, dass der volle algebraische Ausdruck einer ω-Transformation n. Grades durch *eine* verschwindende ganze biternäre Form $f = 0$ *rein* gegeben sei. *Einem Punkte der einen Schaar sind dann die sämmtlichen Schnittpunkte der zugehörigen Correspondenzcurve mit der Grundcurve als Correspondenzgruppe der andern Schaar zugeordnet. Zuordnungen dieser Art sollen kurz als Schnittsystem-Correspondenzen n. Grades characterisirt und in eine Classe zusammengefasst werden.*

Eine erste wichtige Folgerung aus § 8 lautet: *Ist die Hauptcorrespondenz eine Schnittsystem-Correspondenz, so gehören gleichzeitig alle 384 Correspondenzen zu dieser*

besonderen Classe. In der Tat erfordert der Uebergang von einer Correspondenz zu einer andern nach 13) nur die Anwendung von linearen Transformationen auf die eine Variabelenreihe. Daher werden wir weiterhin stets, der Einführung von y_i durch 34) entsprechend, die Correspondenzgleichung 38) in der Form voraussetzen:

$$f(x_1, x_2, x_3; y_1, y_2, y_3) = 0. \qquad 39)$$

Bei einer modularen Schnittsystem-Correspondenz sind die sämmtlichen Schnittpunkte der Correspondenzcurven mit $F = 0$ *beweglich mit dem zugehörigen Pole und von ihm verschieden*, ersteres, weil $\bar{\omega}$ mit ω variabel ist, letzteres, weil keine der Transformationszahlen allgemein mit ω äquivalent sein kann. Entsprechen aber einem Punkte (x) ebenso viele bewegliche und von ihm verschiedene Punkte (y) wie umgekehrt, so müssen $f_y = 0$ und $f_x = 0$ Curven derselben Ordnung m oder es muss *die biternäre Form* f *in beiden Reihen von Variabelen von derselben Dimension* m sein. Es werde dann die Schnittsystem-Correspondenz n. Grades auch von der m. Ordnung genannt.

Für eine Correspondenz dieser Classe gilt infolge des vorigen Satzes das einfache *Chasles'sche Correspondenzprincip.* Es stellt nämlich

$$f(x_1, x_2, x_3; x_1, x_2, x_3) = 0$$

den Ort eines Punktes (x) dar, durch den die Curve der correspondirenden Punkte (y) hindurchgeht. *Also hat die Correspondenz* $16m = 2N$ *Coincidenzpunkte**).

Bei reiner ω *Transformation kann die Gleichung* $f = 0$ *nur das gleich Null gesetzte Potenzenproduct biternärer For-*

*) Hieraus entspringt die specielle Gruppe von Classenzahlrelationen 16. Stufe für die quadratischen Formen der Determinante $-n$, wenn n den Kriterien des § 14 genügt (vgl. die in der Einleitung citirten Abhandlungen).

men $f_1, f_2, \ldots$ sein, welche im gewöhnlichen Sinne irreducibel sind und schon einzeln, gleich Null gesetzt, die Correspondenz rein darstellen. Denn Teilbarkeit von f durch einfach ternäre Formen ist schon nach p. 169 auszuschliessen; gleich Null gesetzte biternäre Factoren müssen nach p. 162 alle Wurzelpaare liefern, dürfen aber nach der Voraussetzung über $f = 0$ offenbar keine fremden Wurzeln enthalten.

Gesetzt, es gehören nun zu allen Transformationsgraden $\frac{n}{k^2}$ (vgl. Schluss von §7) irreducibele Schnittsystem-Correspondenzen $f_1 = 0$, $f_2 = 0, \ldots$ und wir betrachten diese alle gleichzeitig, so bilden sie zusammen nach 15) eine *($\Phi(n)$, $\Phi(n)$)-deutige reducibele Schnittsystem-Correspondenz.* Die Gleichung derselben ist offenbar $f_1, f_2 \ldots = 0$, so dass ihre Correspondenzcurven im gewöhnlichen Sinn zerfallen. Dann haben aber auch die reducibelen Correspondenzen aller Grade $\frac{n}{k^2}$ den nämlichen Character, da überhaupt, wenn k'^2 noch alle quadratischen Teiler von $\frac{n}{k^2}$ bedeutet,

$$\Phi\left(\frac{n}{k^2}\right) = \sum_{k'} N\left(\frac{n}{k^2 k'^2}\right) \text{ (für alle } k^2). \qquad 40)$$

Dabei sind die irreducibelen Bestandtheile der zerfallenden Correspondenzcurven für alle diese Grade identisch.

Da nun das Gleichungssystem 40) die Coefficientendeterminante 1 ergibt, so folgen auch umgekehrt alle $N\left(\frac{n}{k^2}\right)$ als lineare Aggregate der $\Phi\left(\frac{n}{k^2 k'^2}\right)$ mit ganzzahligen Coefficienten. Um diese Umkehrung übersichtlich zu machen, führen wir Πk_i^2 ein als das Product aller in n enthaltenen Primzahlquadrate k_i^2, so dass, wenn

$$n = n' \Pi k_i^2, \qquad 41)$$

n' lauter verschiedene Primfactoren enthält. Ordnen wir dann 40) in

$$\left.\begin{aligned} N(n') &= \Phi(n') \\ N(n'k_i^2) &= \Phi(n'k_i^2) - N(n') \\ N(n'k_i^2k_\lambda^2) &= \Phi(n'k_i^2k_\lambda^2) - N(n'k_i^2) - N(n'k_\lambda^2) - N(n') \text{ u.s.w.,} \end{aligned}\right\} 42)$$

so folgt auch der Satz: *Wenn die reducibelen Correspondenzen aller Grade* $\left(\frac{n}{k^2}\right)$ *Schnittsysteme liefern, so sind schon die irreducibelen Correspondenzen dieser Grade ebenfalls Schnittsystem-Correspondenzen.* Denn es gibt offenbar [erste Gleichung 42)] neben der irreducibelen keine reducibele Schnittsystem-Correspondenz n'. Grades; in den successive zu betrachtenden folgenden Gleichungen entspricht rechts dem Minuenden nach Voraussetzung eine Schnittsystem-Correspondenz, den Subtrahenden weisen die vorhergehenden Gleichungen Schnittsystem-Correspondenzen zu, deren Correspondenzcurven je in denen des Minuenden enthalten sind; also gehört auch je zur linken Seite eine Correspondenz dieser Classe.

Nach den bisherigen Ueberlegungen ist zur Existenz einer modularen Schnittsystem-Correspondenz jedenfalls erforderlich $m = \frac{N}{8}$, oder

$$N \equiv 0 \bmod. 8. \qquad 43)$$

Daraus folgen schon gewisse *Bedingungen für die Gradzahl n* (siehe § 14). Eine blosse Abzählung der Punktezahl sagt indessen noch nichts darüber aus, ob die $N = 8m$ Punkte der Correspondenzgruppen wirklich die vollen Schnittpunktsysteme von Curven m. Ordnung mit der Grundcurve bilden. Es ist die Aufgabe des folgenden Capitels die notwendigen und hinreichenden Bedingungen abzuleiten, unter welchen die $8m$ Punkte der Hauptcorrespondenz je auf einer Curve m. Ordnung liegen.

III. Capitel.

Kriterien der Schnittsystem-Correspondenzen.

§ 10.

Die Integrale erster Gattung auf der Grundcurve.

Es ist zu untersuchen, *ob und wann 8m Punkte der Grundcurve, welche durch ihre transcendenten Parameter* $R_i(\omega)$ *definirt sind, die Schnittpunkte derselben mit einer Curve m. Ordnung sein können.*

Das Kriterium dafür formulirt in transcendenter Weise das *Abel'sche Theorem*, welches für eine Grundcurve ohne Doppelpunkte folgendermassen ausgesprochen werden kann: Bestimmen zwei Curven m. Ordnung $f = 0$, $g = 0$ auf der Grundcurve n. Ordnung $F = 0$ die Schnittpunktsysteme $(x^{(k)})$, $(c^{(k)})$ $(k = 1, 2, \ldots mn)$, so können die Punkte derselben derart in Paare geordnet werden, dass die Summen gleichartiger Integrale erster Gattung, modulis Perioden derselben, verschwinden, wenn die Integration jeweilen von den Punkten $(c^{(k)})$ als unteren Grenzen bis zu den zugeordneten Punkten $(x^{(k)})$ als oberen Grenzen erstreckt wird. Sind also $I^{(r)}p$ linear unabhängige, überall endliche Integrale, so bestehen die p Gleichungen

$$\sum_{k=1}^{mn} \int_{(c^{(k)})}^{(x^{(k)})} d\,I^{(r)} = 0 \quad (r = 1, 2, \ldots p). \qquad 1)$$

Umgekehrt ist *das Bestehen dieser p Integralgleichungen die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass durch das Punktsystem* $(x^{(k)})$ *eine Curve m. Ordnung* $f = 0$ *geht, wenn die Punkte der unteren Grenzen* $(c^{(k)})$ *auf einer solchen* $g = 0$ *gewählt sind.*

Auf unserer Grundcurve 8. Ordnung bilden das Punktsystem $(x^{(k)})$ die 8 m, nach § 9 ingesammt beweglichen, Punkte $R_i(\omega)$. Da das Abel'sche Theorem die Irreducibilität der Curven nicht voraussetzt, *wählen wir als zweckmässigste Curve der unteren Grenzen* $(c^{(k)})$ *eine Undulationstangente.* Denn dann ist der zugehörige Berührungspunkt — wir wählen als solchen insbesondere $\omega = i\,\infty$ oder $(0, 1, \sqrt{\varepsilon})$ — gemeinsame untere Grenze aller Integrale des Theorems, und jede Festsetzung über die Zuordnung der Grenzen fällt dahin (vgl. § 5).

Das allgemeine überall endliche Integral auf $F = 0$ ist in homogener Schreibweise

$$\int v_5\,(x_1, x_2, x_3)\,dw, \tag{2}$$

wo v_5 die allgemeine ternäre Form 5. Dimension bedeutet, und das Differential

$$dw = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & x_1 & dx_1 \\ a_2 & x_2 & dx_2 \\ a_3 & x_3 & dx_3 \end{vmatrix}}{a_1 x_1' + a_2 x_2' + a_3 x_3'} \tag{3}$$

von den Constanten a_i bekanntlich unabhängig ist.*) Aus den einzelnen Termen von v_5 entspringen *die* $p=21$ *linear unabhängigen Integrale*, für welche wir nun die Bezeichnung einführen

$$I_{\alpha\beta\gamma} = \frac{\varepsilon^{-\frac{\gamma+5}{2}}}{\pi} \int_{(0,1,\sqrt{\varepsilon})}^{(x_1, x_2, x_3)} x_1^{\alpha}\, x_2^{\beta}\, x_3^{\gamma}\, dw. \tag{4}$$

Dabei bedeuten, wie in diesem Capitel immer, α, β, γ alle Zahlentripel, für welche

$$\alpha + \beta + \gamma = 5. \tag{5}$$

---

*) Clebsch und Gordan, Th. d. Abel'schen Functionen § 4.

Um die Integrale in solche des complexen Argumentes ω oder q umzusetzen, schreiben wir — unter eindeutiger Bestimmung der Wurzeln nach I 5) — für I 27)

$$x_1 : x_2 : x_3 : = \sqrt{\theta_2} : \sqrt{\theta_0} : \sqrt{\varepsilon\theta_3}. \qquad 6)$$

Dann leitet man zur Umrechnung des Differentials dw aus den Jacobi'schen Formeln (Werke II p. 178) leicht die Relationen ab

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = \frac{1}{8}\,\theta_0^4\,\frac{dq}{q}, \quad \frac{d\psi}{\psi} = \frac{-1}{8}\,\theta_2^4\,\frac{dq}{q}, \qquad 7)$$

aus denen sich nach einfacher Umsetzung ergibt

$$dw = \frac{1}{8}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\pi}\,\theta_1'}\,\frac{dq}{q} = \frac{i\pi}{8}\sqrt{\varepsilon\,\theta_1\theta_2\theta_3}\;d\omega. \qquad 8)$$

Die Integrale erhalten die Gestalt

$$I_{\alpha\beta\gamma}(\omega) = \frac{-i}{8\sqrt{\pi^3}}\int_0^{\sqrt{\theta_2^\alpha\theta_0^\beta\theta_3^\gamma\theta_1'}}\frac{dq}{q} = \frac{1}{8}\int_{i\infty}^{\sqrt{\theta_2^{\alpha+1}\theta_0^{\beta+1}\theta_3^{\gamma+1}}} d\omega, \qquad 9)$$

und sind damit als *eindeutige Functionen von* θ dargestellt, da die Wurzelzeichen so zu wählen sind, dass

$$I'_{\alpha\beta\gamma}(\omega) = 8\pi\,\frac{dI_{\alpha\beta\gamma}(\omega)}{d\omega} = 2^{\frac{\alpha+1}{2}}\,\pi q^{\frac{\alpha+1}{8}}\,\Pi_1^\alpha\,\Pi_2^\beta\,\Pi_3^\gamma\,\Pi_4^4. \qquad 10)$$

Nun kann man aber auch mittelst der *Landen'schen Transformation* φ, ψ als rationale Quotienten von θ-Werten constanten Argumentes darstellen, und gleichzeitig gelingt es, die in 9) auftretenden *Wurzeln aus* θ*-Producten in Producte je eines transformirten* θ_2, θ_0 *oder* θ_3 *und eines transformirten* θ_1' *zu verwandeln.* Aus den Gleichungen zwischen den θ-Functionen der Parameter ω und 2ω erhält man*) für die speciellen Argumente 0 und $\frac{1}{4}$

*) Weber, Zur Th. d. elliptischen Funct. Acta Math. VI p. 336.

$$\left.\begin{aligned} \theta_0\,\theta_2 &= \theta_2^2\left(\frac{1}{4},\,\frac{\omega}{2}\right)\\ 2\,\theta_2\,\theta_3 &= \theta_2^2\left(0\,,\,\frac{\omega}{2}\right)\\ \theta_0\,\theta_3 &= \theta_0^2\,(0\,,\,2\omega)\end{aligned}\right\} \quad 11)$$

und durch Differentiation jener Gleichungen, bei speciellen Wertrelationen,

$$\theta_1' = \pi\,\theta_2\,\theta_0\,\theta_3$$

$$\theta_1'\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right) = \theta_3^2\,\theta_2\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right) = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\,\theta_2\left(0,\frac{\omega}{2}\right)\theta_0(0,2\omega)\,\theta_3. \quad 12)$$

Hieraus folgen einerseits für φ, ψ die *Hermite'schen Ausdrücke*

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\theta_2\left(0,\,\frac{\omega}{2}\right)}{\theta_1},\quad \psi = \frac{\theta_0\,(0,\,2\,\omega)}{\theta_3} \qquad 13)$$

und anderseits, mit der in 10) eingeführten Abkürzung, die 21 Integranden in rationaler Form

$$\left.\begin{array}{lll}
\text{I.} & I'_{113} = \theta_3\,\theta_1' & I'_{131} = \theta_0\,\theta_1' \qquad\qquad I'_{311} = \theta_2\,\theta_1'\\
\text{II.} & I'_{212} = \frac{1}{\sqrt{2}}\theta_2\left(0,\frac{\omega}{2}\right)\theta_1' & I'_{221} = \theta_2\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right)\theta_1' \qquad I'_{122} = \theta_0(0,2\omega)\,\theta_1'\\
\text{III.} & I'_{005} = \theta_3\,\theta_1'\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right) & I'_{050} = \frac{1}{\sqrt{2}}\theta_0\,\theta_1'\left(0,\,\frac{\omega}{2}\right) \qquad I_{500} = 2\,\theta_2\,\theta_1'(0,2\omega)\\
\text{IV.} & \left\{\begin{array}{l} I'_{023} = \theta_0\,\theta_1'\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right)\\ I'_{032} = \frac{1}{\sqrt{2}}\theta_3\,\theta_1'\left(0,\frac{\omega}{2}\right)\end{array}\right. & \left\{\begin{array}{l} I'_{203} = \theta_2\,\theta_1'\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right)\\ I'_{230} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\theta_2\,\theta_1'\left(0,\,\frac{\omega}{2}\right)\end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} I'_{302} = 2\,\theta_3\,\theta_1'(0,2\omega)\\ I'_{320} = 2\,\theta_0\,\theta_1'(0,2\omega)\end{array}\right.\\
\text{V.} & \left\{\begin{array}{l} I'_{014} = \theta_0(0,2\omega)\,\theta_1'\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right)\\ I'_{041} = \frac{1}{\sqrt{2}}\theta_0(0,2\omega)\,\theta_1'\left(0,\frac{\omega}{2}\right)\end{array}\right. & \left\{\begin{array}{l} I'_{104} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\theta_2\left(0,\frac{\omega}{2}\right)\theta_1'\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right)\\ I'_{140} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\theta_2\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right)\theta_1'\left(0,\frac{\omega}{2}\right)\end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} I'_{401} = \sqrt{2}\,\theta_2\left(0,\frac{\omega}{2}\right)\theta_1'(0,2\omega)\\ I'_{410} = 2\,\theta_2\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right)\theta_1'(0,2\omega)\end{array}\right.
\end{array}\right\} \quad 14)$$

Man bemerke, dass jeder Ausdruck ein $\theta_1'(0)$ od. $\theta_1'\left(\frac{1}{4}\right)$ enthält.

Insbesondere zeichnen sich die Integrale der I. Gruppe dadurch aus, dass sie keine transformirten θ enthalten, und sie characterisiren sich so als *die drei unabhängigen Integrale auf der Curve 4. Ordnung* $p = 3$ [I 27)], wie auch eine einfache directe Ueberlegung zeigt.

§ 11.

Periodicität und lineare Transformation der Integrale.*)

Die Integrale sind als Functionen des Ortes auf der Riemann'schen Fläche $p = 21$ unendlich-vieldeutig. Jede solche Function ändert im allgemeinen ihren Wert, wenn man sie zur Ausgangsstelle längs eines geschlossenen Weges zurückführt, der weder auf der Fläche in einen Punkt zusammengezogen werden kann, noch Verzweigungspunkte der Function umschliesst. Durchläuft aber ω in seiner Halbebene beliebige geschlossene Wege, so sind die entsprechenden Wege auf der Fläche offenbar stets in Punkte zusammenziehbar. *Daher ist jede zur Fläche gehörige Function von* ω, *welche auf derselben keine Verzweigungspunkte besitzt, also insbesondere jedes zugehörige überall endliche Integral, notwendig eine eindeutige Function von* ω.

Auch den Wegen zwischen relativ äquivalenten Punkten ω, ω' der Halbebene entsprechen auf der Fläche geschlossene Wege. Diese lassen sich wiederum auf Punkte zusammenziehen, wenn die zwischen ω, ω' vermittelnde Substitution der erweiterten Congruenzgruppe parabolisch oder elliptisch ist, denn eine solche bewirkt im wesentlichen nur eine Drehung der Halbebene um je einen festbleibenden Punkt derselben (p. 140). Bei diesen Substi-

*) Vgl. Hurwitz, Classenzahlrelationen Ann. XXV p. 170, 188.

tutionen ändern sich also die Integrale wiederum nicht, dagegen ändern sie sich bei den hyperbolischen Substitutionen, welchen nicht-zusammenziehbare Wege entsprechen, um additive Constanten, weil die Differentiale invariant sind. Umgekehrt *können die Integrale erster Gattung auf der Fläche* $p = 21$ *geradezu definirt werden als die eindeutigen, überall endlichen Functionen von* ω, *welche der Functionalgleichung genügen* [T beliebige Substitution der Gruppe (T, V)]

$$I_{\alpha\beta\gamma}(T(\omega)) = I_{\alpha\beta\gamma}(\omega) + P^{(T)}_{\alpha\beta\gamma}. \qquad 15)$$

Damit erfährt der Begriff der Modulfunctionen eine naturgemässe Erweiterung, wie sie zuerst Herr Hurwitz in den citirten Abhandlungen gab.

Verwandelt man die Fläche durch ein System von Querschnitten in einen Fundamentalbereich (p. 143), z. B. das symmetrische Polygon der Figur, so ist jedes Integral innerhalb desselben eine eindeutige Function des Ortes, erleidet aber beim Ueberschreiten jeder Schnittstrecke eine Aenderung um eine zugehörige Periode. Es gibt nun insbesondere Systeme von $2p$ Rückkehrschnitten und Querschnitten, welchen $2p$ unabhängige Perioden jedes Integrals zugehören, durch deren lineare ganzzahlige Combinationen die allgemeinsten Perioden derselben darstellbar sind. Legen wir also die schon p. 146 postulirte Anordnung des Fundamentalpolygons zu Grunde, so sind zufolge der Definition der erzeugenden Substitutionen die Verbindungslinien zusammengehöriger Randpunkte *Periodenwege*, und jede erzeugende, hyperbolische Substitution $E^{\lambda'}_{\lambda}$ ergibt ein *System von* p *simultanen Fundamentalperioden*

$$I_{\alpha\beta\gamma}\left(E^{\lambda'}_{\lambda}(\omega)\right) - I_{\alpha\beta\gamma}(\omega) = \pi^{(\lambda,\lambda')}_{\alpha\beta\gamma}. \qquad 16)$$

Für die parabolischen Substitutionen haben wir dagegen (siehe oben)

$$I_{\alpha\beta\gamma}(\omega + 16) = I_{\alpha\beta\gamma}(\omega), \quad I_{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{\omega}{1-16\omega}\right) = I_{\alpha\beta\gamma}(\omega). \quad 17)$$

In eine genauere Untersuchung dieser Fundamentalsysteme brauchen wir jedoch nicht einzutreten, weil sich sofort eine noch einfachere Darstellung der Perioden durch nur 12 Grössen ergeben wird.

Allgemein erfahren die Integrale bei den linearen ω-Substitutionen selbst lineare Transformationen. Das Differential dw ist bei den Substitutionen I 33) der Gruppe Γ invariant, also bleibt nur die Aenderung von $x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma = \varepsilon^{\frac{\gamma+5}{2}} \pi \frac{dI\alpha\beta\gamma}{dw}$ nach jenen Formeln in Betracht zu ziehen. Demnach ist bei der Grundoperation **S**

$$I_{\alpha\beta\gamma}(\omega + 1) = \varepsilon^{\frac{\alpha+1}{2}} I_{\alpha\gamma\beta}(\omega), \qquad 18)$$

da nach 17) keine Constante zutritt. Dagegen muss bei **T**

$$I_{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{-1}{\omega}\right) = -I_{\beta\alpha\gamma}(\omega) + p_{\alpha\beta\gamma} \qquad 19)$$

je eine von Null verschiedene Constante dazukommen, weil das Integral $I_{\alpha\beta\gamma}(\omega)$ nicht lauter Perioden Null haben kann. Infolge der Bedeutung von **S** und **T** sind *die sämmtlichen Periodensysteme lineare Aggregate der $p_{\alpha\beta\gamma}$ mit ganzzahligen Coefficienten.* Indessen sind von diesen Constanten nur 12 unabhängig, denn, weil **T** die Periode 2 hat [vgl. auch 17)], ist

$$p_{\alpha\beta\gamma} = p_{\beta\alpha\gamma}. \qquad 20)$$

Bei den erzeugenden Substitutionen der Gruppe Γ hat man also

$$\left.\begin{aligned} I_{\alpha\beta\gamma}(\mathbf{S}^2(\omega)) &= \varepsilon^{\alpha+1} I_{\alpha\beta\gamma}(\omega) \\ I_{\alpha\beta\gamma}(\mathbf{T}(\omega)) &= -I_{\beta\alpha\gamma}(\omega) + p_{\alpha\beta\gamma} \\ I_{\alpha\beta\gamma}(\mathbf{U}(\omega)) &= \varepsilon^{\frac{\beta-\gamma}{2}} I_{\gamma\alpha\beta}(\omega) + \varepsilon^{-\frac{\alpha+1}{2}} p_{\gamma\alpha\beta}. \end{aligned}\right\} \quad 21)$$

Hiernach ordnen sich die Integrale in *5 Gruppen* — siehe die Ziffern I bis V in 14) — derart, dass die Angehörigen einer Gruppe durch lineare ω-Transformation in einander, nicht aber in solche anderer Gruppen übergeführt werden können. Die Gruppen sind durch die, abgesehen von Permutationen der Indices, verschiedenen Zahlentripel characterisirt

I 113, II 221, III 005, IV 023, V 014. 21)

Für die Aenderung bei einer Substitution W von G, deren *Decomposition* in Grundoperationen nach I 34) man kennt, hat man nach 21) die Formel [mit denselben Bezeichnungen wie I 34)]

$$\left.\begin{aligned} I_{\alpha\beta\gamma}(W(\omega)) &= \varepsilon^{\lambda(\alpha+1)+\mu(\beta+1)+\frac{\gamma''-\gamma}{2}+4\tau} I_{\alpha'\beta'\gamma'}(\omega) + K_{\alpha\beta\gamma}, \\ \text{wo} \quad \gamma'' &= \mathbf{U}^{-\sigma}(\gamma),\ (\alpha', \beta', \gamma) = \mathbf{U}^{-\sigma}\mathbf{T}^{-\tau}(\alpha, \beta, \gamma) \end{aligned}\right\} \quad 22)$$

und auch $K_{\alpha\beta\gamma}$ leicht zu ermitteln ist. Jedoch ist letzteres unnötig, denn weiterhin darf stets von zutretenden Perioden abgesehen werden, da diese für das Abel'sche Theorem ohne Belang sind. *Integralgleichungen der folgenden Paragraphen stehen daher an Stelle von Congruenzen modulis Perioden.* Die Formel ergibt z. B., unter Ausrechnung der Constanten, für die in II 26) vorkommende Substitution $(\mathbf{S}^8\mathbf{T})^2$

$$\left.\begin{aligned} I_{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{-5\omega}{3}\right) &= (-1)^{\gamma+1} I_{\alpha\beta\gamma}(\omega) \qquad (\beta \text{ ungerade}) \\ I_{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{-5\omega}{3}\right) &= (-1)^{\gamma+1} I_{\alpha\beta\gamma}(\omega) + 2(-1)^{\alpha+1} p_{\alpha\beta\gamma} (\beta \text{ gerade}). \end{aligned}\right\} \quad 23)$$

Bemerkt sei übrigens, dass man auch ohne Kenntnis der Decomposition von W, von dem allgemeinen Ansatz aus

$$I_{\alpha\beta\gamma}(W(\omega)) = \sum_{\alpha',\beta'} k_{\alpha\beta\gamma}^{(\alpha'\beta'\gamma')} I_{\alpha'\beta'\gamma'}(\omega) + K_{\alpha\beta\gamma}, \qquad 24)$$

nach einem Verfahren zum Ziel gelangt, welches darauf beruht, dass auf ω und $W(\omega)$ gleichzeitig, möglichst einfach zu wählende, Substitutionen S und $S' = W^{-1} S W$ angewendet und durch Coefficientenvergleichung Relationen gewonnen werden. Man vergleiche dafür die Methode der Coefficientenbestimmung im folgenden Paragraphen.

§ 12.

Die Integralsummen des Abel'schen Theorems.

Das Abel'sche Theorem verlangt die Bildung der $p=21$ Summen der Integralwerte für die, nach II 25) zu wählenden, Parameter $R_i(\omega)$ der Punkte unserer Hauptcorrespondenz als obere Grenzen

$$\sum_{i=1}^{N} I_{\lambda\mu\nu}(R_i(\omega)) = J_{\lambda\mu\nu}(\omega) \quad (\lambda+\mu+\nu=5). \qquad 25)$$

Nun ändert sich aber infolge von 16) und II 10) eine solche Summe nur um eine additive Constante, wenn man ω durch eine relativ äquivalente Zahl ersetzt, denn, abgesehen von Constanten, werden nur die Summanden vertauscht. *Die Summen* $J_{\lambda\mu\nu}(\omega)$ haben so auf der Riemann'schen Fläche denselben Character wie die $I_{\lambda\mu\nu}(\omega)$, *sind also nach p. 176 selbst Integrale erster Gattung.* Man hat so den *allgemeinen Ansatz*

$$J_{\lambda\mu\nu}(\omega) = \sum_{\alpha,\beta} c_{\lambda\mu\nu}^{(\alpha\beta\gamma)} I_{\alpha\beta\gamma}(\omega) + C_{\lambda\mu\nu}. \qquad 26)$$

Die Coefficienten bestimmen sich, indem wir auf beide Seiten der Gleichung die simultanen Collineationen des § 8 anwenden. Unterwerfen wir nach einander das Argument ω der $I_{\alpha\beta\gamma}(\omega)$ den Substitionen $\mathbf{S}^2, \mathbf{T}, \mathbf{U}$ und gleichzeitig die Argumente $R_i(\omega)$ der $I_{\lambda\mu\nu}(R_i(\omega))$ den Substitutionen $\overline{\mathbf{S}}^2, \overline{\mathbf{T}}, \overline{\mathbf{U}}$ von II 32), so gehen $J_{\lambda\mu\nu}$ und $I_{\alpha\beta\gamma}$ gemäss 21) über in

$$\left.\begin{array}{ll} \varepsilon^{n(\lambda+1)} J_{\lambda\mu\nu} & \varepsilon^{\alpha+1} I_{\alpha\beta\gamma} \\ \left(\frac{2}{n}\right)^{\nu} J_{\mu\lambda\nu} & -I_{\beta\alpha\gamma} \\ -\left(\frac{2}{n}\right)^{\mu} \varepsilon^{n\frac{\mu-\nu}{2}} J_{\nu\lambda\mu} & \varepsilon^{\frac{\beta-\gamma}{2}} I_{\gamma\alpha\beta}, \end{array}\right\} \quad 27)$$

abgesehen von additiven Constanten. Soll der Ansatz 26) eine Identität werden, so folgen aus 27) Relationen für die Coefficienten desselben. So kommt durch $\mathbf{S}^2$ und $\mathbf{T}$ einerseits $C_{\lambda\mu\nu} = 0$, anderseits das Resultat, dass nur derjenige Term $I_{\lambda'\mu'\nu'}(\omega)$ der rechten Seite von 26) einen von Null verschiedenen Coefficienten haben kann, in welchem λ', μ', ν' solche positive Wurzeln der Congruenzen

$$\left.\begin{array}{l} \lambda' + 1 \equiv n(\lambda + 1) \\ \mu' + 1 \equiv n(\mu + 1) \text{ mod. } 8 \\ \nu' + 1 \equiv n(\nu + 1) \end{array}\right\} \quad 28)$$

bedeuten, die der Gleichung genügen

$$\lambda' + \mu' + \nu' = 5. \qquad 29)$$

Es ist also gemäss 28) und 29) einfacher anzusetzen

$$J_{\lambda\mu\nu}(\omega) = c^{(n)}_{\lambda\mu\nu} I_{\lambda'\mu'\nu'}(\omega). \qquad 30)$$

Nach der zweiten und dritten Zeile von 27) bestehen aber zwischen den Constanten $c^{(n)}_{\lambda\mu\nu}$, welche zu derselben Gruppe

von Integralen (p. 179) gehören, lineare Relationen, welche sich zusammenfassen lassen in

$$\left(\frac{2}{n}\right)^{\lambda} \varepsilon^{\frac{n\nu - \nu'}{2}} c^{(n)}_{\lambda\mu\nu} = \text{const.} \qquad 31)$$

bei allen Indexpermutationen.

Daher verschwinden die Integralsummen jeder Gruppe stets nur gleichzeitig. Zugleich mit dem Verschwinden einer Summe $J_{\lambda\mu\nu}(\omega)$ der Hauptcorrespondenz erhalten die der nämlichen Classe angehörigen Integralsummen $J_{\lambda\mu\nu}(W(\omega))$ aller Correspondenzen constante Werte, denn zufolge II 13) und § 11 sind die letzteren lineare Aggregrate der $I_{\lambda\mu\nu}(\omega)$.

Nun lassen sich die Congruenzen 28) nicht immer durch drei Zahlen λ', μ', ν' erfüllen, für die auch 29) besteht. Ist dies der Fall für gegebene Zahlen n, λ, μ, ν, so gibt es kein Integral, welches der Gleichung 26) genügte und von Null verschieden wäre. Man findet aber folgende Lösungssysteme:

	λ	μ	ν	λ'	μ'	ν'	$n \equiv 1$	3	5	7 mod. 8
I	1	1	3	1	1	3	—	1 1 3	—	
II	2	2	1	2	2	1	0 0 5	—	—	
III	0	0	5	0	0	5	2 2 1	—	—	
IV	0	2	3	0	2	3	2 0 3	—	—	
V	0	1	4	0	1	4	—	4 1 0	—	

32)

Demnach verschwinden die sämmtlichen Integralsummen $J_{\lambda\mu\nu}(\omega)$ für alle Transformationsgrade $n \equiv 7 \bmod. 8$. Also bilden dann die N-punktigen Correspondenzgruppen Schnittpunktsysteme mit Curven der Ordnung $m = \frac{N}{8}$. Wenn wir den Beweis des § 15 anticipiren, so schliessen wir

hieraus: *Die Modularcorrespondenzen der Transformationsgrade*

$$n \equiv 7 \bmod. 8 \qquad 33)$$

sind Schnittsystem-Correspondenzen und durch eine einzige Gleichung darstellbar.

Für die Transformationsgrade $n \equiv 5 \bmod. 8$ verschwinden nach der Tabelle von den Integralsummen die der I. und V. Gruppe, für $n \equiv 3 \bmod. 8$ die der Gruppen II, III, IV, und endlich für $n \equiv 1 \bmod. 8$ im allgemeinen keine. Aber die Integralsummen können möglicherweise auch für specielle Werte von n verschwinden. *Daher bleibt die Abhängigkeit der Constanten* $c_{\lambda\mu\nu}^{(n)}$ *von n zu bestimmen und insbesondere zu untersuchen, für welche* n $c_{\lambda\mu\nu}^{(n)} = 0$ *ist.*

Nun gelten aber die vorigen Sätze ohne weiteres auch für die reducibelen Correspondenzen der Grade n, denn dies folgt nach II 40) daraus, dass sie wegen $n \equiv \frac{n}{k^2} \bmod. 8$ (vgl. II 15) für alle irreducibelen Correspondenzen der Grade $\frac{n}{k^2}$ auszusprechen sind.

Insbesondere vereinfacht sich aber die zuletzt geforderte Untersuchung, wenn wir sie, statt an den (N, N)-deutigen Correspondenzen, an den $(\Phi(n), \Phi(n))$-deutigen reducibelen Correspondenzen durchführen.

Es mögen also weiterhin gemäss II 15) die irreducibelen Correspondenzen aller Grade $\frac{n}{k^2}$ *zu der reducibelen Correspondenz n. Grades zusammengefasst werden.* Dann betrachten wir unter $J_{\lambda\mu\nu}(\omega)$ an Stelle der N-gliedrigen Summen 25) die $\Phi(n)$-gliedrigen Integralsummen

$$J_{\lambda\mu\nu}(\omega) = \sum_{A} \sum_{C=0}^{A-1} I_{\lambda\mu\nu}(R_i(\omega)) = c_{\lambda\mu\nu}^{(n)} I_{\lambda'\mu'\nu'}(\omega), \qquad 34)$$

in welchen über alle Teiler A von n und volle Restsysteme

C mod. A summirt wird, da die $R_i(\omega)$ von den $\mathfrak{Q}_{AC}$ eindeutig abhängen [II 25)]. Die bisherigen Entwickelungen bleiben auch für die neuen $J_{\lambda\mu\nu}$ in Kraft.

§ 13.

Reihenentwickelungen der Integrale.

Wir recurriren nun auf die Reihenentwickelungen der Integrale selbst, nachdem wir in $J_{\lambda\mu\nu}$ als Repräsentanten, je nachdem in $\mathfrak{Q}_{AC} = \frac{16C+D\omega}{A}\left(\frac{2}{A}\right) = \pm 1$ ist, $\mathfrak{Q}_{AC}$ oder $-\frac{5}{3}\mathfrak{Q}_{AC}$ mod. 16 [vgl. II 25)] wirklich eingesetzt haben. Auf Integrale der Form $I_{\lambda\mu\nu}(\mathfrak{Q}_{AC})$ vermöge 23) zurückgeführt, lautet dann 34)

$$J_{\lambda\mu\nu}(\omega) = \sum_{A^2\equiv 1} I_{\lambda\mu\nu}(\mathfrak{Q}_{AC}) + (-1)^{\nu+1}\sum_{A^2\equiv 9} I_{\lambda\mu\nu}(\mathfrak{Q}_{AC}) + j_{\lambda\mu\nu}, \quad 35)$$

wo $j_{\lambda\mu\nu}$ eine Constante ist, auf deren Wert es nicht weiter ankommt. Betrachten wir zunächst nur solche Integrale jeder Gruppe, deren Index ν *ungerade* ist, so vereinigen sich auch noch die beiden Summen in 35) so, dass

$$\sum_{A}\sum_{C=0}^{A-1} I_{\lambda\mu\nu}\left(\frac{16C+D\omega}{A}\right) + j_{\lambda\mu\nu} = c^{(n)}_{\lambda\mu\nu}\, I_{\lambda'\mu'\nu'}(\omega). \quad 36)$$

Die Reihenentwickelungen können wir in der Form ansetzen

$$iI_{\lambda\mu\nu} = \sum_{k\equiv\lambda+1}\frac{1}{k}\Psi_{\lambda\mu\nu}(k)q^{\frac{k}{8}},\quad iI_{\lambda'\mu'\nu'} = \sum_{k'\equiv\lambda'+1}\frac{1}{k'}\Psi_{\lambda'\mu'\nu'}(k')q^{\frac{k'}{8}}, \quad 37)$$

wo stets nur über congruente Werte k, resp. k' summirt wird, gemäss

$$k \equiv \lambda + 1,\ k' \equiv \lambda' + 1 \equiv nk \text{ mod. } 8. \quad 38)$$

Nun tritt aber in den Integralen $I_{\lambda\mu\nu}(\Omega_{AC})$ an Stelle von $q^{\frac{k}{8}}$ $e^{2ki\pi\frac{C}{A}}$ $q^{\frac{k}{8}\frac{D}{A}}$, so dass

$$\sum_{A,C} I_{\lambda\mu\nu}(\Omega_{AC}) = \sum_{k} \frac{1}{k} \Psi_{\lambda\mu\nu}(k) \sum_{A,C} e^{2ki\pi\frac{C}{A}} q^{\frac{k}{8}\frac{D}{A}}. \quad 39)$$

Bekanntlich ist aber

$$\sum_{C=0}^{A-1} e^{2ki\pi\frac{C}{A}} = 0 \text{ oder } A, \quad 40)$$

letzteres nur dann, wenn k ein Vielfaches von A ist. Damit erscheint 36) umgeformt in

$$\sum_{k}\sum_{A} A \cdot \frac{1}{k} \cdot \Psi_{\lambda\mu\nu} q^{\frac{k}{8}\frac{D}{A}} = c^{(n)}_{\lambda\mu\nu} \sum_{k'} \frac{1}{k'} \Psi_{\lambda'\mu'\nu'}(k') q^{\frac{k'}{8}}, \quad 41)$$

wo nun die Coefficienten derselben Potenzen von q zu vergleichen sind. Dies liefert für die Exponenten k, k' neben 38) die Bedingung

$$kD = k'A, \quad 42)$$

woraus $D = t$ *als gemeinsamer Teiler von* n *und* $k' = h$, ferner $k = \frac{hn}{t^2}$ folgt. So gewinnt man *zwischen den Coefficienten der Entwickelungen verschiedener Integrale die Relation*

$$c^{(n)}_{\lambda\mu\nu} \Psi_{\lambda'\mu'\nu'}(h) = \sum_{t} t \, \Psi_{\lambda\mu\nu}\left(\frac{hn}{t^2}\right) \quad h \equiv \lambda' + 1 \bmod 8, \quad 43)$$

summirt über alle gemeinsamen Teiler t *der Zahlen* n *und* h, während h der beigesetzten Congruenz 38) genügt. Doch gilt dies nur für ungerades ν, aber *bei geradem* ν tritt dafür einfach ein

$$c^{(n)}_{\lambda\mu\nu} \Psi_{\lambda'\mu'\nu'}(h) = \left(\frac{2}{n}\right) \sum_{t} \left(\frac{2}{t}\right) t \, \Psi_{\lambda\mu\nu}\left(\frac{hn}{t^2}\right). \quad 44)$$

Ist dann insbesondere h' *eine zu* n *relativ prime Zahl*, so ist

$$c_{\lambda\mu\nu}^{(n)} = \left(\frac{2}{n}\right)^{\nu+1} \frac{\Psi_{\lambda\mu\nu}(h'n)}{\Psi_{\lambda'\mu'\nu'}(h')} \qquad 45)$$

Die Formel führt die Abhängigkeit des $c_{\lambda\mu\nu}^{(n)}$ von n explicite ein und zeigt, *dass (mit* $c_{\lambda\mu\nu}^{(n)}$*) die Integralsumme* $J_{\lambda\mu\nu}$ *verschwindet, wenn in der Entwickelung von* $I_{\lambda\mu\nu}$ *der Coefficient einer gewissen* h'*. Potenz von* $q^{\frac{n}{8}}$ *Null ist.*

Zur expliciten Darstellung der Bedingungen für $c_{\lambda\mu\nu}^{(n)} = 0$ bedürfen wir der Kenntnis der *Bildungsgesetze der* $\Psi_{\lambda\mu\nu}$ in den Reihen für $I'_{\lambda\mu\nu}$ [10)]:

$$I'_{\lambda\mu\nu}(\omega) = \pi \sum_{k\equiv\lambda+1} \Psi_{\lambda\mu\nu}(k)\, q^{\frac{k}{8}}. \qquad 46)$$

Zur Entwickelung der 21 θ-Producte 14) hat man die bekannten Reihen (r unger. > 0, r' unger., s gerade $\gtrless 0$):

$$\left.\begin{aligned} \theta_0 = \sum_{-\infty}^{\infty}(-q)^{s^2},\ \theta_3 = \sum_{-\infty}^{\infty} q^{s^2},\ \theta_2 = \sum_{-\infty}^{\infty} q^{\frac{r'^2}{4}} \\ \theta_1' = 2\pi \sum_{1}^{\infty}\left(\frac{-1}{r}\right) r\, q^{\frac{r^2}{4}} \\ \theta_2\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{2}{r'}\right) q^{\frac{r'^2}{8}},\ \theta_1'\left(\frac{1}{4},\frac{\omega}{2}\right) = \sqrt{2}\pi \sum_{1}^{\infty}\left(\frac{-2}{r}\right) r q^{\frac{r^2}{8}}. \end{aligned}\right\} \quad 47)$$

Aus den Producten 14) folgt für $\Psi_{\lambda\mu\nu}(k)$ im wesentlichen die Gestalt $\Sigma(-1)^{f(r,s)} r$. Insbesondere treten die Summen auf

$$\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right) r,\quad \Sigma\left(\frac{-2}{r}\right) r \qquad (ar^2 + bs^2 = k); \qquad 48)$$

in dieser Schreibweise soll angedeutet sein, *dass die Summen jeweilen zu erstrecken sind über alle positiven unge-*

raden Zahlen r, welche, zusammen mit einer positiven oder negativen Zahl s), die ganzzahligen Lösungen der beigefügten quadratischen Gleichung sind.* Dabei ist k als Entwickelungsexponent von bestimmter Gestalt modulo 8. *Die k (im Sinne der Zahlentheorie) darstellende quadratische Form negativer Determinante kommt unmittelbar auf die Formen der Determinanten* —1 *und* —2 *zurück.*

Zur Definition der $\Psi_{\lambda\mu\nu}(k)$ erhält man aus 14) folgende Tabelle:

$$
\left.\begin{array}{ll}
\Psi_{113}(k)=2\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & 2(r^2+s^2)=k\equiv 2 \bmod 8\\
\Psi_{311}(k)=2\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & 2(r^2+s^2)=k\equiv 4\\
\Psi_{212}(k)=\sqrt{2}\,\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & 2r^2+s^2=k\equiv 3\\
\Psi_{122}(k)=(-1)^{\frac{k-2}{16}}\sqrt{2}\,\Sigma\left(\frac{-2}{r}\right)r & 2(r^2+2s^2)=k\equiv 2\\
\Psi_{050}(k)=\sqrt{2}\,\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & r^2+2s^2=k\equiv 1\\
\Psi_{500}(k)=4\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & 2(2r^2+s^2)=k\equiv 6\\
\Psi_{032}(k)=\sqrt{2}\,\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & r^2+2s^2=k\equiv 1\\
\Psi_{230}(k)=\sqrt{2}\,\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & r^2+2s^2=k\equiv 3\\
\Psi_{302}(k)=4\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & 4(r^2+2s^2)=k\equiv 4\\
\Psi_{104}(k)=\Sigma\left(\frac{-2}{r}\right)r & r^2+s^2=k\equiv 2\\
\Psi_{401}(k)=2\sqrt{2}\,\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right)r & (2r)^2+s^2=k\equiv 5
\end{array}\right\}\ 49)
$$

und etwas abweichend,

$$
\left.\begin{array}{ll}
\Psi_{014}(k)=\sqrt{2}\,\Sigma(-1)^{\frac{k-r^2}{16}}\left(\frac{-1}{r}\right)r & r^2+s^2=k\equiv 1
\end{array}\right\}\ 49)
$$

---

*) Der Summand r ist also für $s=0$ einmal, für $\pm s\gtrless 0$ zweimal zu setzen, so dass die $\Psi_{\lambda\mu\nu}(k)$ für alle Quadrate k ungerade, sonst stets gerade Zahlen sind.

Nun ist für jede Gruppe von Integralen in 32) je ein Coefficient $c^{(n)}_{\lambda\mu\nu}$ nach 45) zu berechnen. Wählen wir λ conform einer der Congruenzen $n(\lambda+1)\equiv 1$ oder 2 mod. 8 und setzen zugleich $h' = 1$ oder 2 (vgl. 43), so ergeben sich als die einfachsten Formeln:

$$\left.\begin{array}{l} n\equiv 5 \text{ mod. } 8 \qquad c^{(n)}_{113}=\frac{1}{2}\Psi_{113}(2n),\ c^{(n)}_{104}=\frac{-1}{2}\Psi_{104}(2n); \\ n\equiv 3 \quad c^{(n)}_{212}=\frac{-1}{\sqrt{2}}\Psi_{212}(n),\ c^{(n)}_{500}=\frac{-1}{2}\Psi_{500}(2n),\ c^{(n)}_{230}=\frac{-1}{\sqrt{2}}\Psi_{230}(n); \\ n\equiv 1 \left\{\begin{array}{l} c^{(n)}_{122}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_{122}(2n),\ c^{(n)}_{050}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_{050}(n),\ c^{(n)}_{032}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_{032}(n), \\ \qquad c^{(n)}_{113}=\frac{1}{2}\Psi_{113}(2n),\ c^{(n)}_{104}=\frac{1}{2}\Psi_{104}(2n). \end{array}\right. \end{array}\right\} 50)$$

Zwischen den zahlentheoretischen Functionen $\Psi_{\lambda\mu\nu}(k)$ bestehen aber zahlreiche *Wertrelationen*. Man findet z. B. leicht direct

$$\Psi_{311}(2n) = \left(\frac{2}{n}\right) 2\,\Psi_{113}(2n).^{*})$$

Relationen zwischen den $\Psi_{\lambda\mu\nu}(k)$ je derselben Integralgruppe liefert namentlich die Verbindung von 45) mit 31). So wird z. B. die Tabelle 49) vervollständigt durch die Angabe

$$\Psi_{\lambda\mu\nu}(k) = (-1)^{\frac{k-\lambda-1}{8}}\,\Psi_{\lambda\nu\mu}(k). \qquad 51)$$

Formeln anderer Art entspringen aus 45) mit 43) oder 44), z. B.

$$\Psi_{104}(h)\,\Psi_{104}(2n) = 2\Psi_{104}(hn) \quad (h \text{ prim zu } n). \qquad 52)$$

---

*) Es ist $\Psi_{113}(2n)$ dieselbe Summe, welche sich als $\Omega(n)$ bei Herrn Hurwitz (Gött. Nachr. l. c.) und bei Herrn Kronecker „Ueber quadr. Formen von negat. Determinante“ (Monatsb. d. Berl. Ac. 1875 p. 225) findet.

Endlich liefert die Vergleichung in der Tabelle 49) unmittelbar Relationen zwischen Coefficienten verschiedener Integralgruppen, z. B.

$$n\equiv 3, \Psi_{500}(2n)=2\sqrt{2}\,\Psi_{212}(n),\quad n\equiv 1, \Psi_{050}(n)=\Psi_{032}(n). \quad 53)$$

Mittelst solcher Formeln lässt sich der Nachweis erbringen, *dass die Coefficienten 50) für ein gegebenes n dann und nur dann zu Null werden, wenn einfach*

$$\left.\begin{array}{lll} \text{für } n\equiv 5 \bmod 8 & \Sigma\left(\frac{-1}{r}\right) r=0 & (r^2+s^2=n) \\ n\equiv 3 & \Sigma\left(\frac{-1}{r}\right) r=0 & (r^2+2s^2=n) \\ n\equiv 1 & \Sigma\left(\frac{-1}{r}\right) r=0 & (r^2+s^2=n,\ r^2+2s^2=n) \end{array}\right\} 54)$$

§ 14.

Zahlentheoretische Kriterien des Transformationsgrades.

Ein Vergleich mit 49) lehrt, dass die Summen $\Psi_{\lambda\mu\nu}(n)$ und $\Psi_{\lambda\mu\nu}(2n)$ je einer Zeile von 50) sich nach 48) auf Darstellungen von n durch Formen je derselben Determinante beziehen. Eine solche Summe hat aber gemäss ihrer Definition 48) den Wert Null, wenn k überhaupt nicht durch die zugehörige Form ar^2+bs^2 darstellbar ist. Infolge dieser Bemerkungen ist die Forderung, dass n durch die Form $\begin{matrix} r^2+ & s^2 \\ r^2+ & 2s^2 \end{matrix}$ nicht darstellbar sei, *hinreichend*, damit für die Integralgruppen $\begin{matrix} 113{,}014 \\ 221{,}005{,}023 \end{matrix}$ $c^{(n)}_{\lambda\mu\nu}=0$ werde. Diese *Bedingung der Nicht-Darstellbarkeit* ist aber auch als *notwendig* erkannt, wenn nachgewiesen wird, dass nie $\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right) r=0$ sein kann, sobald n durch r^2+s^2 oder r^2+2s^2 überhaupt darstellbar ist.

Unter Voraussetzung dieses Beweises kommen wir also einerseits zu einem indirecten Beweis von 54), anderseits zu dem Satze: *Damit die reducibele Correspondenz n. Grades volle Schnittpunktsysteme liefere, ist notwendig und hinreichend, dass*

$$\left.\begin{array}{ll} n\equiv 5 \bmod 8 & \textit{nicht durch } r^2+s^2 \\ n\equiv 3 & \textit{nicht durch } r^2+2s^2 \\ n\equiv 1 & \textit{weder durch } r^2+s^2 \textit{ noch durch } r^2+2s^2 \end{array}\right\} \quad 55)$$

darstellbar ist.

Damit aber die Zahl n durch Formen der Determinante -1, resp. -2 nicht darstellbar sei, ist notwendig und hinreichend, dass sie, nach Absonderung aller quadratischen Factoren, irgend einen Primfactor der Form $4h+3$, resp. einen der Formen $8h+5$, $8h+7$ enthalte. Umgekehrt lässt sich bekanntlich jede Primzahl der Form $p_k = 4h+1$ stets und nur auf eine Weise in zwei Quadrate

$$p_k = a_k^2 + b_k^2 \quad (a_k \text{ ungerade, } b_k \text{ gerade}), \qquad 56)$$

jede Primzahl von einer der Formen $p_k = 8h+1$, $p_k' = 8h+3$ ebenso eindeutig in ein Quadrat und ein doppeltes Quadrat zerlegen

$$p_k = a_k^2 + 2b_k^2,\ p_k' = a_k'^2 + 2b_k'^2 \ (a_k, a_k', b_k' \text{ ungerade, } b_k \text{ gerade}). \qquad 57)$$

Betrachten wir nun die Darstellungen zusammengesetzter Zahlen. Sei zuerst $n' = p_1 p_2 \ldots p_\mu$ das Product lauter verschiedener Primzahlen der Form $p_k = 4h+1$; stellen wir dann jedes p_k nach 56) dar und bilden

$$A + Bi = \prod_{k=1}^{\mu} (a_k + b_k i), \qquad 58)$$

so finden wir sämmtliche Darstellungen

$$n' = A^2 + B^2 \ (A \text{ ungerade, } B \text{ gerade} \gtrless 0), \qquad 59)$$

indem wir bei den b_k alle Vorzeichenwechsel vornehmen, und erhalten so 2^μ Zahlenpaare A, B. Dann wird

$$A = \Pi a_k - \Sigma b_1 b_2 a_3 \ldots a_\mu + \Sigma b_1 b_2 b_3 b_4 a_5 \ldots a_\mu - \ldots \equiv \overset{\mu}{\underset{k=1}{\Pi}} a_k \bmod. 4, \quad 60)$$

also sind *alle 2^μ darstellenden Zahlen A modulo 4 congruent*, und in der Summe aller A zerstören sich die sämmtlichen $\pm b_k$ enthaltenden Summanden. Bezeichnet man nun den absoluten Wert von A mit r, so sind alle A entweder von der Form $\left(\frac{-1}{r}\right) r$ oder $-\left(\frac{-1}{r}\right) r$; somit ist

$$\Sigma A = \pm \Sigma \left(\frac{-1}{r}\right) r = 2^\mu \overset{\mu}{\underset{k=1}{\Pi}} a_k \gtrless 0 \quad (r^2 + s^2 = n'). \quad 61)$$

Sei ferner $n' = p_1 \ldots p_\mu \, p_1' \ldots p'_{\mu'}$ das Product lauter verschiedener Primzahlen $p_k = 8h+1$, $p_k' = 8h+3$, so bilden wir gemäss 57)

$$\left.\begin{aligned} A + B\sqrt{-2} &= \overset{\mu}{\underset{k=1}{\Pi}} (a_k + b_k \sqrt{-2}) \overset{\mu}{\underset{k=1}{\Pi}} (a_k' + b_k' \sqrt{-2}) \\ \text{und finden} \\ A &= \Pi a_k \Pi a_k' - 2 \Pi a_k \Sigma b_1' b_2' a_3' \ldots a'_\mu - 2 \Pi a_k' \Sigma b_1 b_2 a_3 \ldots a_\mu + \ldots \end{aligned}\right\} 62)$$

Leicht erkennt man wiederum alle Zahlen A als modulo 4 congruent und die obige Ueberlegung bei der Summation liefert

$$\Sigma A = \pm \Sigma \left(\frac{-1}{r}\right) r = 2^{\mu+\mu'} \overset{\mu}{\underset{k=1}{\Pi}} a_k \overset{\mu}{\underset{k=1}{\Pi}} a_k' \gtrless 0 \quad (r^2 + 2s^2 = n'). \quad 63)$$

Ist also allgemein $n' = \overset{\nu}{\underset{k=1}{\Pi}} p_k$ eine Zahl ohne mehrfache Factoren, so kann $\Sigma\left(\frac{-1}{r}\right) r$ $\left(\begin{smallmatrix} r^2+s^2=n' \\ r^2+2s^2=n' \end{smallmatrix}\right)$ als gleich $\pm 2^\nu \overset{\nu}{\underset{k=1}{\Pi}} a_k$ nie verschwinden, sobald n' überhaupt durch r^2+s^2 resp. r^2+2s^2 darstellbar ist.

Die allgemeinste darstellbare Zahl n können wir schreiben

$$n = Q^2 . n' . \prod_{i=1}^{\mu} p_i^{2\varrho_i} . \prod_{h=1}^{\nu} p_h'^{2\sigma_h}, \qquad 64)$$

wenn, allgemein zu reden, p_i und p_h' verschiedene darstellbare, Q ein Product nichtdarstellbarer Primzahlen bedeutet. Man erhält alsdann diejenigen Darstellungen $\frac{n}{Q^2} = A^2 + B^2$, in denen A und B keinen gemeinsamen Teiler haben, genau so wie oben, wenn man setzt (**N**=Norm)

$$\left.\begin{aligned} p_i^{2\varrho+1} &= \mathbf{N}(a_i + b_i i)^{2\varrho+1} = \mathbf{N}(a_i a_i^{(\varrho)} + b_i^{(\varrho)} i) \\ p_h'^{2\sigma} &= \mathbf{N}(a_h' + b_h' i)^{2\sigma} = \mathbf{N}(a_h'^{(\sigma)} + b_h'^{(\sigma)} i)^*) \end{aligned}\right\} 65)$$

und die bezügliche Summe der A als $2^{\mu+\nu} \prod_{k=1}^{\mu} a_k \prod_{i=1}^{\mu'} a_i^{(\varrho)} \prod_{h=1}^{\nu} a_h'^{(\sigma)}$. Ausserdem treten analoge Darstellungen auf, deren A und B aus p_i, p_h' zusammengesetzte gemeinsame Factoren enthalten. Man verificirt dann leicht, dass, bei geeigneter Vorzeichenbestimmung der Summanden, die Formel gilt

$$\sum_{(n)} \left(\frac{-1}{r}\right) r = Q \sum_{(n')} \left(\frac{-1}{r}\right) r . \prod_{i=1}^{\mu'} \left(\sum_{\varrho=0}^{\varrho_i} a^{(\varrho)} p_i^{\varrho_i - \varrho}\right) . \prod_{h=1}^{\nu} \left(\sum_{\sigma=0}^{\sigma_h} 2^{\sigma} a_h'^{(\sigma)} p_h'^{\sigma_h - \sigma}\right) . \qquad 66)$$

Keiner der Factoren rechts kann Null werden, denn von $p'^{\sigma} + 2a'^{(1)} p'^{\sigma-1} + \ldots 2^{\sigma} a'^{(\sigma)}$ ist dies evident, und für $p^{\varrho} + a^{(1)} p^{\varrho-1} + \ldots + a^{(\varrho)}$ folgt es daraus, dass $a^{(\varrho)}$ nicht durch p teilbar sein kann. Da aber Analoges auch für die auf die Determinante -2 bezogenen Summen gilt, so *verschwindet* $\sum \left(\frac{-1}{r}\right) r$ *niemals, wenn n durch die zugehörige quadratische Form* $r^2 + s^2$ *oder* $r^2 + 2s^2$ *Darstellungen zulässt.*

---

*) Hier kann auch $\sqrt{-1}$ durch $\sqrt{-2}$ ersetzt werden.

Damit ist aber in der Tat bewiesen, dass die Nicht-Darstellbarkeitsbedingung 55) das adäquate Kriterium der Schnittsystem-Correspondenzen ist.

Da dieses Kriterium von den in n quadratisch enthaltenen Factoren k^2 überhaupt nicht abhängt, so haben *alle* Grade $\frac{n}{k^2} = n' k'^2$ die Eigenschaft, dass ihre reducibelen Correspondenzgruppen gleichzeitig Schnittpunktsysteme sind, sobald dieselbe für n' nachgewiesen ist. Nach den Ausführungen am Schlusse von § 9 bewirkt dies unmittelbar, dass dann *auch die irreducibelen Correspondenzen aller Grade* $\frac{n}{k^2}$ *zugleich Schnittsystem-Correspondenzen* sind. Also erledigt 55) auch die ursprüngliche Fragestellung voll und ganz.

Infolge des Kriteriums ergeben sich gewisse Anforderungen an die *Art der Zusammensetzung der Transformationsgrade n unserer besonderen Classe aus Primfactoren.* Es sei durch die Congruenz

$$n' \equiv 1^a \cdot 3^b \cdot 5^c \ldots 7^d \bmod. 8 \qquad 67)$$

angedeutet, dass n, nach Weglassung aller geraden Potenzen von Factoren, resp. a, b, c, d verschiedene Primfactoren von den bezüglichen Formen $8h + 1, 3, 5, 7$ enthalte. Soll n selbst modulo 8 von bestimmter Form sein, so unterliegen diese Anzahlen gewissen Bedingungen, nämlich den *Congruenzen*

$$\left.\begin{array}{ll} n \equiv 7 \bmod. 8 & b \equiv c \not\equiv d \bmod. 2 \\ n \equiv 5 & d \equiv b \not\equiv c \\ n \equiv 3 & c \equiv d \not\equiv b \\ n \equiv 1 & b \equiv c \equiv d \end{array}\right\} \quad 68)$$

Ferner ist N teilbar durch $2^{a+2b+c+3d}$, also verlangt II 43)

$$a + 2b + c + 3d > 2. \qquad 69)$$

Anderseits wird aber 55) erst erfüllt, wenn wir neben den Congruenzen 68) die *Ungleichheiten* verlangen

$$\left.\begin{array}{l} \text{bei } n \equiv 5; \qquad n \equiv 3; \qquad n \equiv 1 \\ b+d>0;\ c+d>0;\ b+d>0,\ c+d>0. \end{array}\right\} 70)$$

In der Tat sichern aber 68) und 70) die Erfüllung von 69), ja es ist alsdann sogar

für $n \equiv 3 \bmod 8, N \equiv 0 \bmod 16$; $n \equiv 1 \bmod 4, N \equiv 0 \bmod 32$. 71)

Somit ist das Resultat: *Schnittsystem-Correspondenzen 16. Stufe gehören zu allen solchen Transformationsgraden n, deren Zerlegungen in Primfactoren den Bedingungen 70) genügen.* Dazu, da bei $d > 0$ stets jene erfüllt sind, das Corollar: Allen Transformationsgraden n, welche von der Form $8h+7$ sind, oder doch einen nicht quadratisch vorkommenden Primfactor dieser Form besitzen, entsprechen Schnittsystem-Correspondenzen.

Eine parallel laufende Ueberlegung gibt das Resultat von Herrn Hurwitz: *Bei der 8. Stufe hängt die Existenz einer Schnittsystem-Correspondenz an dem Auftreten eines nicht quadratischen Factors* $4h+3$ *in* n.

IV. Capitel.

Algebraischer Character der Schnittsystem-Correspondenz.

§ 15.

Normalform der Correspondenzgleichung.

Es bleibt noch das rein algebraische Problem, den wesentlichen, formalen Character der Gleichung einer Modularcorrespondenz, welche den Kriterien des vorigen Ca-

pitels genügt, herzuleiten. Einige Betrachtungen über Gleichungen von Schnittsystem-Correspondenzen im allgemeinen müssen dem mehrfach postulirten Beweis der Existenz einer äquidimensionalen Gleichung und gewisser Invarianten-Eigenschaften derselben vorangehen.

Es sei eine biternäre Form gegeben, m. Dimension in den x_i, r. in den y_i

$$f = \sum_{\varrho,\sigma} \sum_{\varrho',\sigma'} a_{\varrho\sigma\tau}^{\varrho'\sigma'\tau'} x_1^{\varrho} x_2^{\sigma} x_3^{\tau} y_1^{\varrho'} y_2^{\sigma'} y_3^{\tau'}, \qquad 1)$$

so dass alle Terme vorkommen können, für die $\varrho+\sigma+\tau=m$, $\varrho'+\sigma'+\tau'=r$. Auf der Grundcurve, deren Gleichung wir in den beiden Formen schreiben wollen

$$F = x_1^s + x_2^s + x_3^s = 0, \quad \Phi = y_1^s + y_2^s + y_3^s = 0, \qquad 2)$$

definirt $f = 0$ mittelst der Correspondenzcurven m. und r. Ordnung (vgl. § 9) eine $(8m, 8r)$-deutige Schnittsystem-Correspondenz. Eine und dieselbe Zuordnung auf der Grundcurve kann aber sehr wol durch verschiedene biternäre Gleichungen derselben Dimensionen $f = 0$, $f' = 0, \ldots$ ausgedrückt sein, welche in der Ebene durchaus verschiedene Gebilde bestimmen. Dies findet offenbar dann und nur dann statt, wenn die Correspondenzcurven gleicher Ordnung, die in $f = 0$, $f' = 0 \ldots$ demselben Punkte der Grundcurve entsprechen, ihre Schnittpunkte mit der Grundcurve zu gemeinsamen Punkten haben, also, wenn die Formen $f, f' \ldots$ vermöge der Gleichungen $F = 0$, $\Phi = 0$ identisch gemacht werden können.

Evident ist, dass *die durch* $f = 0$ *definirte Correspondenz auch dargestellt wird durch alle Gleichungen der Form*

$$f' = kf + \Sigma G_{\lambda\mu} F^{\lambda} \Phi^{\mu} = 0, \qquad 3)$$

wenn die $G_{\lambda\mu}$ beliebige ganze Functionen der Dimensionen $m-8\lambda$ in x_i, $r-8\mu$ in y_i bedeuten. Prägnanter wird das Wesentliche dieser Beziehung der Formen f, f' durch die Congruenz gegeben

$$f' \equiv kf \text{ modd. } F, \Phi. \qquad 4)$$

Umgekehrt sind aber auch alle Gleichungen einer gegebenen Schnittsystem-Correspondenz unter den modulis F, Φ congruenten Formen enthalten. Zum Beweise bringe man zuerst jede Form 1) vermöge 2) auf eine eindeutig bestimmte *Normalform.*

Nach einem elementaren Satze der Algebra können wir, wenn wir in jeder Reihe eine Variabele bevorzugen, vermöge 2) offenbar jede Form f in eine solche verwandeln, welche in den bevorzugten Variabelen nur noch bis zum 7. Grade ansteigt. Zeichnen wir x_2, y_2 aus und behalten uns vor, x_3, y_3 jederzeit constant gesetzt zu denken, so erreichen wir, dass

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma a^{\varrho'\sigma'\tau'}_{\varrho\sigma\tau} x_1^{\varrho} x_2^{\sigma} x_3^{\tau} y_1^{\varrho'} y_2^{\sigma'} y_3^{\tau'} \equiv \Sigma b^{\lambda'\mu'\nu'}_{\lambda\mu\nu} x_1^{\lambda} x_2^{\mu} x_3^{\nu} y_1^{\lambda'} y_2^{\mu'} y_3^{\nu'} \text{ modd. } F, \Phi, \\ &\text{wo} \quad \lambda+\mu+\nu=m,\ \lambda'+\mu'+\nu'=r,\ \mu<8,\ \mu'<8. \end{aligned}\right\} 5)$$

Denn wir brauchen nur ($\sigma>8$) die einfach-ternäre Identität

$$x_1^{\varrho} x_2^{\sigma} x_3^{\tau} = -x_1^{\varrho+8} x_2^{\sigma-8} x_3^{\tau} - x_1^{\varrho} x_2^{\sigma-8} x_3^{\tau+8} + x_1^{\varrho} x_2^{\sigma-8} x_3^{\tau} \cdot F \qquad 6)$$

wiederholt auf beide Reihen der Terme von f als Recursionsformel anzuwenden, um eine *Identität* zu finden der Form

$$f = g + \Sigma G_{\lambda\mu} F^{\lambda} \Phi^{\mu}, \qquad 7)$$

wo g in x_2 und in y_2 höchstens vom 7. Grade ist.

Diese Form g soll als Normalform von f bezeichnet werden. Sie ist zu f eindeutig bestimmt, wenn stets nach x_2, y_2 reducirt werden soll. Aus der Definition der Irre-

ducibilität folgt, dass in g alle Producte $x_1^{\lambda} x_2^{\mu} x_3^{\nu}$, in denen $\mu < 8$, als linear unabhängige Veränderliche zu betrachten sind. Denn, angenommen, es bestehe für alle x_1 eine Relation

$$\sum_{\lambda}^{\tau} \sum_{\mu=0} c_{\lambda\mu\nu} x_1^{\lambda} x_2^{\mu} x_3^{\nu} = 0 \qquad 8)$$

und unter x_2 werde die durch $F = 0$ definirte algebraische Function von x_1 verstanden, so muss identisch

$$\sum_{\lambda} c_{\lambda\mu\nu} x_1^{\lambda} x_3^{\nu} = 0, \quad \therefore c_{\lambda\mu\nu} = 0 \text{ sein.} \qquad 9)$$

Selbstverständlich sind dann auch die sämmtlichen Terme von g linear unabhängig. Daher können zu einer Form f nicht mehrere Normalformen gehören, die nicht im gewöhnlichen Sinn identisch wären.

Somit stellen auch zwei biternäre Formen f, f' der Dimensionen (m, r), gleich Null gesetzt, dann und nur dann auf der Grundcurve dieselbe $(8m, 8r)$-deutige Correspondenz dar, wenn ihre Normalformen g, g' bis auf einen constanten Factor übereinstimmen, d. h. wenn die Identität besteht

$$g = kg', \qquad 10)$$

oder sich Functionen $G_{\lambda\mu}$, $G'_{\lambda\mu}$ so finden lassen, dass identisch

$$f - \Sigma G_{\lambda\mu} F^{\lambda} \Phi^{\mu} = k\{f' - \Sigma G'_{\lambda\mu} F^{\lambda} \Phi^{\mu}\}. \qquad 11)$$

Damit ist aber die Umkehrung p. 196 bewiesen.

Als Corollar bemerke man: Die Gleichung einer $(8m, 8r)$-deutigen Schnittsystem-Correspondenz auf der Grundcurve ist, wenn $m < 8$, $r < 8$, eindeutig bestimmt.

Hinwiederum ist es einleuchtend, dass der Beweisgang in Kraft bleibt, wenn wir zwei beliebige irreducibele Grundformen F und Φ annehmen. Damit kommen wir zu einem

allgemeineren Satz über biternäre Formen, welcher, allgemein zu reden, das Analogon ist zu einem Specialfall des *Kronecker-Nöther'schen Fundamentalsatzes der ternären Algebra*, des Inhaltes: Alle Curven m. Ordnung $f=0, f'=0, \ldots$, welche durch die Schnittpunkte einer solchen $f=0$ mit einer Grundcurve s. Ordnung $F=0$ gehen, sind, vorausgesetzt dass jene Schnittpunkte keine vielfachen Punkte sind, in der Gleichungsform enthalten

$$f' = kf + GF = 0, \qquad 12)$$

wo G eine ganze Function $m-s$. Dimension ist.

§ 16.

Die äquidimensionale Gleichung der Correspondenz.

Für eine $(8m, 8m)$-deutige Modularcorrespondenz seien die Schnittsystem-Kriterien des § 14 erfüllt. Dann existirt nach § 9 eine Gleichung $f=0$, welche ein System von Correspondenzcurven m. Ordnung darstellt, die von Parametern x_i algebraisch abhängen. Da zu jedem $x_1 : x_2 : x_3$ nur eine Gruppe von Punkten (y) gehört, bildet man sofort eine Gleichung, welche die Parameter rational enthält. Ebenso existirt eine Gleichung m. Dimension in x_i und rational in y_i. Beide Gleichungen zusammen reichen sicher zur vollständigen Definition der Correspondenz aus, sofern man aus der ersten zu den x_i die y_i, aus der zweiten zu den y_i die x_i bestimmt. Daher können wir auch von einem gemeinsamen Nenner absehen und die *Definitionsgleichungen* schreiben

$$f(\overset{m}{x_1}, x_2, x_3; \overset{r}{y_1}, y_2, y_3) = 0, \quad f'(\overset{r'}{x_1}, x_2, x_3; \overset{m'}{y_1}, y_2, y_3) = 0, \qquad 13)$$

wo f, f' ganze Functionen der beigesetzten Dimensionen seien.

Nun werde die Form f, unter der Voraussetzung $x_3^8 = y_3^8 = -1$, auf die Normalform g des vorigen Paragraphen gebracht und damit allen linearen Abhängigkeiten der Variabelen vermöge $F = 0$, $\Phi = 0$ Rechnung getragen. Zugleich mit $f = 0$ bestehen auch alle Gleichungen, welche aus ihr dadurch entspringen, dass man die Variabelen den simultanen Substitutionen der Gruppe Γ unterwirft, da $f = 0$ eine Identität in ω ist. Führen wir insbesondere *die 64 simultanen ε-Multiplicationen* (II 36) aus, so haben alle resultirenden Formen $f_1, f_2, \ldots f_{64}$ die Normalform. Bilden wir das *Product* derselben

$$\prod_{i=1}^{64} f_i(x_1, x_2; y_1, y_2) = \prod_{\lambda=0}^{1} \prod_{\mu=0}^{1} f(\varepsilon^{\lambda} x_1, \varepsilon^{\mu} x_2; \varepsilon^{n\lambda} y_1, \varepsilon^{n\mu} y_2), \quad 14)$$

so ist dasselbe eine ganze Function $8m$. Grades in $x_1^8 = \varkappa^2$, $8r$. Grades in $y_1^8 = \lambda^2$. Denn das innere Product für ein festes λ ist, als symmetrische Function der conjugirten Werte der ganzen, algebraischen Functionen x_2, y_2 von x_1, y_1, eine ganze Function von x_1^8, y_1^8; auf die Glieder mit $\varepsilon^{\lambda} x_1$, $\varepsilon^{\mu\lambda} y_1$, welche sie ausserdem enthält, bezieht sich ebenso das äussere Product.

Nun ist *die gewöhnliche Modulargleichung zwischen* $\varkappa^2, \lambda^2$

$$M(\varkappa^2, \lambda^2) = 0 \quad 15)$$

bekanntlich irreducibel und sowol in $\varkappa^2$ als in λ^2 vom Grade $N = 8m$. Die Gleichung $\Pi f_i = 0$ hat aber, nach der Definition der Modularcorrespondenz $f = 0$, für jedes $\lambda^2 = y_1^8$ $8m$ Wurzeln $\varkappa^2 = x_1^8$ mit der Modulargleichung $M = 0$ gemein. *Daher ist* $r \geq m$, *und das Product* Πf_i, *als vom* $8r$. *Grade in* λ^2, *kann nur gleich* M *sein, multiplicirt mit einem nur von* λ^2 *abhängigen rationalen Factor* $8(r-m)$. *Grades*

$$\prod_{i=1}^{64} f_i = R(\lambda^2)\, M(\varkappa^2, \lambda^2). \quad 16)$$

Nun verschwindet aber R für $8(r-m)$ Werte von $\lambda^2 = y_1^8$, sagen wir für $y_1 = y_1^{(i)}$, unabhängig von x_1^8. Also muss auch ein Factor f_i für ein $y_1^{(i)}$ und ein zugehöriges $y_2^{(i,k)}$ unabhängig von x_1, x_2 verschwinden. Entsprechendes gilt infolge der Gleichberechtigung der Factoren für jedes f_i, so dass jedes für $r-m$ Werte $y_1^{(i)}$ unabhängig von x_1, x_2 zu Null werden muss. Soll aber eine Normalform dergestalt verschwinden, so müssen nach 9) die Coefficienten aller Potenzen $x_1^{\lambda} x_2^{\mu}$, d. h. gewisse Functionen $\psi_{\lambda\mu}$ r. Dimension der y_i gleichzeitig für $y_1^{(i)}$, $y_2^{(i,k)}$ verschwinden. Nun haben diese Gleichungen $\psi_{\lambda\mu} = 0$ für einen Wert $y_1^{(i)}$ ein gemeinsames Wurzelpaar $y_1^{(i)}, y_2^{(i,k)}$, also haben sie alle zu jenem $y_1^{(i)}$ gehörigen Wurzeln der irreducibelen Gleichung $\Phi=0$ gemeinsam. Somit haben die durch $\psi_{\lambda\mu} = 0$ dargestellten Curven r. Ordnung $(r-m)$ mal 8 Punkte je in gerader Linie unter einander und mit der Grundcurve gemein. Daher können die sämmtlichen Schnittpunkte von $\psi_{\lambda\mu}=0$ mit $\Phi = 0$ durch $r-m$ Gerade $\chi_i = 0$ und eine Curve m. Ordnung $\varphi_{\lambda\mu} = 0$ ausgeschnitten werden, und zwar bilden wir die Gleichung der so zerfallenden Curve r. Ordnung nach dem Fundamentalsatz p. 198 in der Form

$$\psi'_{\lambda\mu} = \varphi_{\lambda\mu} \cdot \prod_{i=1}^{r-m} \chi_i = k\,\psi_{\lambda\mu} + G\Phi. \qquad 17)$$

Zerfallen also die $\psi_{\lambda\mu}$ nicht schon selbst in dieser Weise, so führen wir durch 17) die zerfallenden $\psi'_{\lambda\mu}$ ein, ohne [nach 3)] die Correspondenz selbst zu ändern. An Stelle von $f_i = 0$ kann so immer eine Gleichung $f_i^{(0)} = 0$ gebildet werden, welche sich entsprechend 16) in einen unwesentlichen, von x_i unabhängigen Factor $r-m$. Grades $\Pi\chi_i$, und einen wesentlichen irreducibelen Factor spaltet, der sowol in x_i als in y_i von der m. Dimension ist, und also, gleich

Null gesetzt, die $(8m, 8m)$-deutige Correspondenz schon für sich völlig definirt.

Demnach ist eine modulare Schnittsystem-Correspondenz stets durch eine einzige äquidimensionale Gleichung zwischen x_i, y_i rein definirbar.

Zu den Transformationsgraden der besonderen Classe 16. Stufe des § 14 und nur zu diesen gehören Modulargleichungen $M(\varkappa^2, \lambda^2)=0$, deren linke Seiten sich in 64 Factoren $f(\sqrt[4]{\varkappa}, \sqrt[4]{\varkappa'}; \sqrt[4]{\lambda}, \sqrt[4]{\lambda'})$ des Grades $\frac{N}{8}$, resp. gemäss dem Schlusssatz über die 8. Stufe, in 16 Factoren $f(\sqrt{\varkappa}, \sqrt{\varkappa'}; \sqrt{\lambda}, \sqrt{\lambda'})$ des Grades $\frac{N}{4}$ spalten lassen.

Ausser der so umgrenzten, ausgezeichneten Classe gibt es keine anderen irrationalen Modulargleichungen der gewöhnlichen Modulsysteme $\sqrt[4]{\varkappa}, \sqrt[4]{\varkappa'}$ und $\sqrt{\varkappa}, \sqrt{\varkappa'}$, welche, nur im Verein mit $\varkappa^2 + \varkappa'^2 = 1$, die eigentlichen Modulargleichungen völlig zu ersetzen im stande wären. Jede nicht zur Classe gehörige irrationale Modulargleichung derselben Moduln stellt die einander durch die Transformation zugeordneten Modulpaare nur zugleich mit Wurzelpaaren dar, die dem Problem fremd sind.

§ 17.

Invarianz der Correspondenzgleichung.

Die allgemeine, biternäre, äquidimensionale Form m. Ordnung enthält $\left(\frac{m+1 \cdot m+2}{2}\right)^2$ Terme. Handelt es sich also um Aufstellung der Gleichung der Schnittsystem-Correspondenz m. Ordnung, so drängt die sehr rasch wachsende Gliederzahl die Frage auf, ob und wie dieselbe durch die Erkenntnis reducirt werden kann, dass gewisse Glieder

von vornherein gar nicht oder nur in bestimmten Verbindungen auftreten.

Im doppelt-binären Gebiet, welchem die gewöhnlichen Modulargleichungen zwischen $\varkappa^2$, λ^2 angehören, ist diese Fragestellung von bekanntem Nutzen. *Ueberhaupt kann bei dem Transformationsproblem eines Hauptmoduls* $M=\frac{x_1}{x_2}$, $\overline{M}=\frac{y_1}{y_2}$ *unmittelbar die Invarianz der Gleichung bei den simultanen Substitutionen der Variabelenpaare* $x_1, x_2; y_1, y_2$ *postulirt werden*, weil die Variabelen unabhängig sind. Sicher ist daher die lineare Invariantentheorie bei der Bildung jener Gleichungen mit Vorteil anzuwenden.*)

Aehnliche Eigenschaften werden nun auch den Gleichungen der Modularcorrespondenzen zukommen, wie Herr Klein in der mehrfach citirten Programmnote bemerkt. Indessen kann keineswegs von vornherein angenommen werden, dass diese biternären Gleichungen bei den simultanen Substitutionen der Correspondenzen in sich im Sinne der ternären Invariantentheorie ungeändert bleiben, da die Moduln eines vollen Systems eben nicht unabhängig variabel sind. Zunächst ist nur einleuchtend (p. 199), dass, wenn $f=0$ die Definitionsgleichung ist, auch

$$f(S(x_1, x_2, x_3),\ \overline{S}(y_1, y_2, y_3)) = 0 \qquad 18)$$

mit $f=0$ auf der Grundcurve, d. h. *vermöge* $F=0$, $\Phi=0$ *tatsächlich*, wenn auch nicht notwendig formal, übereinstimmt. Dagegen bleibt zu untersuchen, *ob die Form* f *so gewählt werden kann, dass sie bei den Substitutionen der Correspondenz in sich bis auf constante Factoren formal, d. h. auch im Gebiete unabhängiger Variabelen* x_i, y_i, *unveränderlich ist.*

*) Vgl. Ber. d. sächs. Ges. d. W. 1885, p. 79, II. Teil der cit. Note.

Die biternäre Form f soll eine Simultaninvariante der Correspondenz heissen, wenn sie sich bei den erzeugenden simultanen Substitutionen II 36) der Gruppe Γ und beim Reihenwechsel II 37) nur um einen constanten Factor ändert. Dieser Factor wird sich infolge der Periodicität der Substitutionen zudem als Eins erweisen.

Der Beweis, dass die Correspondenzgleichung in der Tat stets formal invariant gewählt werden kann, zerfällt, je nachdem $m < 8$ oder $m \geq 8$, in zwei Teile. *Jede Modularcorrespondenz $f = 0$ einer Ordnung $m < 8$ muss durch das Verschwinden einer Simultaninvariante dargestellt sein.* Denn geht f durch eine lineare Substitution in f' über, so hat sowol f als f' schon die Normalform, also stellen $f = 0$, $f' = 0$ nach 10) nur dann dieselbe Correspondenz dar, wenn f, f' bis auf einen constanten Factor identisch sind (vgl. das Corollar p. 197).

Ist aber $m \geq 8$, so kann die Correspondenzgleichung stets durch eine verschwindende Simultaninvariante ersetzt werden (vgl. § 15). Sei nämlich die gegebene Form f nach 7) auf die Normalform g gebracht. Durch Anwendung einer iterirten periodischen Substitution S, S^2, ... mögen die Functionen f, g, $G_{\lambda\mu}$, $H_{\lambda\mu}$ successive übergehen in f_1, g_1, $G^{(1)}_{\lambda\mu}$, $H^{(1)}_{\lambda\mu}$; f_2, g_2, $G^{(2)}_{\lambda\mu}$, $H^{(2)}_{\lambda\mu}$; ... Hier ist aber z. B. g_1 die Normalform von f_1 in Bezug auf $S(x_2)$, $\overline{S}(y_2)$, also im allgemeinen verschieden von der Normalform g' von f_1 in Bezug auf x_2, y_2, und zwar hat die Differenz die Form

$$g_1 - g' = \Sigma H_{\lambda\mu} F^\lambda \Phi^\mu, \qquad 19)$$

so dass

$$f_1 = g' + \Sigma (G^{(1)}_{\lambda\mu} + H_{\lambda\mu}) F^\lambda \Phi^\mu. \qquad 20)$$

Sollen nun $f = 0$, $f_1 = 0, \ldots$ dieselbe Correspondenz darstellen, so müssen nach 11) die Identitäten bestehen

$$\left.\begin{aligned} f \;-\Sigma G_{\lambda\mu}\, F^{\lambda}\Phi^{\mu} &= k\left\{f_1-\Sigma(G^{(1)}_{\lambda\mu}+H_{\lambda\mu}\,)F^{\lambda}\Phi^{\mu}\right\}\\ f_1\;-\Sigma G^{(1)}_{\lambda\mu}\, F^{\lambda}\Phi^{\mu} &= k\left\{f_2-\Sigma(G^{(2)}_{\lambda\mu}+H^{(1)}_{\lambda\mu}\,)F^{\lambda}\Phi^{\mu}\right\}\\ &\text{u. s. w. bis zu}\\ f_{h-1}-\Sigma G^{(h-1)}_{\lambda\mu}\, F^{\lambda}\Phi^{\mu} &= k\left\{f-\Sigma(G^{(h)}_{\lambda\mu}+H^{(h-1)}_{\lambda\mu})F^{\lambda}\Phi^{\mu}\right\}, \end{aligned}\right\} 21)$$

wenn h die Periode der Substitution S war. Weiter folgt aber aus 19) leicht das Bestehen der Identität

$$\Sigma(H_{\lambda\mu}+H^{(1)}_{\lambda\mu}+\ldots+H^{(h-1)}_{\lambda\mu})\,F^{\lambda}\Phi^{\mu}=0, \qquad 22)$$

und aus der Combination derselben mit 21) fliesst $k=1$.

War nun f bei der Substitution der Periode h nicht formal invariant, so können wir eine Form, die diese Invarianteneigenschaft gegenüber S besitzt, bilden als

$$f'=f-\Sigma\left\{G_{\lambda\mu}-\frac{1}{h}(H^{(1)}_{\lambda\mu}+2H^{(2)}_{\lambda\mu}+\ldots+(h-1)H^{(h-1)}_{\lambda\mu})\right\}F^{\lambda}\Phi^{\mu}, \qquad 23)$$

denn man überzeugt sich nach 21) sofort, dass wegen 22) $f'=f'_1=\ldots=f'_{h-1}$. Nun kommen aber nur $\mathbf{S}^2$, **T**, **U**, **P** von den bezüglichen Perioden 8, 2, 3, 4 in Betracht. Somit werden wir successive aus f eine Form f' bilden, welche bei **T**, aus f' eine f'', welche auch bei **U**, aus f'' eine f''', die ausserdem noch bei $\mathbf{S}^2$ invariant ist; endlich stellt man auf übereinstimmende Weise auch Invarianz her beim Reihenwechsel **P**, welcher die Periode 2 oder 4 hat, je nachdem $\left(\frac{2}{n}\right)=\pm 1$.

Somit ist die Correspondenz stets durch das Nullsetzen einer Simultaninvariante zu definiren, nur ist diese letztere nicht etwa eindeutig bestimmt.

Damit ist die wirkliche Bildung der Gleichungen als die Bildung von Simultaninvarianten der ternären Invariantentheorie erschlossen. Nun wollen wir aber Formen

bilden, welche bei Substitutionen einer endlichen Gruppe formal ungeändert bleiben, wenn die Variabelen jeder Reihe gleichzeitig bestimmten verschiedenen Substitutionen unterworfen werden; die gewöhnliche Invariantentheorie dagegen sucht *covariante* Formen, deren Beziehungen zu gegebenen Formen unveränderlich sind, wenn die Variabelen aller Reihen cogredient oder contragredient sind (p. 167), aber beliebig linear substitutirt werden. *Wie schon die obige Definition der Simultaninvariante von dem allgemeinen Covariantenbegriff wesentlich verschieden* ist, so ist überhaupt der Character der obigen beiden Aufgaben ein principiell verschiedener. Ob die Uebereinstimmung der Gebiete der beiden Invarianten-Definitionen über einige evidente Fälle hinausgeht, bleibt deshalb von Fall zu Fall besonders zu untersuchen. Bei dem einfachen Character der Gruppe Γ ist es daher angezeigt, für den algebraischen Aufbau nicht der Invariantentheorie analoge Processe nachzubilden, sondern ein speciell angepasstes, directes Verfahren zu suchen.

§ 18.

Die Simultaninvarianten der Correspondenz.

Wir bilden direct die allgemeinste biternäre Form f, welche bei Transposition, Verschiebung, ε-Multiplication und Reihenwechsel bis auf einen numerischen Factor formal invariant ist. Dieselbe ist wegen der Invarianz bei **P** [II 37)] äquidimensional, sagen wir m. Ordnung. Sei

	x_1	x_2	x_3		y_1	y_2	y_3
-1	x_2	x_1	x_2	-1	y_2	y_1	y_3
$+1$	x_2	x_3	x_1	$+1$	y_2	y_3	y_1
-1	$\varepsilon^2 x_1$	εx_2	εx_3	-1	$\varepsilon^{2n} y_1$	$\varepsilon^n y_2$	$\varepsilon^n y_3$
σ^{-1}	$y_1 \left(\frac{2}{n}\right) y_2 \varepsilon^{\frac{n-1}{2}} y_3$			σ	$\left(\frac{2}{n}\right) x_1$	$x_2 \varepsilon^{\frac{n-1}{2}} x_3$	,

24)

eine tabellarische Zusammenstellung obiger Operationen, wobei gewisse gemeinsame Factoren abgesondert sind, die in f nur den Factor 1 ergeben.

Ist nun ein beliebiger Term der Form f

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{t}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} = x_1^{\alpha} x_2^{\beta} x_3^{\gamma}\ y_1^{\alpha} y_2^{\beta} y_3^{\gamma}, \\ &\text{wo } \alpha+\beta+\gamma=\alpha'+\beta'+\gamma'=m \text{ (wie im folgenden stets),} \end{aligned}\right\} 25)$$

so muss f auch die sämmtlichen Terme enthalten, welche bei 24) aus $\mathrm{t}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'}$ entstehen. Nun entspringen 6 Terme aus den Vertauschungen $\mathbf{T}$ und Verschiebungen $\mathbf{U}$ der Variabelenpaare x_i, y_i, 6 weitere durch den Reihenwechsel $\mathbf{P}$, aber keine neuen durch $\mathbf{S}^2$. *Also ist f ein lineares Aggregat von zwölfgliedrigen Summen, dessen Coefficienten durch die Substitutionen nicht bestimmbar sind.* Wir betrachten daher ferner nur noch solche Summen, deren 12 Terme offenbar einen gemeinsamen Typus haben und die daher *typische Invarianten* heissen mögen.

Sie lauten allgemein

$$\mathsf{I} = \Sigma a_{\alpha\beta\gamma}\, \mathrm{t}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} + \Sigma a'_{\alpha\beta\gamma}\, \mathrm{t}_{\alpha'\beta'\gamma'}^{\alpha\beta\gamma}, \qquad 26)$$

summirt über alle Permutationen der Exponentenpaare α, α'; β, β'; γ, γ'. Führt man $\mathbf{T}$ und $\mathbf{U}$ aus, so bedingen $\mathbf{T}^2 = 1$, $\mathbf{U}^3 = 1$ die Coefficientenrelationen

$$\left.\begin{aligned} &a''_{\alpha\beta\gamma} = a''_{\beta\alpha\gamma},\ a_{\alpha\beta\gamma} = a_{\beta\gamma\alpha} = a_{\gamma\alpha\beta} \\ &a'''_{\alpha\beta\gamma} = a'''_{\beta\alpha\gamma},\ a'_{\alpha\beta\gamma} = a'_{\beta\gamma\alpha} = a'_{\gamma\alpha\beta}. \end{aligned}\right\} 27)$$

Nun möge das Zeichen $\mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'}$ eingeführt werden für die *cyclische Summe*

$$\mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} = \mathbf{C}\, \mathrm{t}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'}, \qquad 28)$$

in der nur über die cyclischen Verschiebungen der Ex-

ponentenpaare summirt wird. Alsdann sind nach 27) nur die Ausdrücke möglich

$$\mathbf{I} = \Sigma_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} + a\Sigma_{\alpha'\beta'\gamma'}^{\alpha\beta\gamma}, \text{ oder } \mathbf{I} = \mathbf{A}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} + a\mathbf{A}_{\alpha'\beta'\gamma'}^{\alpha\beta\gamma}, \quad 29)$$

wenn

$$\Sigma_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} = \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} + \mathbf{C}_{\alpha'\beta'\gamma'}^{\alpha\beta\gamma}, \; \mathbf{A}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} = \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma}^{\alpha'\beta'\gamma'} - \mathbf{C}_{\alpha'\beta'\gamma'}^{\alpha\beta\gamma}, \quad 30)$$

und a der, noch allein zu bestimmende, numerische Coefficient ist.

Weil ferner bei $\mathbf{S}^2$ alle Terme sich mit derselben Einheitswurzel multipliciren müssen, so unterliegen die Exponenten neben 25) den Congruenzen

$$\left.\begin{aligned}\alpha+n\alpha' \equiv \beta+n\beta' \equiv \gamma+n\gamma' \equiv \alpha'+n\alpha \equiv \beta'+n\beta \equiv \gamma'+n\gamma \equiv \\ \equiv 3m\,(n+1) \bmod. 8\end{aligned}\right\} \quad 31)$$

oder

$$(n-1)(\alpha-\alpha') \equiv 0, \ldots; \; \alpha-\beta+n(\alpha'-\beta') \equiv 0, \ldots \bmod. 8. \quad 32)$$

Dann ändert sich aber $\mathbf{I}$ bei $\mathbf{S}^2$ überhaupt nicht, d. h. es tritt der Factor 1 vor. Endlich verlangt der Reihenwechsel

$$\alpha'^2 = \left(\left(\frac{2}{n}\right)\varepsilon^{n-1}\right)^{\gamma-\gamma'} = 1. \quad 33)$$

Demnach haben wir vier Arten typischer Invarianten zu unterscheiden:

vollkommene); oder symmetrische Invarianten* $\Sigma_{\alpha\beta\gamma}+\Sigma_{\alpha'\beta'\gamma'}$, welche sich bei den Substitutionen 24) gar nicht ändern;

alternirende Invarianten $\mathbf{A}_{\alpha\beta\gamma}+\mathbf{A}_{\alpha'\beta'\gamma'}$, welche nur bei der Transposition einen Zeichenwechsel erleiden;

wechselnde $\begin{matrix}\textit{vollkommene}\\ \textit{alternirende}\end{matrix}$ *Invarianten* $\begin{matrix}\Sigma_{\alpha\beta\gamma}-\Sigma_{\alpha'\beta'\gamma'}\\ \mathbf{A}_{\alpha\beta\gamma}-\mathbf{A}_{\alpha'\beta'\gamma'}\end{matrix}$ welche ihr Vorzeichen noch beim Reihenwechsel ändern.

---

*) Klein, Vorlesungen über das Ikosaeder p. 198.

Die allgemeine Form f kann sich nur aus typischen Invarianten derselben Art zusammensetzen. Ist die Art bestimmt, so kennzeichnet jedes Lösungssystem der Congruenzen 31) eine typische Invariante; zu jedem m gibt es eine endliche Anzahl derselben.

Nun unterliegen aber ausserdem unsere Gleichungen $f = 0$ noch gewissen besonderen Bedingungen.

Zur Darstellung der modularen Schnittsystem-Correspondenzen kommen nur vollkommene Simultaninvarianten als Formen f in Betracht, so dass die folgenden Paragraphen es nur mit solchen zu tun haben werden. Denn erwägen wir die beiden Möglichkeiten.

Erstens kann keine *wechselnde* Invariante eine irreducibele Correspondenz darstellen, denn dieselbe verschwindet offenbar für $x_i = y_i$; also müsste jede Correspondenzcurve durch ihren Pol hindurch gehen, im Widerspruch mit p. 169.

Zweitens kann f nicht *alternirend* sein, denn eine Anwendung von **T** und **P** nach einander ergibt

$$f(x_2,x_1,x_3;\, y_2,y_1,y_3) = -f\left(y_1, \left(\frac{2}{n}\right) y_2, \varepsilon^{-\frac{n-1}{2}} y_3;\, \left(\frac{2}{n}\right) x_1, x_2, \varepsilon^{\frac{n-1}{2}} x_3\right), \quad 34)$$

so dass $f = 0$ für $y_1 = -\sigma x_2$, $y_2 = -\sigma \left(\frac{2}{n}\right) x_1$, $y_3 = -\sigma \varepsilon^{\frac{n-1}{2}} x_3$.

Danach müsste also $f_y = 0$ stets durch den angegebenen, zu (x) homologen Punkt (y) gehen. Von den Parametern von (y), als Repräsentanten einer reinen Transformation n. Grades, kann aber nicht allgemein einer mit ω äquivalent sein, wie 34) voraussetzen würde.

Dazu kommt endlich die Bemerkung, dass nach den Resultaten III 71) Schnittsysteme für $n \equiv 3$ mod. 8 nur durch Curven gerader, für $n \equiv 1$ mod. 4 durch Curven von

durch 4 teilbarer Ordnung ausgedrückt werden. *Demgemäss ist für unsere invarianten Correspondenzgleichungen:*

$$m(n+1) \equiv 0 \bmod. 8, \qquad 35)$$

oder an Stelle von 31) treten die specielleren Congruenzbedingungen

$$\left.\begin{array}{l} \alpha+n\alpha' \equiv \beta+n\beta' \equiv \gamma+n\gamma' \equiv 0 \\ \alpha'+n\alpha \equiv \beta'+n\beta \equiv \gamma'+n\gamma \equiv 0 \end{array}\right\} \bmod. 8. \qquad 36)$$

§ 19.

Reductionsprincipien für die Invarianten.

Unter den vollkommenen typischen Simultaninvarianten gibt es zunächst solche, welche eigentlich nur *einfachternär* sind, insofern sie die Variabelen beider Reihen nur in gewissen Verbindungen enthalten. Setzen wir weiterhin

$$x_i y_k = z_{ik} \qquad 37)$$

so sind in dieser Hinsicht insbesondere *die ternären Formen der Variabelen* z_{11}, z_{22}, z_{33} ausgezeichnet, in denen also $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$, $\gamma = \gamma'$. In solchen, nur noch sechsgliedrigen, typischen Invarianten unterliegen die Exponenten den Congruenzbedingungen

$$(n+1)\alpha \equiv (n+1)\beta \equiv (n+1)\gamma \equiv 0 \bmod. 8. \qquad 38)$$

Diese sind aber im *I. Hauptfall* $n \equiv 7 \bmod. 8$ identisch erfüllt,

verlangen im *II. Hauptfall* $n \equiv 3 \bmod. 8$ α, β, γ gerade, und

endlich im *III. Hauptfall* $n \equiv 1 \bmod. 4$ α, β, γ durch 4 teilbar, sodass gegenüber den Variabelen z_{ii} von I unter II eigentlich z_{ii}^2, unter III z_{ii}^4 als Variabele zu nehmen sind.

Diese einfachternären Invarianten sind lediglich die gewöhnlichen symmetrischen Functionen dreier Variabelen, somit ganze ganzzahlige Functionen von drei elementaren

symmetrischen Formen, oder von drei Elementarinvarianten, nämlich in den 3 Hauptfällen von

$$\left.\begin{aligned} &I.\ n \equiv 7 \bmod. 8 \quad Z_1 = z_{11} + z_{22} + z_{22}, \\ &Z_2 = z_{11} z_{22} + z_{22} z_{33} + z_{33} z_{11}, \quad Z_3 = z_{11} z_{22} z_{33}; \end{aligned}\right\} 39)$$

$$\left.\begin{aligned} &II.\ n \equiv 3 \bmod. 8 \quad Z_1' = z_{11}^2 + z_{22}^2 + z_{33}^2, \\ &Z_2' = z_{11}^2 z_{22}^2 + z_{22}^2 z_{33}^2 + z_{33}^2 z_{11}^2, \quad Z_3' = z_{11}^2 z_{22}^2 z_{33}^2; \end{aligned}\right\} 40)$$

$$\left.\begin{aligned} &III.\ n \equiv 1 \bmod. 4 \quad Z_1'' = z_{11}^4 + z_{22}^4 + z_{33}^4, \\ &Z_2'' = z_{11}^4 z_{22}^4 + z_{22}^4 z_{33}^4 + z_{33}^4 z_{11}^4, \quad Z_3'' = z_{11}^4 z_{22}^4 z_{33}^4. \end{aligned}\right\} 41)$$

Hieran knüpft sich unmittelbar ein *Reductionsprincip* für alle Formen der Variabelen z_{ii} (resp. z_{ii}^2, z_{ii}^4). Denn nach einem bekannten algebraischen Satz lässt sich jede ganze homogene Function dreier Variabelen auf eine sechsgliedrige specielle Function derselben reduciren, deren Terme eine Variabele gar nicht, eine zweite nicht oder nur in erster und die dritte höchstens in zweiter Potenz enthalten, deren Coefficienten aber ganze Functionen der elementaren symmetrischen Functionen sind. *Also können wir, wenn wir eine bestimmte Reihenfolge der Variabelen festsetzen, jede Form $f(z_{11}, z_{22}, z_{33})$ eindeutig ersetzen durch ein Aggregat der Terme*

$$z_{22}^{\mu} z_{33}^{\nu} \ (\mu = 0, 1;\ \nu = 0, 1, 2), \qquad 42)$$

multiplicirt in ganze Functionen von Z_1, Z_2, Z_3. Dasselbe gilt im II. und III. Fall, wenn z_{ii} und Z_i ersetzt werden durch z_{ii}^2, Z_i', resp. z_{ii}^4, Z_i''.

Nun ist die allgemeine typische Invariante I durch ihre drei Exponentenpaare characterisirt, deren Grössenverhältnis fest so angenommen werde, dass

$$\alpha - \alpha' = a > 0, \ \beta - \beta' = b > 0, \ \gamma' - \gamma = a + b. \qquad 43)$$

Vereinigen wir dann noch je entsprechende Glieder in den

beiden wechsel-symmetrischen Summen $\Sigma_{\alpha\beta\gamma}$, $\Sigma_{\alpha'\beta'\gamma'}$ von p. 207, so können wir, unter Fixirung eines bestimmten Anfangsgliedes, schreiben

$$\mathfrak{I} = \Sigma z_{11}^{\alpha'} z_{22}^{\beta'} z_{33}^{\gamma} (z_{13}^{a} z_{23}^{b} + z_{31}^{a} z_{32}^{b}). \qquad 44)$$

In jedem Term werden wir einen ersten, *ternären Factor* und einen zweiten, *Klammerfactor* unterscheiden, und jeden derselben für sich allein reduciren.

Zuerst wenden wir ein aus den Umformungen mittelst der Gleichungen $F=0$, $\Phi=0$ entspringendes Reductionsprincip auf den Klammerfactor an. Multipliciren wir denselben mit der symmetrischen Invariante

$$\zeta = z_{11}^{8} + z_{22}^{8} + z_{33}^{8}$$

in den vermöge 2) gleichbedeutenden Formen

$$\zeta = 2z_{11}^{8} - (z_{23}^{8} + z_{32}^{8}) = 2z_{22}^{8} - (z_{13}^{8} + z_{31}^{8}), \qquad 45)$$

so erhalten wir, *solange* $a, b \geq 16$, *die Recursionsformeln*

$$\left.\begin{aligned}(z_{13}^{a} z_{23}^{b} + z_{31}^{a} z_{32}^{b}) &= (2z_{11}^{8} - \zeta)(z_{13}^{a} z_{23}^{b-8} + \ldots) - z_{22}^{8} z_{33}^{8} (z_{13}^{a} z_{23}^{b-16} + \ldots) \\ &= (2z_{22}^{8} - \zeta)(z_{13}^{a-8} z_{23}^{b} + \ldots) - z_{11}^{8} z_{33}^{8} (z_{13}^{a-16} z_{23}^{b} + \ldots).\end{aligned}\right\} 46)$$

Es sind dies Identitäten modulis F, Φ, welche an Stelle des gegebenen Klammerfactors zwei andere einführen, in denen die Exponenten a und b durch um Vielfache von 8 kleinere vertreten sind, multiplicirt in gewisse Potenzen von z_{ii}^{8}. Offenbar genügt es, diese Recursion je an dem Anfangsglied durchzuführen.

Setzen wir noch

$$a = 8\varrho + r, \; b = 8\sigma + s, \; r < 8, \; s < 8, \qquad 47)$$

so wird durch wiederholte Anwendung der Formeln 46) die gegebene Klammer schliesslich ersetzt durch ein Aggregat solcher, in welchen r, s die ursprünglichen, ϱ, σ aber

nur die Werte besitzen 1, 1; 1, 0; 0, 1; 0, 0; jede Klammer ist multiplicirt in eine ganze Function der z_{ii}, deren Dimension, der Abnahme von a, b entsprechend, wächst. In analoger Weise sind aber noch Klammerfactoren mit $\varrho, \sigma \leqq 1$ auf solche mit $\varrho = \sigma = 0$ zurückzuführen. Für $\varrho = \sigma = 1$ geht die Formel 46) weiter über in

$$(z_{13}^{8+r} z_{23}^{8+s} + \ldots) = (2 z_{11}^{8} - \zeta)(z_{13}^{8+r} z_{23}^{s} + \ldots) - z_{22}^{s} z_{33}^{8} (z_{12}^{8-s} z_{13}^{r+s} + \ldots) \quad 48)$$

und für $\varrho = 0$, $\sigma = 1$, — ganz analog auch für $\varrho = 1$, $\sigma = 0$, —

$$(z_{13}^{r} z_{23}^{8+s} + \ldots) = (2 z_{11}^{8} - \zeta)(z_{13}^{r} z_{23}^{s} + \ldots) - z_{22}^{s} z_{33}^{r+s} (z_{21}^{r} z_{23}^{8-r-s} + \ldots), \quad 49)$$

vorausgesetzt, dass nicht nur $r, s < 8$, sondern auch $r + s < 8$; für $r + s > 8$ würde statt 49) eine mit 48) ganz analoge Formel eintreten. Es kann aber sogar $r + s < 8$ vorausgesetzt werden, denn, war $r + s > 8$, so führt man durch

$$(z_{13}^{r} z_{23}^{s} + \ldots) = -z_{11}^{r} (z_{12}^{8-r} z_{32}^{r+s-8} + \ldots) - z_{22}^{s} (z_{21}^{8-s} z_{31}^{r+s-8} + \ldots) \quad 50)$$

Exponenten $8-r$, $8-s$, $r+s-8$ gemäss der Voraussetzung ein. Dass die in den drei letzten Formeln eingeführten Klammern einen andern Index auszeichnen als die gegebene, ist bei der Umformung einer symmetrischen Summe irrelevant.

Somit ist I gleich einem Aggregat von Invarianten folgender Beschaffenheit: *die Klammerfactoren enthalten statt a, b nur Exponenten r, s, die der Ungleichheit genügen* $0 < r < s < r + s < 8$ *und nach 47) und ev. 50) aus a, b gebildet sind;* an Stelle des ternären Factors steht je eine ganze Function der z_{ii}, Z_i. Hier sind die Klammerfactoren offenbar durch keinerlei Recursion mehr zu vereinfachen; dagegen tritt nun für den ternären Factor das erste Reductionsprincip in Kraft, nach welchem für denselben nur

die 6 Formen 42) zu berücksichtigen sind, falls man multiplicirende Functionen der Z_i absondert.

Demgemäss stellen sich als *reducirte Formen der typischen Invarianten im I. Hauptfall* dar

$$\Sigma z_{22}^{\mu} z_{33}^{\nu} (z_{13}^{r} z_{23}^{s} + z_{31}^{r} z_{32}^{s}) \quad (\mu \leqq 1;\ \nu \leqq 2;\ 0<r<s<r+s<8). \quad 51)$$

Beim *II. Hauptfall* ist zu bedenken, dass im ternären Factor nur die Functionen der z_{ii}^2 nach dem ersten Princip reducirt werden, also noch eventuell z_{11}, z_{22}, z_{33} als Factoren hinzutreten können; daher bleibt

$$\Sigma z_{11}^{\varrho} z_{22}^{2\mu+\sigma} z_{33}^{2\nu+\tau} (z_{13}^{r} z_{23}^{s} + z_{31}^{r} z_{32}^{s}), \quad 52)$$

wo ausser denselben Bedingungen wie in 51) noch $\varrho, \sigma, \tau < 2$. Endlich gilt Analoges im *III. Hauptfall* für die Variabelen z_{ii}^4 und vortretende niedrigere Potenzen von z_{ii}, so dass mit $\varrho, \sigma, \tau < 4$ die reducirten Formen lauten

$$\Sigma z_{11}^{\varrho} z_{22}^{4\mu+\sigma} z_{33}^{4\nu+\tau} (z_{13}^{r} z_{23}^{s} + z_{31}^{r} z_{32}^{s}). \quad 53)$$

Die Zahl der reducirten Formen wird noch dadurch ausserordentlich eingeschränkt, dass die Exponenten $r, s, \varrho, \sigma, \tau$ ausser an die angegebenen Ungleichheiten an die Congruenzen 36) gebunden sind, welche übergehen in

$$r \equiv (n+1)\varrho,\ s \equiv (n+1)\sigma,\ r+s \equiv (n+1)\tau \text{ mod. } 8. \quad 54)$$

§ 20.

Das volle System der Simultaninvarianten.

Das Ziel dieser invariantentheoretischen Untersuchung ist, das volle System fundamentaler Simultaninvarianten, d. h. derjenigen typischen Invarianten anzugeben, durch welche sich alle übrigen als ganze Functionen mit ganzzahligen

Coefficienten ausdrücken lassen. Nachdem im vorigen Paragraphen eine endliche Anzahl reducirter Formen gefunden worden ist, sind offenbar nur noch die linear unabhängigen aus ihnen herauszugreifen. In dem vorliegenden Problem ist es in der Tat auch zweckmässig, die Untersuchung von vornherein auf das Gebiet der äquidimensionalen Invarianten zu beschränken. Denn, träten Formen verschiedener Dimension in x_i und y_i im vollen System auf, so könnten sie doch nur in solchen Verbindungen in die Correspondenzgleichungen eingehen, in denen die Dimensionen ausgeglichen sind.

Im Besitze des vollen Systems können wir die linke Seite jeder Correspondenzgleichung, also *die allgemeine Simultaninvariante m. Ordnung f ausdrücken als ein lineares Aggregat aller Producte, die aus den Fundamentalinvarianten gebildet werden können unter der Voraussetzung, dass die Ordnungssumme der Factoren gleich m ist.* In der Terminologie der Invariantentheorie heisst ein solches Aggregat f *eine allgemeine Function vom Gewichte m.*

Ist diese Darstellung von f nur in *einer* Weise möglich? Sicher können sich zwei Ausdrücke f und f' derselben Invariante nur in den Coefficienten der Producte constanten Gewichtes unterscheiden. Also kann auch die Differenz $f' - kf$ [vgl. 3] nur dann zugleich mit F, Φ identisch verschwinden, wenn entweder entsprechende Coefficienten in f und f' proportional sind, oder

$$f' - kf = R \qquad 55)$$

sich als ganze Function R identisch verschwindender Aggregate schreiben lässt. Das letztere ist nur dann möglich, wenn zwischen den Fundamentalinvarianten *Relationen höheren Grades* bestehen. Solche existiren aber bei 6 Variabelen

notwendig, sobald 6 oder mehr Formen das volle System bilden. *Ist die Zahl der Fundamentalinvarianten nicht* < 6, *so erfordert die Eindeutigkeit der Darstellung (p. 204) weitere Festsetzungen.*

Das volle System der Fundamentalinvarianten kann nach 51) — 54) für die drei Hauptfälle sofort gebildet werden.

I. Für $n \equiv 7 \bmod. 8$ lauten die Congruenzen 36) einfach

$$\alpha \equiv \alpha', \ \beta \equiv \beta', \ \gamma \equiv \gamma' \bmod. 8. \qquad 56)$$

Daher [oder nach 54)] existiren nur reducirte Formen mit $r = s = 0$, d. h. nur symmetrische Formen der z_{μ}, deren fundamentale Formen 39) [vgl. auch 51)] gibt. *Für Transformationsgrade der Form* $n = 8h + 7$ *besteht das volle System lediglich aus den drei Elementarinvarianten*

$$Z_1, \ Z_2, \ Z_3.$$

*Ihre volle Unabhängigkeit ist evident, also ist jede Simultaninvariante durch sie eindeutig darstellbar.**)

II. Die Congruenzen 56) gelten für $n \equiv 3 \bmod. 8$ nur modulo 4 genommen, also kann nur [vgl. 54)] $r, s, \varrho, \sigma, \tau = 0$ oder $r = 0 \ \ s = 4 \ \ \varrho = 0 \ \ \sigma = \tau = 1$ sein. Wenn aber von den Zahlen r, s, $r + s$ irgend zwei gleich sind, so fallen zwei der reducirten Formen zusammen, z. B. die Formen 52) in die von 40) und in

$$\mathbf{C}\, z_{22} z_{33} (z_{22}^{2\mu} z_{33}^{2\nu} + z_{33}^{2\mu} z_{22}^{2\nu}) (z_{23}^{4} + z_{32}^{4}),$$

wo die erste Klammer offenbar auf eine ganze Function von z_{11}^2 und Z_i' zurückkommt. *Daher enthält das volle System die 6 Formen*

---

*) Diese Eindeutigkeit ist mit der Bemerkung des § 17 nicht im Widerspruch, denn das zweite Reductionsprincip von § 19 ist keine Umformung jener früheren Art.

$$Z_1', \; Z_2', \; Z_3'$$
$$Z_\lambda^{(4)} = \mathbf{C}\, z_{11}^{2\lambda} z_{22} z_{33} (z_{23}^4 + z_{32}^4) \quad (\lambda = 0, 1, 2) \qquad 57)$$

Die *lineare Unabhängigkeit* derselben verificirt man folgendermassen. Sicher kann $Z_0^{(4)}$ nicht auf Z_i' zurückgeführt werden; also fragt sich nur, ob sich $Z_1^{(4)}, Z_2^{(4)}$ durch $Z_0^{(4)}, Z_i'$ ausdrücken lassen. Dazu müsste erstens das Aggregat $\alpha Z_1^{(4)} + \beta Z_1' Z_0^{(4)}$ in z_{ii} allein symmetrisch gemacht werden können, während doch keine Potenzen von z_{ik}^8 vorkommen, die das zu bewirken vermöchten, da solche allein eine Umformung durch F, Φ zulassen. Und setzen vir zweitens eine Relation vom Gewichte 10 an, so findet man, dass das Glied mit $Z_0^{(4)}$ fehlen, also schon $\alpha Z_1^{(4)} Z_1' + \beta Z_2^{(4)}$ durch Z_i' darstellbar sein müsste, was wiederum nicht geht.

Dagegen bestehen nach p. 214 *Relationen höheren Grades* zwischen den 6 Formen. Nun erkennt man durch Bildung der Producte und Quadrate $Z_\lambda^{(4)} Z_{\lambda'}^{(4)}$ leicht, dass di. Darstellung von

$$Z_\lambda^{(4)} Z_{\lambda'}^{(4)} + \mathbf{C} z_{11}^2 z_{22} z_{33} (z_{22}^{2\lambda} z_{33}^{2\lambda'} + z_{33}^{2\lambda} z_{22}^{2\lambda'}) (Z_1'^2 - 2Z_2' - 2z_{11}^4)(z_{13}^4 + z_{31}^4) \qquad 58)$$

nur die Z_i', und die der cyclischen Summe $\mathbf{C}$ allein die $Z_\lambda^{(4)}$ nur linear enthält. Aus dieser Bemerkung entspringen Identitäten, welche erlauben, alle Functionen der $Z_\lambda^{(4)}$ von beliebigen Graden auf lineare zurückzuführen. Sie lauten, wenn wir die additiven Functionen von Z_i' unterdrücken,

$$\left.\begin{aligned}
Z_0^{(4)2} &\equiv 2Z_3' Z_0^{(4)} - Z_1'^2 Z_1^{(4)} + 2Z_1' Z_2^{(4)} \\
Z_0^{(4)} Z_1^{(4)} &\equiv -(Z_1'^3 - 2Z_1' Z_2' + 2Z_3') Z_1^{(4)} + Z_1'^2 Z_2^{(4)} \\
Z_1^{(4)2} &\equiv -Z_3' (Z_1'^2 - 2Z_2') Z_0^{(4)} + 2Z_3' Z_2^{(4)} \\
Z_0^{(4)} Z_2^{(4)} &\equiv -Z_2' Z_0^{(4)2} + Z_1' Z_0^{(4)} Z_1^{(4)} - Z_1^{(4)2} \\
Z_1^{(4)} Z_2^{(4)} &\equiv -Z_3' Z_0^{(4)2} + Z_1' Z_1^{(4)2} \\
Z_2^{(4)2} &\equiv -Z_3' Z_0^{(4)} Z_1^{(4)} + Z_2' Z_1^{(4)2}.
\end{aligned}\right\} \quad \text{modd. } Z_1', Z', Z_3' \qquad 59)$$

Demnach genügt zur Darstellung einer beliebigen Simultaninvariante m. Ordnung eine in den Z_i' allgemeine Function des Gewichtes m, weche die $Z_\lambda^{(4)}$ nur linear enthält. Indem wir verlangen, dass nur solche in $Z_\lambda^{(4)}$ lineare Aggregate einzuführen sind, bekommen wir auch für den II. Hauptfall eine eindeutige Darstellungsform.

III. Endlich ergeben sich bei $n \equiv 1 \bmod 4$ aus 54) für die Exponenten der reducirten Formen 53) die Wertsysteme

		$n \equiv 5$			$n \equiv 1 \bmod 8$		
r	s	ϱ	σ	τ	ϱ	σ	τ
0	2	0	1	1	0	3	3
0	4	0	2	2	0	2	2
0	6	0	3	3	0	1	1
2	2	1	1	2	3	3	2
2	4	1	2	3	3	2	1

60)

und daraus, unter Beachtung der bei II gemachten weiteren Reduction, $4 \cdot 3 + 1 \cdot 6 = 18$ Formen. *Das volle System besteht aus 21 Formen*, nämlich für $n = 8h + 5$

$$Z_1'', \quad Z_2'', \quad Z_3''$$

$$\left.\begin{aligned} Z_\lambda^{(0,2)} &= \mathbf{C} z_{11}^{4\lambda} z_{22} z_{33} (z_{23}^2 + z_{32}^2) \\ Z_\lambda^{(0,4)} &= \mathbf{C} z_{11}^{4\lambda} z_{22}^2 z_{33}^2 (z_{23}^4 + z_{32}^4) \\ Z_\lambda^{(0,6)} &= \mathbf{C} z_{11}^{4\lambda} z_{22}^3 z_{33}^3 (z_{23}^6 + z_{32}^6) \end{aligned}\right\} (\lambda = 0, 1, 2)$$

$$\left.\begin{aligned} Z_\nu^{(2,2)} &= \mathbf{C} z_{11} z_{22} z_{33}^{4\nu+2} (z_{13}^2 z_{23}^2 + z_{31}^2 z_{32}^2) \\ Z_{\mu,\nu}^{(2,4)} &= \Sigma z_{11} z_{22}^{4\mu+2} z_{33}^{4\nu+3} (z_{13}^2 z_{23}^4 + z_{31}^2 z_{32}^4) \end{aligned}\right\} \begin{pmatrix} \mu = 0,1 \\ \nu = 0,1,2 \end{pmatrix}.$$

61)

Eine lineare Abhängigkeit zwischen den Formen scheint nicht zu bestehen; eine Discussion der höheren Relationen wird durch die grosse Zahl unabhängiger Identitäten weitläufig. Indessen ist ersichtlich, dass, wie im II. Fall, Pro-

ducte und Potenzen der Formen 61), abgesehen von Z_i'', durch lineare Aggregate derselben ersetzbar sind. Genau entsprechend folgt mit Hilfe von 60) das volle System für $n = 8h + 1$.

Es erübrigt noch, auch *das volle Invariantensystem für die algebraische Darstellung der modularen Schnittsystem-Correspondenzen auf der Curve 4. Ordnung* aufzustellen. Alle Betrachtungen dieses Capitels vereinfachen sich, wenn man nur mit den Quadraten der Variabelen operirt

$$\xi_i = x_i^2,\ \eta_i = y_i^2,\ \zeta_{ik} = x_i^2 y_k^2, \qquad 62)$$

bleiben jedoch im wesentlichen in Kraft.

Für $n = 4h + 3$ wird das volle System gebildet von den Elementarinvarianten

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= \xi_{11} + \xi_{22} + \xi_{33}, \\ Z_2 = \xi_{11}\xi_{22} + \xi_{22}\xi_{33} + \xi_{33}\xi_{11},\ & Z_3 = \xi_{11}\xi_{22}\xi_{33}. \end{aligned}\right\} 63)$$

Dagegen treten für $n = 4h + 1$ zu

$$\left.\begin{aligned} Z_1' &= \xi_{11}^2 + \xi_{22}^2 + \xi_{33}^2, \\ Z_2' = \xi_{11}^2\xi_{22}^2 + \xi_{22}^2\xi_{33}^2 + \xi_{33}^2\xi_{11}^2,\ & Z_3' = \xi_{11}^2\xi_{22}^2\xi_{33}^2, \\ \text{hinzu}\quad Z_\lambda^{(2)} &= C\,\xi_{11}^{2\lambda}\xi_{22}\xi_{33}(\xi_{23}^2 + \xi_{32}^2) \quad (\lambda = 0, 1, 2). \end{aligned}\right\} 64)$$

Sie bilden ein System von 6 linear unabhängigen Fundamentalformen, durch welches sich die allgemeine Simultaninvariante eindeutig darstellt in der Form

$$Z_0^{(2)} Z^{(m-4)} + Z_1^{(2)} Z^{(m-6)} + Z_2^{(2)} Z^{(m-8)} = 0 \quad \left(m = \frac{N}{4}\right), \quad 65)$$

wenn $Z^{(k)}$ die allgemeine ganze Function k. Gewichtes der Z_i' bedeutet.

V. Capitel.

Irrationale Modulargleichungen.

§ 21.

Bildungsmethode der Correspondenzgleichung.

Die Gleichung einer Modularcorrespondenz n. Grades der discutirten besonderen Classe kann unmittelbar auf einen allgemeinen Ansatz gebracht werden, dessen linke Seite eine ganze Function des Gewichtes m derjenigen Fundamentalinvarianten ist, die nach § 20 zu einer Gradzahl n der gegebenen Form modulo 8 gehören. Enthält der Ansatz alle nichtelementaren Invarianten des bezüglichen vollen Systems linear, so ist er eindeutig bestimmt. Es bleiben nur die numerischen Coefficienten zu berechnen, wozu man auf die Reihenentwickelungen der gegebenen Modulfunctionen zu recurriren hat.

Wir können nun entweder nach III 13), 47) ausgehen von

$$\left.\begin{aligned} x_1 = \sqrt{2}\, q^{\frac{1}{8}} \sum_0^\infty q^{k\frac{k+1}{2}},\quad x_2 = \sum_{-\infty}^{\infty} (-1)^k q^{2k^2},\quad x_3 = \sqrt{\varepsilon} \sum_{-\infty}^{\infty} q^{k^2}, \\ x_1 x_2 x_3 = \sqrt{2\varepsilon} \sum_1^\infty \left(\frac{-2}{r}\right) r\, q^{\frac{r^2}{8}} \quad (r \text{ ungerade}) \end{aligned}\right\} 1)$$

oder, wie es sich für die Rechnung einfacher zeigt, von den Entwickelungen der Producte in I 3)

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{2}\, q^{\frac{1}{8}}(1+q^2+q^4+2q^6+2q^8+3q^{10}+4q^{12}+\ldots.) \\ x_2 &= \quad (1-q-q^3+q^4-q^5+q^6-q^7+2q^8-2q^9+2q^{10}\ldots) \\ x_3 &= \sqrt{\varepsilon}\,(1+q+q^3+q^4+q^5+q^6+q^7+2q^8+2q^9+2q^{10}\ldots) \\ x_1 x_2 x_3 &= \sqrt{2\varepsilon}\, q^{\frac{1}{8}} \end{aligned}\right\} 2)$$

Daraus folgen die Entwickelungen für die Coordinaten y_i aller zugeordneten Punkte, aber infolge der Irreducibilität der Gleichung genügt es zur Coefficientenbestimmung, durch Einsetzung der Reihenentwickelungen nur eines ihrer Wurzelsysteme das Bestehen der Identität in q nachzuweisen. Nun erhalten wir die Coordinaten z_i des zu $n\omega$ gehörigen Punktes, indem wir in x_i q durch q^n ersetzen. Gehen wir dann von den z_i nach II 34) zu den y_i über, so ist unter Vernachlässigung eines gemeinsamen Factors

$$\left.\begin{aligned} &y_1=\left(\frac{2}{n}\right)\frac{1}{\sqrt{2}}\theta_2\left(0,\frac{n\omega}{2}\right),\quad y_2=\theta_0(0,2n\omega),\quad y_3=\varepsilon^{\frac{n}{2}}\theta_3(0,n\omega)\\ &\text{oder auch}\\ &y_1=\left(\frac{2}{n}\right)\sqrt{2}\,\Pi_1(q^n),\quad y_2=\Pi_2(q^n),\qquad y_3=\varepsilon^{\frac{n}{2}}\Pi_3(q^n).\end{aligned}\right\}\ 3)$$

Im folgenden seien die Definitionen durch die Producte zu Grunde gelegt. Dann haben wir zunächst

$$z_{11}=\left(\frac{2}{n}\right)2q^{\frac{n+1}{8}}(1+q^2+\ldots),\ z_{22}=1-q-\ldots,\ z_{33}=\varepsilon^{\frac{n+1}{2}}(1+q+\ldots).\quad 4)$$

Die auftretende Einheitswurzel macht *eine Unterscheidung von n modulo 16* notwendig.

Im I. Hauptfall lautet der allgemeine Ansatz

$$\Sigma a_{\alpha\beta\gamma}Z_1^{\alpha}Z_2^{\beta}Z_3^{\gamma}=0 \qquad 5)$$

wo für α, β, γ alle Lösungen der diophantischen Gleichung

$$\alpha+2\beta+3\gamma=m \qquad 6)$$

zu nehmen sind. Nun haben die Elementarinvarianten folgende Anfangspotenzen

$$\left.\begin{aligned} &n\equiv 7 \bmod 16\ Z_1=-2q(1+..),\ Z_2=-(1+..),\ Z_3=-2q^{\frac{n+1}{8}}\\ &n\equiv 15\qquad\quad Z_1=\ 2(1+..),\ Z_2=\ (1-..),\ Z_3=\ 2q^{\frac{n+1}{8}}.\end{aligned}\right\}\ 7)$$

Die Betrachtung derselben gestattet Vereinfachungen des Ansatzes.

Bei $n \equiv 7$ mod. 16 hat das allgemeine Glied von 5) die Anfangspotenz $q^{\alpha+\gamma\frac{n+1}{8}}$. Ordnet man also alle Terme mit constantem γ in eine Gruppe, so können nur Terme verschiedener Gruppen mit derselben Potenz von q beginnen. *Somit müssen insbesondere alle Coefficienten* $a_{\alpha\beta_0} = 0$ *sein, in welchen* $\alpha < \frac{n+1}{8}$. Dadurch fallen zahlreiche von Z_3 freie Terme von vornherein weg. *Für einen Primzahlgrad wo* $m = \frac{n+1}{8}$, *lautet der Ansatz nur noch*

$$Z_1^m + Z_3 Z^{(m-3)} = 0, \qquad 8)$$

wenn $Z^{(m-3)}$ eine allgemeine Invariante des Gewichtes $m-3$ bedeutet.

Eine analoge Reduction im Falle $n \equiv 15$ mod. 16 wird möglich, wenn wir *statt* Z_2 *einführen* $Z_{2'}$ *durch*

$$Z_{2'} = Z_1^2 - 4 Z_2 \qquad 9)$$

mit dem Anfangsgliede $4q^2$ (vorausgesetzt, dass $n > 15$). Die obigen Betrachtungen bleiben aber, da für $n \equiv 7$ mod. 16 $Z_{2'}$ wie Z_2 beginnt, auch noch giltig, wenn wir statt 5) *für den ersten Hauptfall allgemein den Ansatz* brauchen

$$\Sigma a_{\alpha\beta\gamma} Z_1^\alpha Z_{2'}^\beta Z_3^\gamma = 0. \qquad 10)$$

Für $n \equiv 15$ mod. 16 modificiren sich dann jene Ueberlegungen dahin, *dass* $a_{\alpha\beta\gamma} = 0$, *wenn* $\beta < \frac{n+1}{16}$, *so dass für einen Primzahlgrad nur zu setzen ist*

$$Z_{2'}^{\frac{m}{2}} + Z_3 Z^{(m-3)} = 0. \qquad 11)$$

Es mögen nun die Terme des Ansatzes nach $\gamma = 0,1,2,\ldots$ in Gruppen und innerhalb derselben bei $n \equiv 7$ mod. 16

nach wachsendem α, bei $n \equiv 15$ nach β geordnet werden. Durch das Nullsetzen der Entwickelungscoefficienten der nach wachsenden Potenzen von q zu ordnenden Glieder erhalten wir ein einfaches System ganzzahliger, linearer Gleichungen für die $a_{\alpha\beta\gamma}$. Die erste derselben enthält ein $a_{\alpha\beta 0}$ und ein $a_{\alpha\beta 1}$, in der zweiten tritt ein neues $a_{\alpha\beta 1}$ hinzu oder zugleich noch ein $a_{\alpha\beta 0}$ oder $a_{\alpha\beta 2}$. *Jeder neu auftretende Coefficient $a_{\alpha\beta\gamma}$ kann so unmittelbar durch eine sehr geringe Anzahl vorhergehender Coefficienten linear ausgedrückt werden.* Das successive Eingehen in das Gleichungssystem ist derart, dass *bei Primzahlgraden jedes $a_{\alpha\beta\gamma}$ durch die erste Gleichung, in der es überhaupt auftritt, ganzzahlig bestimmt* ist, wenn, wie in 8) und 11) geschehen, $a_{m\infty} = 1$, resp. $a_{\infty m} = 1$ gesetzt wird. *Ausserdem bietet die unbeschränkte Anzahl der Coefficientengleichungen beliebig viele Controlen der Rechnung.*

Verwandte Betrachtungen des Ansatzes und der Coefficientenberechnung knüpfen sich an die für $n \equiv 3 \bmod. 8$ geltende Gleichungsform, deren linke Seite sich aus Z'_λ und linear aus $Z^{(4)}_\lambda$ aufbaut. Es seien hier nur die Anfangspotenzen angegeben

$$\left.\begin{array}{ll} & Z'_1 = -4q\ldots,\ Z'_2 = -1\ldots,\quad Z'_3 = -4q^{\frac{n+1}{4}} \\ n \equiv 3 \bmod. 16 & Z^{(4)}_0 = -8q\ldots,\ Z^{(4)}_1 = 16q^{\frac{n+5}{8}}\ldots,\ Z^{(4)}_2 = -64q^{\frac{n+13}{8}}\ldots \\ n \equiv 11 & Z^{(4)}_0 = 8q\ldots,\ Z^{(4)}_1 = 32q^{\frac{n+13}{8}}\ldots,\ Z^{(4)}_2 = -16q^{\frac{n+5}{8}}\ldots \end{array}\right\} 12)$$

Dagegen erscheint für den III. Hauptfall eine allgemeine Discussion des Ansatzes nicht mehr tunlich.

Die leichte Uebertragung auf die Schnittsystem-Correspondenzen 8. Stufe zeigt die genauen Analoga der obigen

Ansätze und der Coefficientenbestimmung. Zur letzteren legt man zweckmässig die θ-Reihen zu Grunde, so dass

$$\left.\begin{aligned} &\xi_1 = \theta_2(0,\omega),\ \xi_2 = \theta_0(0,\omega),\ \xi_3 = \varepsilon\theta_3(0,\omega),\ \xi_1\xi_2\xi_3 = \frac{\varepsilon}{\pi}\theta_1'(0,\omega) \\ &\eta_1 = \theta_2(0,n\omega),\ \eta_2 = \theta_0(0,n\omega),\ \eta_3 = \varepsilon^n\theta_3(0,n\omega),\ \eta_1\eta_2\eta_3 = \frac{\varepsilon^n}{\pi}\theta_1'(0,n\omega). \end{aligned}\right\} 13)$$

Natürlich haben Transformationsgrade, welche auf der Curve 8. Ordnung Schnittsystem-Correspondenzen liefern, dieselbe Eigenschaft auch in Bezug auf die Curve 4. Ordnung, oder *die Schnittsystem-Correspondenzen 16. Stufe und m. Ordnung sind auch solche 8. Stufe, aber 2 m. Ordnung. Umgekehrt existiren aber Schnittsystem-Correspondenzen 8. Stufe, welche, als Correspondenzen 16. Stufe betrachtet, nicht mehr zu der besonderen Classe gehören.**)

§ 22.

Fertige irrationale Modulargleichungen.

Nach der dargelegten Methode lassen sich die Gleichungen der modularen Schnittsystem-Correspondenzen oder also die irrationalen Modulargleichungen unserer besonderen Classe unmittelbar berechnen. Die Kriterien des § 14 erlauben sofort alle Transformationsgrade dieser Classe aufzuzählen:

Modulargleichungen 16. Stufe existiren zu den Graden:

A. I. $n \equiv 7 \bmod 8$,

II. $n \equiv 3 \bmod 8$, *wenn n einen Primfactor* $8h+5$ *oder* $8h+7$,

---

*) In letzteren Fällen müssen also Gleichungen 8. Stufe aufgestellt werden, während in den ersteren nur die Gleichungen 16. Stufe als die einfacheren zu berechnen sind.

III. $n \equiv 5 \bmod. 8$, *wenn* n *einen Primfactor* $4h+3$,

III'. $n \equiv 1 \bmod. 8$, *wenn* n *einen Primfactor* $8h+7$ *oder Factoren* $8h+3$, $8h+5$ *zugleich nicht-quadratisch enthält.*

B. Gleichungen 8. Stufe gehören, ausser in den Fällen A, zu den Graden:

I. $n \equiv 3 \bmod. 8$,

II. $n \equiv 1 \bmod. 8$, *wenn* n *einen Factor* $4h+3$ *nicht-quadratisch enthält.*

Als Beispiele fertiger Gleichungen mögen die folgenden dienen. Für die Coefficienten sind jeweilen mindestens *zwei Controlbedingungen* verificirt worden, doch ist dies bei Ordnungszahlen $m \equiv 0 \bmod. 3$ für den Coefficienten von $Z_3^{\frac{m}{3}}$ nicht direct möglich.*)

A.

I^a. $\quad n \equiv 7 \bmod. 16.$

$$\left.\begin{aligned}
&n=7 \quad Z_1=0\\
&n=23 \quad Z_1^3-4Z_3=0\\
n=39 \quad &Z_1^5Z_{2'}-4Z_3(Z_{2'}^2+5Z_1^2Z_{2'}-2Z_1^4)-144Z_1Z_3^2=0\\
n=55 \quad &Z_1^7Z_{2'}-4Z_3(Z_{2'}^3+7Z_1^2Z_{2'}^2+10Z_1^4Z_{2'}-2Z_1^6)\\
&\qquad -16Z_1Z_3^2(6Z_{2'}+19Z_1^2)+512\ Z_3^3=0.\\
n=71 \quad &Z_1^9-4Z_3(Z_{2'}^3+9Z_1^2Z_{2'}^2+21Z_1^4Z_{2'}+12Z_{2'}^6)\\
&\qquad -16Z_1Z_3^2(6Z_{2'}+7Z_1^2)-64Z_3^3=0.
\end{aligned}\right\} 14)$$

I^b. $\quad n \equiv 15 \bmod. 16.$

$$\left.\begin{aligned}
&n=15 \quad Z_1Z_{2'}+4Z_3=0\\
&n=31 \quad Z_{2'}^2-4Z_1Z_3=0\\
n=47 \quad &Z_{2'}^3-4Z_1Z_3(Z_1^2+6Z_{2'})-128Z_3^2=0\\
n=79 \quad &Z_{2'}^5-4Z_1Z_3(Z_1^6+10Z_1^4Z_{2'}+28Z_1^2Z_{2'}^2+21Z_{2'}^3)\\
&\qquad -16Z_3^2(7Z_1^4+26Z_1^2Z_{2'}+24Z_{2'}^2)+512Z_1Z_3^3=0.
\end{aligned}\right\} 15)$$

*) Von einigen Gleichungen ist dieser letzte Coefficient in den citirten Ber. d. k. s. G. d. W. 1885 p. 89 unrichtig angegeben.

Hier kann für die Elementarinvarianten nach IV 39) und II 34), zur Ueberführung der Gleichungen in die gewöhnlich gebrauchten Formen eingesetzt werden)*

$$\left.\begin{aligned} Z_1&=\sqrt[4]{\varkappa\lambda}+\sqrt[4]{\varkappa'\lambda'}\mp 1\\ Z_2&=\sqrt[4]{\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'}\mp\sqrt[4]{\varkappa\lambda}\mp\sqrt[4]{\varkappa'\lambda'}\quad (Z_{2'}=Z_1^2-4Z_2)\\ Z_3&=\mp\sqrt[4]{\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'}, \end{aligned}\right\}\ 16)$$

wo die oberen oder die unteren Vorzeichen gelten, je nachdem $n\equiv 7$ *oder* $n\equiv 15$ mod. 16.

II. $n\equiv 3$ mod. 8.

$$n=35\quad Z_1'^3-8Z_1'Z_2'+8Z_3'-4Z_0^{(4)}=0; \qquad 17)$$

fernere Beispiele liefern $n=91$, 115 etc. Dabei ist

$$\left.\begin{aligned} &Z_1'=\sqrt{\varkappa\lambda}+\sqrt{\varkappa'\lambda'}-1,\ Z_2'=\sqrt{\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'}-\sqrt{\varkappa\lambda}-\sqrt{\varkappa'\lambda'},\ Z_3'=-\sqrt{\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'}\\ &\text{[IV 40) 57)] und, je nachdem } n\equiv 3 \text{ oder } 11 \text{ mod. } 16,\\ &Z_0^{(4)}=\mp(\varkappa\lambda'+\varkappa'\lambda)\sqrt[4]{\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'}\pm(\varkappa'-\lambda')\sqrt[4]{\varkappa'\lambda'}\mp(\varkappa-\lambda)\sqrt[4]{\varkappa\lambda}\\ &Z_1^{(4)}=\ (\varkappa\lambda'+\varkappa'\lambda)\sqrt[4]{\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'}\pm(\varkappa'-\lambda')\sqrt{\varkappa\lambda}\sqrt[4]{\varkappa'\lambda'}\mp(\varkappa-\lambda)\sqrt{\varkappa'\lambda'}\sqrt[4]{\varkappa\lambda}\\ &Z_2^{(4)}=-(\varkappa\lambda'+\varkappa'\lambda)\sqrt[4]{\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'}\pm(\varkappa'-\lambda')\varkappa\lambda\sqrt[4]{\varkappa'\lambda'}\mp(\varkappa-\lambda)\varkappa'\lambda'\sqrt[4]{\varkappa\lambda}. \end{aligned}\right\}\ 18)$$

III. $n\equiv 5$ mod. 8.

$$n=21\quad Z_1''-2Z_0^{(0,2)}=0, \qquad 19)$$

— ferner $n\equiv 69$, 77, 93 etc., — mit [IV 41) 61)]

$$\left.\begin{aligned} &Z_1''=\varkappa\lambda+\varkappa'\lambda'-1,\ Z_2''=\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'-\varkappa\lambda-\varkappa'\lambda',\ Z_3''=-\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'\\ &Z_0^{(0,2)}=-(\sqrt{\varkappa\lambda'}+\sqrt{\varkappa'\lambda})\sqrt[4]{\varkappa\varkappa'\lambda\lambda'}+(\sqrt{\varkappa'}-\sqrt{\lambda'})\sqrt[4]{\varkappa'\lambda'}-(\sqrt{\varkappa}-\sqrt{\lambda})\sqrt[4]{\varkappa\lambda}. \end{aligned}\right\}\ 20)$$

III'. Beispiele zu $n\equiv 1$ mod. 8 bieten erst $n=105$, 161 etc.

---

*) Eigentlich sind die Gleichungen mit z_{33}^{m} zu multipliciren und dann $z_{33}^{r}\,\mathfrak{l}^{(r)}$ wie oben zu interpretiren (r Ordnungszahl).

B.

I. 8. Stufe $n \equiv 3 \bmod. 8.$

$$\left.\begin{aligned} n = 3 \quad & Z_1 = 0 \\ n = 11 \quad & Z_1^3 - 16 Z_3 = 0 \\ n = 19 \quad & Z_1^5 - 16 Z_3 (4 Z_{2'} + 3 Z_1^2) = 0 \\ n = 27 \quad & Z_1^9 - 16 Z_1^2 Z_3 (16 Z_{2'}^2 - 76 Z_1^2 Z_{2'} + 31 Z_1^4) \\ & - 256 Z_1 Z_3^2 (12 Z_{2'} + 5 Z_1^2) - 12328 Z_3^3 = 0, \end{aligned}\right\} 21)$$

wo nach 13, IV 63) Z_1, Z_2, Z_3 offenbar ebenso zu interpretiren sind wie die für $n \equiv 3 \bmod. 16$ angegebenen Invarianten Z_1', Z_2', Z_3', während wieder $Z_{2'} = Z_1^2 - 4 Z_2$.

II. Beispiele für $n \equiv 1 \bmod. 8$ sind $n = 33, 57$, u. s. w.

Von diesen Gleichungen finden sich in der Litteratur, ausser der bekannten Legendre'schen Gleichung für $n=3$ und der Gützlaff'schen für $n = 7$ (Crelles Journal XII), folgende: für $n = 11$ ist die Gleichung implicite bei Herrn Schröter enthalten (de aequat. modul.); für $n=23$ wurde die obige Form zuerst von Herrn Hurwitz gegeben (Math. Ann. XVII p. 69), sie lässt sich aber auch aus der complicirteren Schröter'schen Gestalt (l. c., vgl. Acta math. V p. 208) gewinnen; endlich ist noch $n = 47$ aus der von Herrn Hurwitz berechneten Form abzuleiten.

Die einfachsten Fälle $n = 3, 7$ erfordern nach der vorgeführten Methode überhaupt keine Rechnung, da die Gleichungen notwendig die bilinearen Invarianten sind, gleich Null gesetzt. Aber auch in den folgenden Fällen ist das Verfahren so expeditiv, dass n = 11, 21, 23, 31 nur die numerische Berechnung eines einzigen, die übrigen Grade die von immer nur sehr wenigen Coefficienten erfordern. *Es ist einleuchtend, welchen Rechnungsvorteil gegenüber der gewöhnlichen Ordnung nach Potenzen von* φ, ψ

deren Zusammenfassung in Invarianten gewährt. Zugleich erreicht man dadurch mit Notwendigkeit die einfachste und durchsichtigste Gleichungsform, weil die ganze Structur durch das System der Simultaninvarianten von vornherein eindeutig bestimmbar ist.

§ 23.

Geometrische Interpretation.

Die irrationalen Modulargleichungen gestatten unmittelbar geometrische Deutung, wenn wir die Anschauungen des § 9 verwenden. Sollen vorerst die Moduln selbst als rechtwinklige Coordinaten gedacht werden können, so greifen wir wieder auf die x_i und z_i der Punkte der Hauptcorrespondenz zurück. *Wir betrachten die Zuordnungen, welche durch das Nullsetzen der Elementarinvarianten entstehen,* beispielsweise für den I. Hauptfall 16. Stufe.

Das Gebilde $Z_1 = 0$ ist linear, ordnet also einem Punkte (x) eine gerade Reihe zu

$$Z_1 = x_1 z_1 + x_2 z_2 \mp \varepsilon x_3 z_3 = 0, \quad (n \equiv 7, 15 \bmod 16) \quad 22)$$

d. h. definirt einfach eine *Polarreciprocität: Die Gerade 22) ist die Polare von (x) in Bezug auf den Kegelschnitt*

$$z_1^2 + z_2^2 \mp \varepsilon z_3^2 = 0, \quad 23)$$

welcher zu den den Undulationsquadrupeln [I 38)] eingeschriebenen 48 Kegelschnitten und zwar zur Untergruppe $\mathbf{S}^8, \mathbf{T}$ (l. c.) gehört.

In der durch $Z_1 = 0$ definirten Correspondenz entsprechen dem Punkte (x) die 8 Schnittpunkte (z) seiner Polare in Bezug auf einen der Kegelschnitte 23) mit der Grundcurve. *Hat also (x) den Parameter ω, so haben*

diese Polarenschnittpunkte die Parameter $7\omega, \frac{\omega}{7}, \frac{\omega+16}{7}, \ldots, \frac{\omega+6.16}{7}$. *Diese Zuordnung ist somit der geometrische Ausdruck der Transformation 7. Grades.*

In den beiden zu den Kegelschnitten 23) gehörigen Undulationsquadrupeln berührt eine Curve 4. Ordnung

$$z_1^4 + z_2^4 + i z_3^4 = 0, \qquad 24)$$

bezüglich deren (x) den *Polarkegelschnitt* $Z_1^2 - 2 Z_2 = 0$ besitzt. Dieser schneidet die Polare $Z_1 = 0$ in denselben Punkten, in welchen ihn zugleich $Z_{2'} = 0$ und

$$Z_2 = x_1 x_2 z_1 z_2 \mp \varepsilon (x_1 z_1 + x_2 z_2) x_3 z_3 = 0 \qquad 25)$$

berühren. Da $Z_2 = 0$ ausserdem dem Coordinatendreieck umgeschrieben ist, so genügen diese Daten, um diesen, die zweite Elementar-Invariante repräsentirenden Kegelschnitt zu jedem Punkte leicht zu construiren.

Endlich ist $Z_3 = 0$ eine singuläre Zuordnung, die keiner Erläuterung bedarf.

Aus den *Elementarinvarianten-Curven* folgen, dem Aufbau der Gleichungen entsprechend, Bestimmungsstücke der allgemeinen Correspondenzcurven des I. Hauptfalls. So hat z. B. die dem Punkte (x) durch die Correspondenz 23. Grades zugeordnete Curve 3. Ordnung $Z_1^3 - 4 Z_3 = 0$ die Seiten des Coordinatendreiecks in ihren Schnittpunkten mit der Polare $Z_1 = 0$ zu Inflexionstangenten.

Beziehen wir jedoch die Variabelen x_i und y_i auf dasselbe Coordinatendreieck, so gestaltet sich die geometrische Anschauung wesentlich einheitlicher und bedeutungsvoller. Offenbar lassen sich die digredienten Fälle $n \equiv \pm 3$ mod. 8 (p. 167) dadurch auf den cogredienten und den contragredienten Fall zurückführen, dass jeder Punkt (y) durch eine 9-punktige Gruppe $(y^{(0)})$ ersetzt wird, vermöge der Substitutionen $y_i = y_i^{(0)^3}$. In dieser Schreibung ordnet dann

eine Correspondenzgleichung einem (x) $9N$ Punkte auf der Curve $y_1^{(0)24} + y_2^{(0)24} + y_3^{(0)24} = 0$ zu, welchen die N Punkte (y) der Grundcurve eindeutig entsprechen. Endlich lassen sich aber auch zu x_i cogrediente y_i dadurch in contragrediente verwandeln, dass man sie durch die Polarreciprocität in Bezug auf $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$ in die dualen Coordinaten verwandelt. In diesem Sinn folgt die Deutung aller Fälle leicht aus der des I. Hauptfalles, in welchem je zwei simultane Collineationen sich als die dualistischen Ausdrucksformen einer und derselben Collineation in Punkt- und Liniencoordinaten darstellen.

Fassen wir nun die x_i als Punktcoordinaten, die y_i aber als Liniencoordinaten, stellen also der Grundcurve 8. Ordnung $F = 0$ als dualistische Curve 8. Classe $\Phi = 0$ gegenüber, so definirt die Correspondenzgleichung II 39) *ein solches Fundamentalgebilde der ebenen Geometrie, welches seit Clebsch als ein Connex m. Ordnung und Classe bezeichnet wird. Die Correspondenzen der Grade $n \equiv 7$ mod. 8 sind dann Zuordnungen zwischen Punkten von $F = 0$ und Tangenten von $\Phi = 0$.* Damit wird der Ausdruck der Transformation 7. Ordnung z. B. einfach der, dass dem Punkte (x) auf der Ordnungscurve die von ihm an die Classencurve gehenden 8 Tangenten (y) zugeordnet sind.

Betrachten wir als Elemente des Connexes die Combinationen je eines Punktes (x) und der zugehörigen Classencurve $f_y = 0$, und die dualistischen, so entspricht die Invarianz von f bei den simultanen Substitutionen der geometrischen Eigenschaft, dass *die Collineationen* $\mathbf{S}^2$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{U}$ *den Connex in sich selbst transformiren, also seine Elemente in Gruppen von je 384 äquivalenten ordnen* [deren Connexcurven jedoch keineswegs collinear sind].

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

LXV. Studie über die in meinen Formeln zur Berechnung der Relativzahlen vorkommenden Erfahrungsfactoren; neunte Serie der von Herrn A. Wolfer erhaltenen Sonnenfleckenpositionen, nebst einigen Mittheilungen über den neuen Stern in der Andromeda; Fortsetzung des Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher-Sternwarte.

Bereits durch die Redaction eines neuen «Handbuches der Astronomie, ihrer Geschichte und Literatur» fast über Vermögen in Anspruch genommen, muss ich leider den Abschluss zweier grössern Untersuchungen, für welche die grundlegenden Zahlenreihen schon seit längerer Zeit bereit liegen, nochmals vertagen, und mich für heute darauf beschränken, eine kleine Studie mitzutheilen, welche die in meinen Formeln für Berechnung der Relativzahlen vorkommenden Erfahrungsfactoren betrifft: Nachdem ich nämlich schon wiederholt den Eindruck empfangen hatte, dass diese Factoren, welche ich seit 8 Jahren genau in gleicher Art Semester-weise berechne, auch für homogen fortgeführte Stationen etwas variren, liess' ich mich die Mühe nicht verdriessen, dieses Verhältniss etwas genauer ins Auge zu fassen. Es ist so die beifolgende Tafel entstanden, in welcher die Columne n die 16 Semester der Jahre 1877—1884 aufzählt, — Columne r die entsprechenden Relativzahlen und ihr Mittel m, — Columne Δr aber die Differenzen $r—m$ gibt. Die 4 folgenden Columnen

n	r	Δr	k				k'				D	D'	$D-D'$
			A	M	P	Z	A	M	P	Z			
1877 I	15,9	-21,0	1,45	0,90	0,81	0,86	1,19	1,33	1,14	1,25	-23	- 7	-16
— II	8,7	-28,2	1,35	0,88	0,87	0,82	1,11	1,29	1,22	1,19	-20	- 9	-11
1878 I	4,9	-32,0	1,45	0,66	0,56	0,67	1,19	0,97	0,78	0,89	4	-11	15
— II	1,9	-35,0	1,37	0,69	0,52	0,89	1,12	1,02	0,73	1,29	- 4	-12	8
1879 I	2,5	-34,4	1,23	0,58	1,07	0,65	1,01	0,85	1,51	0,95	- 8	-11	3
— II	9,5	-27,4	1,41	0,66	0,81	0,69	1,16	0,97	1,14	1,00	- 7	- 9	2
1880 I	24,7	-12,2	1,19	0,75	0,82	0,76	0,98	1,10	1,15	1,11	- 8	- 4	- 4
— II	39,9	3,0	1,16	0,75	0,81	0,74	0,95	1,10	1,14	1,08	- 7	- 1	- 6
1881 I	49,3	12,4	1,15	0,66	0,63	0,67	0,94	0,97	0,89	0,98	6	4	2
— II	59,0	22,1	1,10	0,75	0,66	0,69	0,90	1,10	0,93	1,00	2	7	- 5
1882 I	64,5	27,6	1,16	0,67	0,65	0,62	0,95	0,99	0,92	0,91	6	9	- 3
— II	54,8	17,9	1,09	0,62	0,65	0,67	0,89	0,91	0,92	0,98	8	6	2
1883 I	56,8	19,9	1,21	0,61	0,66	0,64	0,99	0,90	0,93	0,93	6	7	- 1
— II	70,6	33,7	1,07	0,57	0,65	0,54	0,88	0,84	0,92	0,79	14	11	3
1884 I	76,5	39,6	1,11	0,60	0,59	0,54	0,91	0,88	0,83	0,79	15	13	2
— II	50,4	13,5	1,06	0,54	0,56	0,52	0,87	0,80	0,79	0,76	19	5	14
m	36,9	—	1,22	0,68	0,71	0,69	1,00	1,00	1,00	1,00	$\pm$11,6	—	$\pm$8,1
f	—	—	$\pm$0,19	$\pm$0,10	$\pm$0,14	$\pm$0,11	—	—	—	—	—	—	—

A, M, P und Z enthalten die jeweilen abgeleiteten Werthe des Erfahrungsfactors k für die 4 Stationen Athen (Würlisch), Madrid (Ventosa), Palermo (Tacchini und Riccò) und Zürich (Wolfer), sowie ihre Mittelwerthe m, und die mittlern Abweichungen $f = \sqrt{1/15\,\Sigma(k-m)^2}$, — endlich die nächsten 4 Columnen für dieselben Stationen $k' = k:m$. — Die 4 Reihen der k' weichen nun allerdings, wie übrigens kaum anders erwartet werden durfte, im Detail da und dort stark von einander ab, haben aber doch im Allgemeinen denselben, und zwar einen sehr prononcirten systematischen Gang. Um diesen noch besser hervortreten zu lassen, zog ich für jedes Semester aus den 4 für dasselbe

erhaltenen Werthen von k' das Mittel μ, und berechnete mit Hülfe desselben die Reihe der $D = 100\ (100 - \mu)$, welche nun mit der Reihe der Δr einen auffallend ähnlichen Gang zeigte. Ich durfte somit den Versuch wagen $D = a + b\,.\,\Delta r$ zu setzen, und erhielt nun nach den gewöhnlichen Regeln aus den 16 Bestimmungen für a und b die wahrscheinlichsten Werthe $a = 0,18$ und $b = 0,33$. Da es sich nur um eine grobe Approximation handeln konnte, vernachlässigte ich a, setzte $b = {}^1/_3$, und berechnete nunmehr die in die Tafel eingetragene Reihe der $D' = {}^1/_3\,.\,\Delta r$, sowie überdiess die Differenzen $D - D'$, und das Mittel derselben. Da letzteres Mittel bedeutend kleiner als dasjenige der D ausfiel, und da namentlich der vorherrschend systematische Gang der D sich bei den $D - D'$ absolut nicht mehr zeigt, so glaube ich den Schluss ziehen zu dürfen, dass die bei den Factoren k vorkommenden Variationen reell sind, und wesentlich mit den Variationen in der Häufigkeit der Flecken zusammenhängen, und dass erwartet werden darf, es werden die k in den nächsten Jahren, für welche eine geringere Fleckenthätigkeit in Aussicht steht, wieder erheblich zunehmen. — Ist dieser Schluss richtig, so wird natürlich auch entsprechend der allem Uebrigen zu Grunde liegende und bis jetzt als constant angenommene Factor 1,5 für meine eigenen Beobachtungen, ebenfalls etwelchen Variationen unterliegen, und es wird die Aufgabe an mich herantreten, die resultirende Variation in ähnlicher Weise in Componenten zu zerlegen, wie es vor einem Jahrhundert durch Herschel für die sog. Eigenbewegungen der Fixsterne geschehen ist. Schon gegenwärtig die Lösung dieser Aufgabe an die Hand zu nehmen, würde ich jedoch für verfrüht halten: Die zu einer solchen Untersuchung

brauchbaren Reihen sind noch zu kurz und zu wenig zahlreich.

Ich lasse nunmehr eine neunte, die Rotationsperioden 305—309 umfassende Reihe der von meinem Assistenten, Herrn A. Wolfer, erhaltenen und berechneten Sonnenfleckenpositionen folgen, für welche auf die bei Mittheilung der frühern Reihen gegebenen Erläuterungen verwiesen werden kann.

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
				Rotationsperiode 305.			
1.	VII 24.367	111°.16	888″	−10°.75	247°.57	347°.71	
	26.397	121.29	639	−11.07	278.59	349.77	
	27.704	135.94	425	−10.66	297.75	350.28	
	28.461	155.00	311	−10.44	309.01	350.74	Kleiner Fl.
	28.593	160.09	295	−10.41	311.10	350.95	
	29.575	206.37	267	−10.21	325.61	351.45	
	30.426	236.59	365	−10.12	338.17	351.87	
2.	VII 30.426	96.58	131	5.94	314.03	327.73	Kleiner Fl.
	»	99.49	166	5.54	311.81	325.51	„
3.	VII 30.426	133.27	535	−13.09	292.74	306.44	
	VIII 1.578	191.86	315	−13.74	324.08	307.07	
	2.378	219.96	355	−13.58	335.20	306.78	Erst unbeh. Fleck,
	3.374	241.95	481	−13.72	349.18	306.55	VIII 1–3 behoft,
	4.647	255.96	671	−13.91	7.54	306.75	nachher ohne Hof
	5.460	260.84	776	−14.09	19.16	306.77	
	6.374	264.92	870	−14.03	32.62	307.19	
	1.578	186.91	291	−12.19	322.54	305.53	Kleiner Fl.
	VII 30.426	131.29	582	−13.84	289.00	302.70	
	VIII 1.578	178.88	323	−13.79	319.58	302.57	Erst unbeh. Fleck,
	2.378	210.15	333	−13.77	331.27	302.85	dann Gruppe,
	3.374	236.61	447	−14.14	345.60	302.97	VIII 4 aufgelöst
4.	VII 27.704	121.85	902	−19.78	250.00	302.53	
	28.461	123.77	853	−19.20	259.50	301.23	Pore, nach VII 27
	28.593	124.60	842	−19.43	261.35	301.20	kleiner Fleck
5.	VIII 4.647	113.94	552	− 1.91	292.07	231.28	Sporad. kleiner Fl.
6.	VIII 2.378	69.93	888	31.49	254.99	226.57	Sporad. Pore

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
7.	VIII 14.448	267°.31	940″	−17°.44	56°.39	215°.78	Behofter Fl.
	»	267.77	923	−16.01	50.56	209.95	„
8.	VIII 4.647	88.04	913	15.29	251.22	190.43	Erst kleiner Fleck, VIII 6 behoft, nachher Gruppe kl. Fl.
	5.460	88.44	847	15.30	263.59	191.20	
	6.374	88.28	741	15.19	276.93	191.50	
	8.371	81.47	418	15.10	305.46	191.54	
	4.647	88.74	912	14.61	251.34	190.55	Sporad. kl. Fl.
	8.371	87.15	487	13.67	300.00	186.08	„
	4.647	89.10	934	13.95	244.84	184.05	Kleiner Fl.
	5.460	89.87	894	13.96	256.09	183.70	
	6.374	89.97	810	14.18	269.37	183.94	
9.	VIII 8.371	126.64	800	−15.64	276.62	162.70	2 kleine Fl.
10.	VIII 8.371	125.22	881	−17.46	265.27	151.35	Gruppe kl. Fl.
	14.448	232.23	478	−17.85	354.49	153.88	„
	»	231.13	478	−18.14	353.99	153.38	
	»	228.67	467	−18.28	352.52	151.91	
11.	VIII 8.371	95.25	870	10.16	263.05	149.13	Gruppe kl. Fl.
	14.448	285.14	205	6.08	348.77	148.16	„
	»	289.15	184	6.90	347.47	146.86	
12.	VIII 8.371	115.33	929	−10.14	252.78	138.86	Gr. behoft. Vgl. Fleck R 304. 8
	14.448	203.54	276	− 9.61	338.40	137.79	
	17.392	265.19	660	−10.02	20.01	137.39	
	18.368	270.53	790	− 9.98	33.94	137.40	
	19.398	274.46	889	− 9.75	48.67	137.44	
	20.597	277.47	947	− 9.88	67.12	138.78	
	8.371	118.97	932	−13.81	252.42	138.50	Kleiner beh. Fl.
	»	117.37	933	−12.31	251.87	137.95	„
13.	VIII 14.448	12.89	75	10.90	336.48	135.87	Kleiner, theilweise behofter Fl.
	17.392	296.23	600	10.93	18.46	135.84	
	18.368	295.95	752	10.91	32.81	136.27	
	14.448	70.57	150	11.54	328.71	128.10	3 kl. Fl. mit Hof
14.	VIII 17.392	238.39	436	−13.86	357.31	114.69	Sporad. Pore
15.	VIII 17.392	216.54	369	−14.97	346.86	104.24	„
16.	VIII 17.392	193.52	357	−15.98	337.75	95.13	„
	»	191.91	413	−19.10	336.81	94.19	„
17.	VIII 17.392	169.16	379	−14.25	328.08	85.46	„
18.	VIII 21.399	240.04	353	− 9.56	357.50	57.72	Sporad. kl. Fl.
19.	VIII 24.356	297.53	734	10.83	36.79	54.82	„

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
20.	VIII 17.392	133°.36	751″	-16°.26	291°.63	49°.01	
	18.368	141.62	629	-16.62	305.34	48.80	
	19.398	156.13	494	-16.79	320.03	48.80	
	20.597	186.05	388	-16.86	337.17	48.83	
	21.399	211.57	388	-16.72	348.64	48.86	Norm. beh. Fl.
	22.404	236.60	477	-16.89	2.80	48.68	
	23.424	251.83	606	-16.82	17.04	48.37	
	24.356	260.45	726	-16.62	30.12	48.15	
	25.574	267.33	854	-16.42	47.11	47.77	
	26.407	270.65	913	-16.10	58.81	47.58	
	22.404	241.97	520	-17.20	7.11	52.99	Kleiner Fl.
21.	VIII 20.597	148.98	336	- 7.01	326.65	38.31	Sporad. Pore
	22.404	241.47	334	- 8.34	357.90	43.78	„ kl. Fl.
22.	VIII 17.392	128.78	830	-15.61	281.71	39.09	
	18.368	134.49	727	-15.93	295.10	38.56	VIII 16 als beh. Fl.
	19.398	143.61	594	-15.98	309.39	38.16	eingetreten, dann
	20.597	163.99	443	-16.34	326.50	38.16	in eine rasch ver-
	21.399	190.33	425	-19.56	339.28	39.50	änderl. Gruppe
	22.404	216.85	437	-19.18	352.75	38.63	kleiner Fl. zerfallen
	23.424	243.55	507	-16.01	7.88	39.21	
23.	VIII 17.392	122.22	857	-10.86	276.69	34.07	2 kleine Fl.
	18.368	126.66	750	-11.02	290.70	34.16	Kleiner Fl.
	»	125.79	759	-11.13	287.92	31.38	„
	19.398	134.07	606	-11.20	305.54	34.31	„
	»	132.59	618	-10.72	304.25	33.02	„
	20.597	147.97	428	-10.61	321.71	33.37	Pore
	21.399	179.92	249	- 7.73	338.24	38.46	Gruppe
	»	167.77	296	- 8.96	333.82	34.04	„
	»	159.22	331	- 9.19	330.20	30.42	Kleiner Fl.
	22.404	211.26	322	-12.58	348.34	34.22	„
	23.424	238.17	359	-10.37	358.98	30.31	Pore
	24.356	256.68	491	- 9.99	12.09	30.12	„
24.	VIII 17.392	109.69	877	- 0.10	271.70	29.08	
	18.368	112.17	776	- 0.26	285.54	29.00	Gruppe kl. Fl.
	19.398	115.38	633	- 0.27	299.84	28.61	
25.	VIII 19.398	99.62	693	10.27	293.87	22.64	
	20.597	99.37	466	9.97	312.78	24.44	Gruppe kl. Fl.
	21.399	96.35	295	9.97	325.08	25.30	
26.	VIII 24.356	235.02	468	-16.96	3.37	21.40	Kleiner Fl.
	»	231.46	452	-17.08	1.25	19.28	„
	25.574	255.67	643	-16.56	22.88	23.54	„
	»	250.71	618	-18.22	19.23	19.89	„

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
27.	VIII 17.392	96°.97	938″	10°.71	256°.64	14°.02	2 kleine Fl.
	18.368	96.84	891	11.94	269.27	12.73	Kleiner Fl.
	19.398	97.59	752	11.88	288.32	17.09	„
	»	99.24	770	10.57	286.43	15.20	„
	»	97.59	800	11.91	283.12	11.89	„
	20.597	97.07	640	12.20	299.64	11.30	„
	21.399	95.62	510	12.32	310.65	10.87	„
	25.574	297.71	449	9.90	15.29	15.95	„
	»	298.22	406	9.90	12.32	12.98	„
	26.407	298.61	594	10.91	26.63	15.40	„
	»	297.16	558	9.92	23.90	12.67	„
	27.428	298.30	770	10.78	43.28	17.49	„
	28.422	298.66	878	10.44	57.85	17.88	„
28.	VIII 22.404	152.46	369	− 9.18	327.56	13.44	Kleiner Fl.
	»	150.29	370	− 8.62	326·92	12.80	„
	23.424	182 05	266	− 8.78	340.28	11.61	Pore
	24.356	231.94	304	− 8.88	355.93	13.96	„
	»	222.29	307	−10.51	353.26	11.29	„

Rotationsperiode 306.

1.	VIII 20.597	124.59	932	−14.93	265.53	337.19		
	21.399	126.76	886	−14.68	276.98	337.20		
	22.404	130.96	797	−14.75	290.79	336.67		
	23.424	137.49	670	−14.65	305.30	336.63		
	24.356	147.37	540	−14.62	318.45	336.48	Nrdl. Kern	
	»	148.11	552	−15.46	318.03	336.06	Südl. „	
	25.574	172.04	396	−14.98	335.63	336.29	Hofcentr.	Grosser beh. Fl.
	26.407	198.84	356	−15.12	347.52	336.29		
	27.428	231.43	414	−15.08	2.41	336.62		
	28.422	250.70	538	−14.91	16.57	336.60	Hofcentr.	
	29.364	261.26	678	−15.08	30.72	337.31	„	
	30.456	268.19	808	−15.01	45.99	337.00		
	31.414	272.50	893	−14.65	59.53	336.87		
	IX 1.406	275.75	943	−14.29	74.07	337.26		
	VIII 25.574	166.03	425	−15.30	332.30	332.96	Gruppe kl. Fl.	
	26.407	189.82	384	−16.58	343.72	332.49		
	25.574	164.28	480	−17.87	329.31	329.91	Kleiner Fl.	
	26.407	184.36	413	−17.95	340.94	329.71	Gruppe	
	27.428	215.60	434	−19.21	356.31	330.52	Kleiner Fl.	
	22.404	129.93	846	−15.73	284.56	330.44	„	
	23.424	137.59	756	−18.01	297.89	329.22	Kleiner Fl.	
	24.356	144.82	648	−17.97	310.38	328.41	Gruppe	
	25.574	161.12	515	−18.74	326.34	327.00	Kleiner Fl.	
	26.407	179.64	435	−18.63	338.36	327.13	Gruppe	

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
	VIII 30.456	266°.38	776″	−15°.27	42°.99	334°.00	Gruppe
	21.399	127.16	932	−17.16	266.85	327.07	Behofter Fl.
	22.404	130.27	876	−17.16	280.35	326.23	,,
	23.424	135.23	784	−17.35	294.34	325.67	,,
	24.356	142.31	676	−17.69	307.29	325.32	,,
	25.474	157.70	526	−18.11	324.28	324.94	Mitte der bdn. Kerne
	26.407	174.57	433	−17.63	336.18	324.95	Fleck m. Hofthln.
	27.428	204.51	394	−17.47	350.81	325.02	Behofter Fl.
	28.422	231.76	455	−17.36	4.94	324.97	Kleiner beh. Fl.
	29.364	248.86	574	−17.48	18.83	325.42	2 kleine Fl.
	27.428	201.25	418	−19.16	349.43	323.64	Kleiner Fl.
2.	VIII 25.574	61.18	305	20.41	333.86	334.52	2 kleine Fl.
	26.407	18.84	219	20.10	348.01	336.78	Beh. Fl.
	27.428	334.01	322	20.19	3.77	337.98	,, Mitte d. bdn. K.
	28.422	319.06	488	20.35	18.34	338.37	,, ,,
	29.364	312.91	649	20.24	32.83	339.42	,, Hofcentrum
	30.456	310.23	793	20.03	48.42	339.53	,,
	31.414	309.53	885	19.76	62.14	339.48	,,
	IX 1.406	310.20	938	19.78	75.84	339.03	,,
	VIII 26.407	29.23	246	21.51	345.18	333.95	Kleiner Fl.
	27.428	336.33	306	20.08	2.44	336.65	,,
	»	338.63	280	19.43	0.65	334.86	,,
	»	348.80	275	21.04	358.00	332.21	,,
	29.364	315.83	579	20.71	26.63	332.82	Gruppe
	IX 1.406	311.30	915	21.15	69.00	332.19	Kleiner Fl.
	VIII 26.407	37.93	217	19.27	343.48	332.25	
	27.428	344.32	258	19.43	358.42	332.63	,,
	28.422	322.06	404	19.27	12.16	332.19	
	25.574	66.08	357	21.36	330.04	330.70	Kleiner Fl.
	26.407	42.77	259	21.24	341.25	330.02	2 kleine Fl.
	27.428	357.98	260	21.41	355.08	329.29	Kleiner Fl.
	28.422	330.24	371	21.00	8.35	328.38	,, m. Hofthln.
	29.364	319.12	522	21.17	21.68	328.27	,,
3.	VIII 28.422	164.75	261	− 6.12	340.61	300.64	Kleiner Fl.
	29.364	221.20	222	− 5.72	355.46	302.05	Behofter Fl.
	30.456	258.27	371	− 5.52	11.00	302.01	,,
	31.414	270.70	534	− 5.32	24.47	301.81	,,
	IX 1.406	277.40	686	− 4.99	38.18	301.37	,,
	3.438	285.00	909	− 4.29	67.56	301.76	,, Nördl. Kern
	»	284.03	905	− 5.07	66.61	300.81	,, Südl. ,,
	VIII 28.422	161.76	285	− 6.80	339.01	299.04	Gruppe
	29.364	214.31	222	− 6.17	353.91	300.50	Behofter Fl.
	30.456	255.68	333	− 4.94	8.43	299.44	Kleiner Fl.
	31.414	268.52	510	− 5.81	22.48	299.82	,,

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
	VIII 29.364	198°.06	220″	- 6°.46	350°.15	296°.74	Kleiner Fl.
	28.422	151.60	309	- 5.73	335.66	295.69	Gruppe
	29.364	191.86	207	- 5.49	348.85	295.44	Behofter Fl.
	30.456	245.87	289	- 5.61	4.25	295.26	,,
	31.414	265.11	452	- 5.69	18.03	295.37	,,
	IX 1.406	274.22	618	- 5.53	32.18	295.37	,,
	3.438	283.13	872	- 4.99	60.91	295.11	,,
	VIII 31.414	267.12	437	- 4.39	17.50	294.84	Kleiner beh. Fl.
	IX 1.406	275.94	607	- 4.22	31.69	294.88	
4.	VIII 28.422	133.60	618	- 9.49	312.66	272.69	
	29.364	145.80	446	- 9.37	327.97	274.56	
	30.456	176.84	289	- 9.24	344.63	275.64	
	31.414	222.85	292	- 9.61	359.33	276.67	Behofter Fl. Vgl. R 307.5
	IX 1.406	252.27	420	- 9.57	13.99	277.18	
	3.438	274.43	742	- 8.83	44.38	278.58	
	4.457	279.01	859	- 8.50	59.22	278.88	
	VIII 28.422	133.22	636	- 9.79	311.26	271.29	Kleiner Fl.
	30.456	163.72	317	- 8.62	340.12	271.13	,,
	31.414	219.31	279	- 9.24	358.04	275.38	,,
	»	209.76	254	- 8.31	355.05	272.39	,,
	»	201.14	263	- 9.09	352.75	270.09	,,
	IX 1.406	253.01	408	- 8.85	13.55	276.74	,,
	»	251.73	396	- 8.76	12.57	275.76	,,
	»	250.15	393	- 9.12	11.98	275.17	,,
	»	247.07	354	- 8.32	9.29	272.48	,,
	»	245.07	340	- 8.18	8.10	271.29	,,
	3.438	271.64	675	- 8.95	37.93	272.13	,,
	4.457	276.37	810	- 9.36	52.68	272.34	,,
	VIII 27.428	124.88	804	- 8.78	293.17	267.38	
	28.422	129.46	674	- 8.46	307.37	267.40	
	29.364	137.03	518	- 8.10	321.31	267.90	,,
	30.456	155.24	348	- 8.14	336.57	267.58	
	31.414	191.52	251	- 8.14	350.20	267.54	
	28.422	132.31	684	-10.65	307.23	267.26	
	29.364	141.25	539	-10.87	321.08	267.67	
	30.456	159.53	381	-10.83	336.26	267.27	,,
	31.414	191.72	288	-10.44	349.87	267.21	
	IX 1.406	233.79	344	-10.89	5.06	268.25	
	VIII 28.422	129.94	687	- 9.15	306.37	266.40	,,
5.	VIII 30.456	170.66	487	-19.60	336.00	267.01	Sporad. kleiner Fl.
6.	VIII 30.456	136.85	756	-15.90	303.98	234.99	Mitte d. bdn. K.
	31.414	145.51	624	-16.09	318.61	235.95	Westl. Kern
	»	143.99	651	-16.36	316.08	233.42	Oestl. ,,

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
	IX 1.406	159°.00	495″	−16°.15	332°.41	235°.60	Westl. Kern
	»	157.40	511	−16.37	330.94	234.13	Beh. Fl. Oestl. „
	3.438	215.18	381	−15.92	1.20	235.40	
	4.457	241.49	468	−15.61	15.51	235.17	
	7.406	270.46	845	−15.98	58.09	235.68	Westl. Kern
	»	269.04	835	−16.79	56.42	234.01	Oestl. „
	8.406	273.38	916	−16.49	71.40	234.72	Hofcentrum
	VIII 30.456	134.67	769	−14.74	302.04	233.05	Kleiner Fl.
	»	136.70	781	−16.74	301.43	232.44	„
	IX 1.406	152.82	553	−16.49	326.79	229.98	„
	VIII 30.456	132.10	792	−13.55	298.98	229.99	
	31.414	138.20	673	−13.61	312.50	229.84	
	IX 1.406	148.49	543	−14.04	325.86	229.05	Behofter Fl.
	3.438	199.25	352	−14.65	354.72	228.92	IX 4 mit 2 Kernen
	4.457	232.64	410	−14.86	9.72	229.38	
	»	230.80	405	−14.98	8.85	228.51	
	3.438	196.29	377	−16.17	353.44	227.64	Theilweise beh. Fl.
	4.457	228.05	414	−16.07	8.06	227.72	„
	VIII 31.414	139.14	698	−15.13	310.76	228.10	
	IX 1.406	148.00	573	−15.11	323.80	226.99	
	3.438	191.85	366	−15.24	351.75	225.95	Behofter Fl.
	4.457	223.37	392	−15.61	5.60	225.26	IX 9 mit 2 Kernfl.
	7.406	266.86	753	−15.40	46.97	224.56	
	8.406	272.74	856	−14.63	61.08	224.40	
	9.422	276.17	927	−14.57	75.54	224.37	
7.	IX 3.438	180.69	375	−14.64	347.28	221.48	Sporad. kleine Gr.
	»	176.46	402	−15.54	344.92	219.12	
8.	VIII 29.364	129.83	947	−18.45	268.90	215.49	
	30.456	132.75	903	−18.37	283.91	214.92	
	31.414	136.88	824	−18.35	297.67	215.01	
	»	136.64	833	−18.54	296.44	213.78	
	IX 1.406	143.14	726	−18.74	310.63	213.82	
	»	142.69	737	−18.89	309.48	212.67	
	3.438	170.71	492	−19.54	339.29	213.49	
	»	168.75	486	−18.62	338.67	212.87	
	»	167.26	496	−18.76	337.58	211.78	Grosser beh. Fl.
	4.457	195.42	427	−19.40	353.55	213.21	VIII 31 und IX 1
	»	193.83	417	−18.65	352.91	212.57	mit 2 Kernen,
	»	191.13	422	−18.76	351.62	211.28	IX 3-9 mit 3 Kernen,
	7.406	254.24	661	−19.81	34.73	212.32	IX 10 in 2 getr.
	»	254.77	652	−19.08	34.28	211.87	beh. Fl. zerfallen
	»	253.63	637	−19.00	32.74	210.33	Vgl. R 307.9

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
8.	IX 8.406	262°.64	778″	−19°.64	48°.89	212°.21	
	»	263.10	770	−18.97	48.26	211.58	
	»	262.43	757	−18.88	46.73	210.05	
	9.422	268.14	873	−19.48	63.18	212.01	
	»	268.27	867	−19.09	62.26	211.09	
	»	267.81	856	−19.01	60.60	209.43	
	10.404	271.72	929	−18.81	75.98	210.80	
	»	271.33	923	−19.09	74.18	209.00	
	4.457	186.11	398	−16.69	349.84	209.50	Gruppe kl. Fl.
9.	IX 1.406	116.90	942	− 4.58	272.61	175.80	Kleiner Fl.
	3.438	122.75	781	− 4.95	301.83	176.03	Kleiner beh. Fl.
	4.457	127.87	636	− 5.21	316.61	176.27	Kleiner Fl.
	7.406	199.13	200	− 5.08	358.80	176.39	Pore
	8.406	230.82	279	− 8.04	8.47	171.79	Kleiner Fl.
	9.422	263.11	468	− 7.85	26.85	175.68	„
	»	260.90	441	− 7.80	24.69	173.52	„
	10.404	272.64	649	− 8.50	42.42	177.24	Theilweise beh. Fl.
	»	270.96	681	− 9.05	40.66	175.48	Kleiner Fl.
	11.393	278.69	793	− 8.18	57.59	178.30	„
	»	276.94	755	− 8.51	53.37	174.08	Kleiner beh. Fl.
	12.600	283.27	910	− 7.69	75.32	178.81	Gruppe
	»	281.63	885	− 8.41	71.00	174.49	Kleiner Fl.
	»	281.39	876	− 8.34	69.48	172.97	„
	13.397	285.19	945	− 7.45	86.01	178.13	„
10.	IX 1.406	101.56	932	10.80	274.20	177.39	
	3.438	103.59	749	10.68	303.39	177.59	
	4.457	103.67	591	10.59	318.08	177.74	
	7.406	12.95	66	10.85	0.21	177.80	
	8.406	309.42	248	10.98	15.18	178.50	Behofter Fl.,
	»	310.53	232	10.99	14.13	177.45	IX 8 und 9 mit 2
	9.422	303.52	453	11.10	29.27	178.10	Kernen, nachher
	»	303.88	435	11.12	28.58	177.41	IX 9 2 getrennte
	10.404	302.09	630	11.06	43.97	178.79	beh. Flecke,
	»	302.42	611	11.22	42.49	177.31	IX 13 der östliche
	11.393	302.37	774	11.30	58.08	178.79	der beiden Fl.
	»	302.53	759	11.43	56.54	177.25	
	12.600	303.55	898	11.63	75.64	179.13	
	»	303.38	887	11.58	73.63	177.12	
	13.397	304.80	938	12.03	85.79	177.91	
	8.406	300.42	158	8.12	10.07	173.39	
	9.422	297.28	387	8.08	25.54	174.37	Erst kleiner Fl.,
	10.404	298.82	589	8.92	40.78	175.60	nach IX 10 kl. beh.
	11.393	299.69	753	9.21	55.88	176.59	Fleck
	12.600	300.98	896	9.25	75.11	178.60	
	13.397	302.09	942	9.24	87.11	179.23	

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
10.	IX	8.406	309°.60	131″	9°.16	8°12	171°44	
		9.422	300.41	362	9.24	23.83	172.66	Kleiner Fl.,
		10.404	300.22	550	9.69	37.87	172.69	IX 11 Gruppe
		11.393	299.52	709	9.17	51.77	172.48	
		3.438	103.33	812	10.76	296.59	170.79	Kleiner beh. Fl.
		4.457	103.70	673	10.76	311.39	171.05	„ mit 2 Kern.
		7.406	82.27	122	10.62	353.11	170.70	Gruppe
		8.406	327.88	118	11.00	6.42	169.74	Kleiner Fl.
		3.438	102.15	837	11.70	293.47	167.67	Kleiner beh. Fl.
		4.457	102.04	715	12.02	307.67	167.33	
		7.406	90.58	202	11.37	348.03	165.62	Kleiner Fl.
11.	IX	7.406	156.15	330	− 7.05	344.89	162.48	Sporad. Pore
12.	IX	3.438	131.02	917	−16.48	284.35	158.55	Kleiner beh. Fl.
		4.457	135.21	843	−16.92	298.52	158.18	
13.	IX	9.422	201.59	379	−16.34	0.89	149.72	Sporad. kleiner Fl.
14.	IX	3.438	96.24	937	16.38	274.19	148.39	Kleiner Fl.
		4.457	97.53	875	15.99	289.02	148.68	
15.	IX	12.600	293.61	499	5.90	36.20	139.69	
		13.397	294.94	645	5.90	48.01	140.13	„
		14.566	295.86	799	5.34	63.52	138.96	
		13.397	296.06	619	6.75	45.96	138.08	
		14.566	297.89	781	7.14	61.87	137.31	„
		13.397	295.16	587	6.31	43.45	135.57	
		14.566	296.95	762	6.51	59.77	135.21	„
16.	IX	7.406	134.81	952	−21.57	275.67	93.26	Gr. beh. Fl.
		8.406	137.19	922	−21.42	289.34	92.66	
		9.422	141.27	854	−21.46	303.67	92.50	Vgl. R 307. 19
		10.404	147.24	759	−21.55	317.40	92.22	Westl. Kern
		»	147.19	761	−21.59	317.21	92.03	Hofcentrum
		11.393	156.07	653	−21.77	330.69	91.40	Kerncentrum
		»	156.05	651	−21.63	330.85	91.56	Hofcentrum
		12.600	175.82	519	−21.99	348.78	92.27	Westl. Kern
		»	174.15	527	−21.98	347.63	91.12	Hofcentrum
		»	172.04	535	−21.87	346.22	89.71	Oestl. Kern
		13.397	193.56	473	−22.14	359.96	92.08	Westl. „
		»	188.34	480	−22.00	357.12	89.24	Oestl. „
		14.566	222.02	488	−22.16	16.23	91.67	Westl. „
		»	217.19	473	−21.84	13.51	88.95	Oestl. „
		18.587	267.33	884	−22.06	72.88	90.96	Westl. „
		»	266.04	868	−22.40	70.05	88.13	Oestl. „
		19.561	270.73	938	−21.90	86.26	90.44	Westl. „
		»	270.12	932	−22.07	84.40	88.58	Mittl. „
		»	269.38	925	−22.37	82.33	86.51	Oestl. „

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	IX	9.422	137°.43	870″	-18°.86	300°.26	89°.09	Kleiner Fl.
		»	138.89	875	-20.40	299.78	88.61	
		10.404	144.09	789	-20.61	313.21	88.03	»
		11.393	151.56	676	-20.35	327.05	87.76	
		11.393	151.73	656	-19.68	328.64	89.35	
		12.600	167.11	518	-19.24	344.68	88.17	Gruppe
		»	168.22	566	-22.35	342.88	86.37	
		13.397	182.98	512	-23.23	353.46	85.58	Gruppe kleiner Fl.
		14.566	210.05	501	-24.41	10.00	85.44	
		13.397	187.98	445	-19.67	357.67	89.79	Fleck m. östl. Hofe
		11.393	146.25	689	-17.65	324.01	84.72	Kleiner Fl.
		18.587	265.34	853	-22.21	67.56	85.64	
		19.561	269.17	917	-22.10	80.49	84.67	Fleck mit Hofthln.
17.	IX	13.397	174.18	319	- 9.99	355.78	87.90	
		14.566	230.09	291	- 8.98	14.32	89.76	IX 13 Gruppe,
		18.587	282.17	852	- 7.86	71.81	89.89	nachher beh. Fl.
		19.561	284.60	928	- 8.12	86.07	90.25	
		13.397	167.15	346	-10.07	352.76	84.88	Gruppe
		14.566	217.51	273	- 9.14	10.40	85.84	Kleiner beh. Fl.
		18.587	279.70	829	- 9.35	68.51	86.59	2 kleine Fl.
		19.561	283.02	911	- 9.02	82.22	86.40	Kleiner Fl.
		14.566	211.15	299	-11.13	8.82	84.26	
		18.587	277.55	818	-10.82	66.78	84.86	Gruppe
18.	IX	11.393	115.25	612	4.19	323.61	84.32	
		12.600	118.37	360	4.66	342.52	86.01	Gruppe kl. Fl.
		13.397	125.67	185	4.55	354.49	86.61	
		»	123.92	218	4.48	352.43	84.55	Kleiner Fl.
		12.600	119.62	422	3.62	338.58	82.07	
		13.397	124.56	262	3.75	349.76	81.88	Gruppe kleiner Fl.
		14.566	208.94	58	3.50	6.85	82.29	
19.	IX	10.404	103.75	941	10.46	280.96	55.78	
		11.393	104.74	884	10.65	294.89	55.60	
		12.600	105.22	753	10.92	312.14	55.63	Behofter Fl.
		13.397	104.89	636	11.10	323.39	55.51	IX 18 unbehoft
		14.566	102.76	425	11.18	340.23	55.67	
		18.587	305.77	446	11.23	38.25	56.33	
		11.393	105.33	903	9.89	291.52	52.23	
		12.600	106.22	785	10.05	308.87	52.36	
		13.397	106.43	670	10.11	320.59	52.71	Kleine Flecke
		14.566	104.92	491	10.59	335.57	51.01	
		13.397	104.57	670	11.40	320.58	52.70	Kleiner Fl.
20.	IX	18.587	256.22	390	- 8.17	29.28	47.36	2 sporad. kl. Fl.

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
21.	IX	12.600	104°.87	920″	10°.27	289°.06	32°.55	Beh. Fl., westl. Kern
		13.397	105.97	862	10.04	300.31	32.43	Westl. Kern
		»	106.29	870	9.68	299.11	31.23	Oestl. „
		14.566	106.82	719	9.96	317.41	32.85	Westl. „
		»	107.20	732	9.66	316.16	31.60	Oestl. „
		18.587	334.85	92	10.39	14.80	32.88	Behofter Fl.
		»	344.59	70	10.06	13.21	31.29	Fleck mit östl. Hofe
		19.561	309.03	283	10.68	28.36	32.54	Behofter Fl.
		»	308.16	256	10.11	26.76	30.94	Fleck mit südl. Hofe
		20.571	304.79	481	10.83	42.66	32.43	Südl. K. in e. Hofgeb.
		»	303.54	452	10.07	40.71	30.48	Fleck mit südl. Hofe
		22.613	303.59	805	10.71	72.15	32.79	Südl. K. in e. Hofgeb.
		»	302.72	783	10.03	69.76	30.40	Kleiner Fl.
		23.605	304.21	904	10.61	86.91	33.40	Behofter Fl.
		24.425	304.85	947	10.28	98.88	33.67	„
		18.587	345.91	104	11.66	14.46	32.54	Unregelmssg beh. Fl., IX 20 u. 22 d. nördl. Kern in e. Hofgebilde
		19.561	313.04	287	11.91	28.38	32.56	
		20.571	306.93	485	11.93	42.79	32.56	
		22.613	304.19	810	11.21	72.82	32.46	
		19.561	316.87	283	12.91	27.74	31.92	Unregelmssg beh. Fl.
		22.613	305.66	793	12.44	70.87	31.51	„
		14.566	105.57	760	10.91	313.39	28.83	Gruppe
		18.587	319.32	60	8.34	13.82	31.90	Kleiner Fl.
		»	352.99	37	8.76	11.70	29.78	Gruppe
		20.571	298.46	480	7.65	42.67	32.44	Kleiner Fl.
		24.425	306.13	938	11.81	95.68	30.47	Gruppe
		»	309.04	931	14.78	93.88	28.67	„
22.	IX	19.561	226.81	380	-14.77	20.29	24.47	Sporad. Gruppe

Rotationsperiode 307.

1.	IX	18.587	98.00	689	16.70	324.56	342.64	Kleiner Fl.
		19.561	92.83	537	17.84	338.39	342.57	
2.	IX	18.587	106.73	852	10.16	306.97	325.05	Pore
3.	IX	22.613	171.65	497	-19.15	356.83	317.47	Sporad. Pore
4.	IX	23.605	96.57	368	13.31	353.55	300.04	Pore
		»	96.80	410	13.91	350.76	297.25	„
		24.425	86.56	236	13.33	3.49	298.28	
		23.605	100.26	440	12.83	348.47	294.96	„
		24.425	90.60	268	13.18	1.19	295.98	
5.	IX	22.613	127.86	846	- 7.89	314.02	274.66	Kleiner Fl. Vgl. B 306. 4

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
6.	IX	22.613	98°.90	844″	17°.51	312°.03	272°.67	Kleiner Fl.
		»	97.63	863	18.71	309.37	270.01	„
		23.605	97.19	702	17.80	328.50	274.99	„
		»	97.70	712	17.53	327.59	274.08	„
		24.425	94.80	573	17.57	340.36	275.15	„
		»	94.76	635	18.60	335.50	270.29	„
7.	IX	26.452	158.13	499	-14.49	354.97	260.84	„
		27.467	185.37	386	-15.59	10.92	262.31	
		28.598	224.48	379	-15.46	27.89	263.14	
		26.452	154.93	499	-13.21	353.87	259.74	„
		27.467	175.59	363	-12.59	8.06	259.45	
		28.598	215.94	341	-13.88	24.04	259.29	
8.	IX	28.598	100.34	455	13.04	352.45	227.70	„
9.	IX	26.452	137.05	946	-19.88	300.55	206.42	Beh. Fl. Vgl. R 306. 8
		27.467	140.02	889	-19.61	315.58	206.97	
		28.598	145.19	785	-19.45	331.34	206.59	
	X	1.436	181.64	451	-19.00	11.40	206.17	
		3.636	239.39	478	-18.51	42.02	205.40	
		1.436	186.64	472	-21.29	13.13	207.90	Kleiner Fl.
10.	IX	28.598	104.36	916	12.82	306.54	181.79	„
11.	X	3.636	97.94	265	11.01	9.93	173.31	Sporad. kleiner Fl.
12.	X	10.568	283.98	915	- 9.75	102.78	167.26	Kleiner beh. Fl.
		»	281.32	881	-11.12	96.44	160.92	„
		»	283.18	872	- 9.21	95.58	160.06	„
		11.446	285.14	936	- 9.35	108.29	160.25	
		»	283.02	927	-10.88	105.93	157.89	Gruppe
		»	282.91	917	-10.81	103.68	155.64	„
		10.568	280.61	805	- 9.64	86.92	151.40	Kleine beh. Fl.
		»	280.06	804	-10.05	86.64	151.12	
		11.446	282.57	889	-10.24	98.74	150.70	
		12.442	284.64	948	-10.37	112.96	150.71	
13.	X	11.446	269.98	792	-17.67	83.74	135.70	? Kleiner beh. Fl.
		12.442	274.48	899	-17.96	99.76	137.51	
		13.613	277.48	949	-17.37	113.29	134.33	
		11.446	267.22	752	-18.23	79.01	130.97	2 kleine Fl.
14.	X	3.636	128.89	810	- 7.20	329.39	132.77	Westl. Kern
		»	128.22	817	- 6.79	328.57	131.95	Oestl. „
		10.568	278.26	605	- 6.46	69.14	133.62	Behofter Fl. mit 2 Kernen
		11.446	282.75	738	- 6.44	81.59	133.55	
		12.442	285.88	856	- 6.48	95.66	133.41	
		13.613	288.85	942	- 5.98	112.51	133.55	
		3.636	128.47	835	- 7.44	326.48	126.86	Behofter Fl.

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
15.	X	13.613	297°.90	930″	3°.09	110°.50	131°.54	Kleiner Fl.
		11.446	297.17	596	5.16	71.43	123.39	
		13.613	300.27	878	6.03	101.35	122.39	"
16.	X	13.613	279.79	898	-13.10	101.90	122.94	Sporad. kl. Fl.
17.	X	10.568	233.64	224	- 6.01	38.38	102.86	Beh. Gruppe, nach
		11.446	262.53	358	- 6.33	51.18	103.14	X 10 einfacher un-
		12.442	275.30	540	- 6.62	65.79	103.54	behofter Fl.
		11.446	264.05	335	- 5.05	50.23	102.19	Unbehofter Fl.
		12.442	276.80	522	- 5.42	64.89	102.64	
		10.568	225.23	202	- 5.55	36.15	100.63	
		11.446	259.98	338	- 6.34	49.58	101.54	Erst Gruppe, nachher
		12.442	274.34	520	- 6.60	64.27	102.02	kleiner Fleck
		13.613	282.32	715	- 6.35	81.63	102.67	
		10.568	217.36	189	- 5.17	34.40	98.88	
		11.446	257.79	298	- 5.41	47.16	99.12	
		12.442	274.66	477	- 5.35	61.54	99.29	Behofter Fl.
		13.613	282.89	676	- 5.13	78.41	99.45	
		15.437	288.16	902	- 5.47	105.69	100.71	
18.	X	11.446	212.34	252	- 9.23	34.72	86.68	2 unbeh. Fl.
		»	208.31	248	- 9.05	33.64	85.60	
		12.442	252.74	359	- 9.28	49.96	87.71	Beh. Fl. mit 2 Kernen
		»	252.83	347	- 8.73	49.40	87.15	
		13.613	271.68	553	- 8.92	67.08	88.12	Behofter Fl.
		15.437	281.41	818	- 9.39	93.29	88.31	"
		»	282.14	809	- 8.57	92.42	87.44	
		16.426	284.44	907	- 9.02	106.91	87.82	"
		10.568	162.36	311	- 7.67	19.22	83.70	Kleiner Fl.
		12.442	252.92	324	- 7.68	48.31	86.06	"
		11.446	197.32	254	- 9.23	30.73	82.69	
		12.442	241.24	304	- 9.25	44.62	82.37	X 11 kleiner Fl.,
		13.613	265.96	470	- 9.04	60.42	81.46	nachher behoft
		15.437	279.86	760	- 9.19	87.05	82.08	
		16.426	282.98	871	- 9.37	101.05	81.96	
19.	X	10.568	184.16	492	-22.46	20.24	84.72	
		»	183.87	492	-22.39	20.09	84.57	
		11.446	204.87	458	-22.47	32.40	84.36	Gr. beh. Fl., Vgl.
		»	204.67	457	-22.43	32.29	84.25	X 10 u. 11 je R 306.16
		12.442	228.43	490	-22.34	45.77	83.52	Kern- und und
		13.613	249.03	601	-22.15	62.46	83.50	Hofcentrum R 308.19
		15.437	264.77	805	-22.27	87.38	82.40	
		16.426	269.40	893	-22.23	101.39	82.30	

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
20.	X 10.568	170°.73	444″	-16°.29	16°.08	80°.56	
	11.446	195.11	367	-16.06	28.72	80.68	
	»	192.69	377	-16.49	27.63	79.59	Beh. Fl.,
	12.442	228.29	383	-15.87	43.00	80.75	X 11 u. 12 je Vgl.
	»	225.71	384	-16.27	42.01	79.76	die beiden R 308. 18
	13.613	255.59	518	-15.29	60.20	81.24	Kerne
	15.437	271.85	772	-15.61	86.25	81.27	
	16.426	275.83	874	-15.77	100.09	81.00	
	10.568	169.29	472	-17.41	14.26	78.74	Kleiner Fl.
	»	164.96	499	-17.36	11.30	75.78	»
	13.613	251.44	523	-17.20	58.95	79.99	
	15.437	269.26	771	-17.53	85.45	80.47	»
	12.442	219.61	407	-18.47	39.99	77.74	
	13.613	247.28	508	-18.06	56.55	77.59	Kleiner Fl. m. Hofthln.
	15.437	266.88	734	-17.88	81.27	76.29	
	11.446	181.87	419	-17.54	22.27	74.23	Kleiner Fl.
	12.442	212.52	381	-17.27	36.67	74.42	
	10.568	161.24	496	-15.85	10.04	74.52	
	11.446	179.29	393	-15.54	22.05	74.01	
	12.442	211.58	351	-15.44	36.09	73.84	Behofter Fl.,
	13.613	246.32	441	-15.00	52.96	74.00	X 15 u. 16 ohne Hof
	15.437	269.13	699	-15.08	78.96	73.98	
	16.426	274.46	821	-15.18	93.07	73.98	
	10.568	161.56	526	-17.40	8.54	73.02	Kleiner Fl.
21.	X 10.568	93.98	286	12.13	15.92	80.40	
	11.446	58.46	117	11.70	29.34	81.30	
	12.442	327.25	187	11.42	43.82	81.57	Vgl.
	13.613	310.17	430	11.29	61.36	82.40	Gr. beh. Fl. R 308. 16
	15.437	305.76	756	10.97	88.39	83.41	
	16.426	305.56	879	10.86	104.28	85.19	
	15.437	302.86	761	8.71	88.88	83.90	Hofgebilde m. mehrer.
	»	304.45	725	9.89	85.51	80.53	Kernfl., X 15 die beid.
	16.426	303.67	859	9.23	101.42	82.33	äussern, X 16 d. mittl. K.
	15.437	309.59	730	13.75	85.71	80.73	Behofter Fl.
	16.426	309.01	848	13.96	100.09	81.00	
	15.437	305.95	709	10.96	84.10	79.12	
	16.426	305.95	836	11.26	98.53	79.44	»
	10.568	82.81	342	16.89	14.22	78.70	Kleiner Fl.
	11.446	76.20	147	11.44	26.26	78.22	»
	10.568	98.05	337	11.82	12.45	76.93	
	11.446	83.44	182	11.50	24.02	75.98	X 10 kleiner Fl.,
	12.442	356.71	115	11.71	37.53	75.28	nachher behoft
	13.613	315.63	329	11.88	54.37	75.41	

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	X	10.568	85°.59	362″	16°.59	12°.54	77°.02	
		11.446	59.97	216	16.52	25.67	77.63	Theilweise beh. Fl.
		12.442	356.23	211	16.66	40.64	78.39	
		11.446	64.69	279	18.81	22.17	74.13	Kleiner Fl.
		12.442	3.55	136	13.21	37.28	75.03	Gruppe
		13.613	321.04	324	13.50	53.50	74.54	Behofter Fl.
		15.437	310.01	654	13.47	79.55	74.57	„
		16.426	308.94	798	13.69	94.11	75.02	Kleiner Fl.
		10.568	97.27	386	12.93	9.37	73.85	
		11.446	82.63	222	13.05	21.76	73.72	
		12.442	14.58	128	13.21	35.67	73.42	Behofter Fl.
		13.613	322.75	300	13.44	51.87	72.91	
		15.437	309.41	633	12.89	77.95	72.97	
22.	X	10.568	104.58	460	10.73	3.91	68.39	
		11.446	99.52	272	10.28	17.18	69.14	
		12.442	40.80	74	10.02	32.97	70.72	
		13.613	312.47	276	10.08	51.45	72.49	Behofter Fl.
		15.437	305.59	650	10.49	79.36	74.38	
		16.426	305.77	802	11.09	94.60	75.51	
		12.442	55.97	83	10.06	31.58	69.33	Theilweise beh. Fl.
		11.446	102.57	301	9.78	15.23	67.19	Kleiner Fl.
		12.442	75.27	94	9.41	29.82	67.57	
		13.613	325.82	218	11.99	46.83	67.87	
		15.437	306.96	591	11.01	74.84	69.86	„
		16.426	305.43	762	10.75	90.45	71.36	
		11.446	104.97	326	9.30	13.50	65.46	
		12.442	87.31	121	9.22	27.71	65.46	„
		»	67.20	144	12.19	28.37	66.12	
		13.613	331.86	202	12.60	45.27	66.31	
		15.437	310.01	559	12.55	72.22	67.24	„
		16.426	308.38	715	12.77	85.96	66.87	
		18.574	308.61	930	13.56	115.70	65.97	
		16.426	306.37	722	11.32	86.62	67.53	
		18.574	306.28	938	11.22	117.39	67.66	„
		15.437	305.80	539	10.00	71.02	66.04	„
		10.568	103.10	543	12.25	358.13	62.61	„
23.	X	10.568	149.02	547	-12.73	3.00	67.48	
		11.446	163.11	418	-12.83	15.45	67.41	
		12.442	192.85	316	-12.79	29.64	67.39	Behofter Fl.,
		13.613	237.47	351	-12.53	46.39	67.43	X 15 u. 16 unbehoft
		15.437	268.65	614	-12.54	72.34	67.36	
		16.426	275.16	758	-12.71	86.80	67.71	

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
24.	X 10.568	102°.28	834″	15°.03	331°.83	36°.31	
	11.446	101.16	726	15.19	344.19	36.15	
	12.442	98.02	574	15.42	358.19	36.14	Behofter Fl.,
	13.613	87.86	368	15.77	14.89	35.93	X 16 abnehmend,
	15.437	5.72	189	16.09	41.12	36.14	X 18 kleiner Fl.
	16.426	329.38	329	16.02	55.2×	36.19	
	18.574	313.25	690	16.02	85.38	35.65	
25.	X 15.437	152.95	337	- 6.70	20.76	15.78	
	16.426	193.77	210	- 6.73	35.37	16.28	Kleiner Fl.,
	18.574	272.09	469	- 6.56	66.67	16.94	X 20 behoft
	20.413	284.12	774	- 6.22	94.09	18.12	
	15.437	150.12	351	- 6.41	19.38	14.40	Kleiner Fl.
	»	150.79	372	- 7.37	18.42	13.44	„
	16.426	184.73	229	- 7.21	33.06	13.97	„
	»	182.55	211	- 6.04	33.02	13.93	„
	18.574	272.21	444	- 5.84	65.15	15.42	„
	20.413	282.40	714	- 6.33	88.26	12.29	„
	»	281.20	696	- 6.81	86.53	10.56	„
	15.437	149.17	388	- 7.42	17.21	12.23	„
	16.426	176.49	253	- 7.68	30.56	11.47	Kl. Fl. m. Hofspuren
	»	173.95	246	- 7.02	30.19	11.10	„
	18.574	263.79	380	- 7.06	59.77	10.04	Kl. beh. Fl. m. 2 Kern.

Rotationsperiode 308.

1.	X 12.442	127.31	950	- 9.91	314.66	352.41	
	»	127.31	950	- 9.92	314.44	352.19	
	13.613	129.84	878	- 9.96	331.22	352.26	
	15.437	137.25	655	- 9.88	357.15	352.17	Sehr grosser Vgl.
	16.426	145.91	497	- 9.92	11.09	352.00	behofter Fl. R 309.2
	18.574	211.34	256	- 9.95	41.62	351.89	
	20.413	264.74	478	-10.11	67.44	351.47	
	23.483	282.66	890	- 9.90	110.78	351.01	
	13.613	128.06	893	- 8.75	328.68	349.72	
	15.437	135.49	682	- 9.45	354.57	349.59	Erst kl. behofter,
	16.426	143.10	526	- 9.51	8.62	349.53	nachher kl. Fl.
	13.613	126.30	895	- 7.19	328.11	349.15	
	15.437	133.55	687	- 8.24	353.79	348.81	
	16.426	139.94	529	- 8.04	7.69	348.60	Bis X 16 kl. beh. Fl.,
	18.574	197.60	227	- 8.08	38.21	348.48	nachher ohne Hof
	20.413	266.37	403	- 6.99	63.41	347.44	
	18.574	198.88	286	-11.74	38.04	348.31	Kleiner Fl.
	20.413	268.94	424	- 6.67	65.17	349.20	„
	13.613	126.77	916	- 8.17	324.53	345.57	Behofter Fl.

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	X	13.613	129°.43	919″	-10°.76	324°.37	345°.41	
		15.437	135.99	737	-11.25	350.03	345.05	Bis X 16 behofter Fl.,
		16.426	142.75	586	-11.23	4.50	345.41	
		18.574	190.49	287	-11.28	35.56	345.83	nachher unbehoft
		20.413	258.32	422	-10.55	62.60	346.63	
		13.613	127.57	925	- 9.23	322.67	343.71	
		15.437	132.92	743	- 9.15	348.79	343.81	
		16.426	138.14	592	- 8.82	2.94	343.85	
		18.574	181.05	249	- 8.16	33.92	344 19	Behofter Fl. Vgl. R 309. 3
		20.413	260.41	367	- 7.77	60.17	344.20	
		23.483	283.96	840	- 7.60	104.27	344.50	
2.	X	18.574	57.07	302	20.76	30.26	340.53	Kleiner Fl.
		»	69.59	340	19.88	25.27	335.54	"
		23.483	313.23	816	17.53	102.59	342.82	"
		»	314.64	765	18.06	96.94	337.17	"
3.	X	13.613	104.87	951	12.07	313.29	334.33	Erst behofter Fl.,
		15.437	105.63	810	11.84	339.59	334.61	dann kleiner Fl.
		16.426	104.95	675	11.72	353.58	334.49	mit Hoftheilen
		18.574	86.82	243	12.23	27.23	337.50	Kleiner Fl.
4.	X	23.483	316.37	448	13.88	71.55	311.78	
		25.564	309.21	764	13.85	99.30	309.84	Der grösste in einer
		26.478	308.26	869	13.73	112.31	309.81	Gruppe kl. Fl.
5.	X	23.483	195.39	243	- 9.39	42.49	282.72	Kleiner Fl.
		25.564	260.03	468	-11.86	70.92	281.46	Behofter Fl.
		26.478	271.23	635	-11.77	85.75	283.25	X 27 m. mehreren Kfln. Vgl. R 309.5
		27.477	277.11	790	-11.86	101.51	284.76	
		25.564	264.80	433	- 8.76	70.08	280.62	
		26.478	273.73	605	- 9.49	84.17	281.67	Theilw. behofter Fl.
		27.477	279.24	760	- 9.45	98.96	282.21	
		26.478	269.03	614	-12.46	83.68	281.18	
		27.477	275.82	766	-12.24	98.89	282.14	Kleiner beh. Fl.
		26.478	263.69	583	-14.41	80.03	277.53	Kleiner Fl.
		27.477	275.40	730	-11.60	95.48	278.73	Fl. m. unregelm. Hofe
		26.478	268.36	550	-10.87	79.08	276.58	
		27.477	275.46	695	-10.66	92.49	275.74	Kleiner beh. Fl.
		23.483	181.32	328	-13.09	36.88	277.11	
		25.564	250.66	437	-13.98	66.43	276.97	
		26.478	261.91	567	-14.73	78.41	275.91	"
		27.477	269.82	709	-14.93	92.26	275.51	
		26.478	267.62	536	-10.81	77.98	275.48	"
		20.413	133.75	757	-10.57	352.74	276.77	
		23.483	172.18	302	-10.16	35.03	275.26	Kleiner Fl.
		25.564	254.85	390	-10.64	65.30	275.84	X 25 Gruppe

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	X	20.413	133°.23	787″	-10°.93	349°.64	273°.67	Kleiner behofter Fl.,
		23.483	167.57	333	-10.90	32.62	272.85	X 25 ohne Hof
		25.564	251.30	359	-10.36	62.86	273.40	
		23.483	174.42	352	-13.26	33.97	274.20	Kleiner Fl.
6.	X	27.477	275.63	562	- 7.32	82.50	265.75	Sporad. kl. Fl.
7.	X	23.483	100.66	733	14.50	355.91	236.14	
		25.564	88.82	390	14.76	25.30	235.84	Behofter Fl.
		26.478	68.19	235	14.83	38.20	235.70	
		27.477	7.02	185	15.00	52.57	235.82	
		»	20.82	179	15.21	49.90	233.15	Gruppe
8.	X	23.483	123.71	943	- 6.86	328.14	208.37	
		25.564	128.03	756	- 6.84	357.05	207.59	Behofter Fl.,
		26.478	131.87	614	- 6.77	10.33	207.83	XI 1 ohne Hof
		27.477	139.22	432	- 6.30	24.94	208.19	
	XI	1.574	281.10	686	- 6.38	97.95	208.49	
9.	X	25.564	125.53	895	- 7.57	340.33	190.87	Behofter Fl.,
		26.478	127.71	797	- 7.52	353.87	191.37	X 27 Gruppe
		27.477	131.12	650	- 7.18	8.56	191.81	
		25.564	125.29	910	- 7.69	337.87	188.41	Kleiner beh. Fl.
		26.478	127.71	814	- 7.87	352.10	189.60	Gruppe
		27.477	130.69	670	- 7.32	6.88	190.13	„
	XI	1.574	272.71	462	- 6.42	80.56	191.10	Kleiner Fl.
	X	26.478	126.64	854	- 7.81	347.15	184.65	Kleiner beh. Fl.
		27.477	130.04	732	- 8.15	1.55	184.80	Kleiner Fl.
	XI	1.574	256.00	361	- 9.43	71.34	181.88	Kl. Fl. m. Hoftheilen
		4.397	280.11	825	- 9.57	113.96	184.22	
		1.574	251.53	344	-10.05	69.43	179.97	Kleiner Fl.
		»	245.48	349	-11.73	68.11	178.65	„
	X	25.564	125.18	956	- 9.01	326.39	176.93	
		26.478	127.64	903	- 9.83	340.26	177.76	
		»	126.72	908	- 9.10	339.37	176.87	Beh. Fl.,
		27.477	130.10	805	- 9.80	354.45	177.70	X 26 und 27 m. 2 Kernen Vgl. R 309. 12
		»	129.11	812	- 9.14	353.55	176.80	
	XI	1.574	246.89	309	- 9.55	66.75	177.29	
		4.397	278.57	769	- 9.64	107.85	178.11	
		1.574	243.55	307	-10.15	65.85	176.39	Behofter Fl.
		4.397	276.55	750	-10.77	105.69	175.95	Kleiner Fl.
	X	26.478	127.59	930	-10.53	335.18	172.68	Kl. Fl. m. Hofspuren
		27.477	129.79	846	-10.48	349.78	173.03	
		»	128.67	855	- 9.79	348.48	171.73	Kleiner Fl.

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
10.	XI	1.574	340°.05	442"	22°.91	74°.33	184°.87	Behofter Fl.
		4.397	318.23	818	22.55	113.20	183.46	
		1.574	340.88	395	21.11	71.62	182.16	Kleiner beh. Fl.
		4.397	317.89	800	21.92	111.27	181.53	Gruppe
		1.574	344.58	382	21.54	69.81	180.35	Kleiner Fl.
11.	XI	1.574	183.60	272	-11.13	48.34	158.88	„
		»	166.84	339	-12.05	41.61	152.15	Kleiner beh. Fl.
		4.397	272.32	611	-10.25	93.45	163.71	Behofter Fl.
		»	270.50	580	-10.52	90.91	161.17	Kl. Fl. Vgl.R309.14
12.	XI	1.574	84.48	286	12.39	38.98	149.52	Kleiner Fl.
		4.397	320.69	383	13.84	78.21	148.47	Beh. Fl. m. 2 Kernen
		»	328.38	392	16.83	77.29	147.55	Unbehofter Fl.
13.	XI	1.574	116.60	412	2.73	29.04	139.58	Norm. beh. Fl.
		4.397	289.22	226	2.64	70.42	140.68	
		1.574	112.76	470	4.34	25.11	135.65	Erst behoft,
		4.397	298.78	160	4.59	66.43	136.69	nachher kleiner Fl.
		1.574	112.02	566	4.67	18.37	128.91	Kl. behofter Fl.,
		4.397	327.06	51	5.45	59.49	129.75	nachher kleiner Fl.
14.	XI	4.397	196.46	194	15.29	57.87	128.13	Sporad. Pore
15.	XI	1.574	104.56	745	10.12	3.84	114.38	Kleiner Fl.
		4.397	84.67	230	10.33	44.87	115.13	
16.	XI	1.574	104.84	942	10.17	336.88	87.42	Beh. Fl. Vgl.R307.21
		4.397	102.08	615	10.36	17.88	88.14	2 getrennte Hofft.
		»	101.87	631	10.64	16.66	86.92	
		1.574	104.98	952	9.91	333.80	84.34	Kleiner beh. Fl.
		4.397	102.96	662	10.16	14.10	84.36	
		1.574	105.10	960	9.64	330.74	81.28	„
		4.397	103.81	696	9.82	11.17	81.43	2 kleine beh. Fl.
		»	104.18	709	9.63	10.01	80.27	
		»	101.01	713	11.98	9.86	80.12	Kleiner Fl.
		»	97.67	727	14.58	8.92	79.18	„
17.	XI	1.574	126.60	949	-11.15	336.67	87.21	
		4.397	134.94	649	-11.03	17.51	87.77	„
		1.574	125.02	959	-10.04	332.46	83.00	„
18.	XI	1.574	131.89	960	-16.84	332.91	83.45	Behofter Fl. Vgl. R 307.20
		4.397	141.61	697	-16.73	15.43	85.69	
19.	XI	4.397	143.92	828	-23.14	3.53	73.79	Beh. Fl. Vgl.R307.19

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
20.	XI	15.441	302°.04	682″	9°.45	112°.27	24°.97	Kleiner Fl.
		»	306.13	640	11.75	108 51	21.21	„
		»	306.19	610	11.38	106.12	18.82	„
		»	309.09	621	13.35	106.61	19.31	„
21.	XI	16.457	274.68	804	-11.89	123.19	21.40	Pore
		»	274.27	762	-11.34	118.95	17.16	„
		17.580	279.70	918	- 9.45	140.24	22.43	Kleiner Fl.
		»	277.49	892	-11.02	135.78	17.97	„
		16.457	276.73	772	- 9.65	120.30	18.51	„
		17.580	279.74	889	- 8.90	135.50	17.69	Kl. beh. Fl. m. 2 Kern.
22.	XI	15.441	304.12	519	9.08	99.78	12.48	Behofter Fl.
		16.457	301.07	702	9.05	114.93	13.14	
		17.580	299.64	851	9.09	131.24	13.43	
		15.441	306.64	509	10.27	98.86	11.56	Gruppe kl. Fl.
		16.457	303.22	681	10.39	113.06	11.27	
		»	301.03	649	8.61	110.64	8.85	Kleiner Fl.
		15.441	307.07	447	9.55	94.59	7.29	Beh. Fl. m. 2 Kernen
		»	308.67	439	10.15	93.95	6.65	
		16.457	302.14	633	9.19	109.27	7.48	2 getrennte Hoffl.
		»	303.92	619	10.17	108.08	6.29	
		17.580	299.68	801	8.84	125.57	7.76	
		»	301.39	790	10.17	124.29	6.48	„
23.	XI	15.441	255.97	468	-13.70	91.87	4.57	Behofter Fl.
		16.457	265.92	628	-13.81	106.01	4.22	
		17.580	271.65	784	-13.68	121.85	4.04	
		19.568	275.70	950	-13.48	149.22	3.05	
		15.441	254.61	457	-13.83	90.84	3.54	Oestl. Kern im Hofe des vorigen
		16.457	265.39	617	-13.83	105.14	3.35	
		15.441	252.32	462	-14.91	90.52	3.22	Kleiner Fl.

Rotationsperiode 309.

1.	XI	15.441	242.68	400	-15.42	84.45	357.15	Beh. Fl. mit 2 Kernen, Vgl. XI 19 d. Mitte R 310. 1 d. bdn. Kerne
		»	240.17	401	-16.13	83.65	356.35	
		16.457	258.89	549	-15.21	98.70	356.91	
		»	257.50	544	-15.73	98.01	356.22	
		17.580	267.40	714	-15.07	114.45	356.64	
		»	266.59	709	-15.52	113.88	356.07	
		19.568	272.71	918	-15.50	141.42	355.25	
		16.457	255.15	543	-16.83	97.26	355.43	Kleiner Fl.
		17.580	266.81	730	-15.92	115.69	357.88	„

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
2.	XI	16.457	269°.09	459″	− 7°.83	95°.25	353°46	Gruppe
		17.580	276.39	670	− 7.96	112.55	354.74	Beh. Fl. Vgl. R 310.2
		19.568	281.35	916	− 7.38	142.09	355.92	Kl. Fl.
		17.580	275.52	661	− 8.38	111.65	353.84	Kleiner beh. Fl.
		»	274.42	638	− 8.68	109.72	351.91	
		19.568	279.89	900	− 8.49	139.31	353.14	»
		»	280.05	884	− 8.00	136.84	350.67	Kleiner Fl.
		15.441	237.01	245	− 9.19	76.61	349.31	Hofcentr.
		»	236.43	243	− 9.17	76.42	349.13	Korncentr. Grosser
		16.457	262.13	410	− 9.35	90.96	349.17	Hofcentr. beh. Fl.
		»	261.82	405	− 9.33	90.63	348.84	Korncentr. Vgl.
		17.580	272.09	601	− 9.37	106.53	348.72	» R 308.1
		19.568	278.78	869	− 9.01	134.72	348.55	»
		17.580	276.59	589	− 6.49	106.35	348.54	Kl. Fl. mit Hofthln.
		19.568	281.24	867	− 6.79	134.64	348.47	
		17.580	270.35	572	− 9.75	104.14	346.33	Kleiner Fl.
		»	274.39	566	− 7.37	104.41	346.60	»
3.	XI	15.441	214.62	166	− 6.94	70.32	343.02	Korncentr.
		16.457	260.02	312	− 7.07	85.15	343.36	Hofcentr. Grosser
		»	259.92	312	− 7.08	85.11	343.32	Korncentr. beh. Fl.
		17.580	273.17	523	− 7.23	101.30	343.49	» Vgl.
		19.568	279.57	822	− 7.60	129.11	342.94	? » R 308.1
		21.566	281.18	967	− 7.90	157.88	343.20	»
		15.441	199.02	174	− 7.68	67.63	340.33	Kleiner Fl.
		16.457	258.74	279	− 6.32	83.13	341.34	»
		15.441	189.65	156	− 6.42	66.18	338.88	
		16.457	253.58	255	− 6.67	81.12	339.33	»
		15.441	185.67	202	− 8.91	64.81	337.51	»
		»	181.08	177	− 7.18	64.43	337.13	
		16.457	247.09	234	− 7.10	79.09	337.30	»
		15.441	179.05	210	− 8.91	63.31	336.01	Bis XI 16 thlwse. beh.
		16.457	239.28	237	− 8.50	77.81	336.02	Fl., XI 17 Gruppe,
		17.580	265.70	427	− 8.45	93.88	336.07	nachher kl. Fl.
		19.568	278.15	760	− 7.84	122.57	336.40	
		15.441	175.35	213	− 8.74	62.49	335.19	Bis XI 16 thlwse. beh.
		16.457	235.06	223	− 8.40	76.48	334.69	Fl., nachher Gruppe
		17.580	264.35	408	− 8.46	92.51	334.76	kleiner Fl.
		15.441	175.97	246	−10.58	61.75	334.45	Kleiner Fl.
		»	164.16	260	− 9.74	58.63	331.33	»
4.	XI	16.457	155.57	340	−11.76	54.37	312.58	Bis XI 17 kl. Fl., dann
		17.580	207.95	232	−11.24	71.96	314.15	beh. Fl., XI 21 der
		19.568	265.80	538	−11.24	103.07	316.90	nördl. Kern
		21.566	275.07	830	−11.10	131.51	316.83	Vgl. R 310.3

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	XI	19.568	264°.35	488″	−10°.59	99°.47	313°.30	Kl. Fl. m. Hoftheilen
		21.566	274.66	798	−10.85	127.94	313.26	
		16.457	152.53	375	−12.39	51.93	310.14	Kleiner Fl.
		17.580	192.12	243	−11.88	68.03	310.22	„
		»	191.49	259	−12.84	67.71	309.90	„
		19.568	262.08	490	−11.71	99.16	312.99	„
		21.566	273.19	808	−12.25	128.78	314.10	„
		»	272.07	791	−12.79	126.81	312.13	Gruppe
		»	271.74	773	−12.76	124.99	310.31	„ m. Hoftheilen
5.	XI	15.441	129.14	815	−13.48	12.94	285.64	beh. Fl.
		16.457	133.23	680	−13.50	27.44	285.65	
		17.580	142.10	503	−13.56	43.25	285.44	
		21.566	257.00	477	−13.47	99.33	284.65	
		24.419	272.80	871	−13.17	139.24	283.83	Nrdl. Kern Vgl. R 308.5
		»	271.71	870	−14.11	139.03	283.62	Südl. „
		25.429	273.85	947	−13.49	153.95	284.13	Nrdl. „
		»	272.98	946	−14.26	153.55	283.73	Südl. „
6.	XI	16.457	87.87	712	18.41	23.77	281.98	XI 16 kl. Fl. m. Hofsp., dann beh. Fl., XI 21 mit 2 Kernen
		17.580	78.66	520	18.49	41.62	283.81	
		21.566	322.89	530	19.17	102.85	288.17	
		»	324.17	513	19.18	101.36	286.68	
		24.419	308.73	896	19.30	143.05	287.64	
		25.429	307.23	958	19.15	157.87	288.05	
		17.580	79.34	504	17.67	42.49	284.68	Kleiner Fl.
		21.566	321.88	500	17.70	101.14	286.46	
		24.419	305.56	888	16.29	142.21	286.80	„
		25.429	305.16	955	17.07	156.83	287.01	XI 25 unregelmässg. beh.
		16.457	89.71	717	17.20	23.06	281.27	Kl. Fl. m. Hoftheilen
		17.580	82.14	531	17.11	40.07	282.26	
		16.457	90.38	722	16.80	22.53	280.74	Fleck mit Hoftheilen
		17.580	79.81	541	18.52	39.98	282.17	„
		»	85.60	504	14.69	39.21	281.40	Kleiner Fl.
		»	82.43	554	17.57	38.42	280.61	Fleck mit Hoftheilen
		21.566	325.69	498	19.36	100.02	285.34	Erst klein, dann klein beh. Fl.
		24.419	309.54	883	19.81	141.06	285.65	
		»	305.46	878	16.06	140.69	285.28	„
		25.429	303.96	953	15.90	156.37	286.55	
		24.419	308.04	879	18.38	140.62	285.21	Kleiner beh. Fl.
		»	309.97	860	19.75	137.81	282.40	Kl. Fl. m. östl. Hofe
		25.429	304.44	939	16.21	152.68	282.86	Kleiner Fl.
		17.580	84.08	543	16.42	38.84	281.03	Theilweise beh. Fl.
		21.566	324.87	430	16.60	96.14	281.46	
		24.419	304.81	851	15.09	137.22	281.81	
		25.429	303.47	938	15.29	152.36	282.54	

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L		
	X I 21.566	323°.09	449″	16°.56	97°.69	283°.01	Kleiner Fl.	
	»	322.02	426	15.41	96.60	281.92	„	
	»	326.32	410	16.41	94.72	280.04	Fl. mit Hoftheilen	
	»	327.89	407	16.83	94.07	279.39	„	
	»	331.58	439	19.38	94.85	280.17	„	
	»	331.89	420	18.72	93.71	279.03	„	
	»	330.61	403	17.61	93.19	278.51	„	
	24.419	308.96	829	18.26	134.06	278.65	„	
	25.429	307.02	937	18.67	151.95	282.13	„	
7.	XI 21.566	240.46	227	- 8.21	83.08	268.40	Kleiner Fl.	
	»	216.59	276	-13.75	79.11	264.43	„	
	»	219.08	190	- 8.63	77.99	263.31	„	
8.	XI 17.580	107.20	960	3.71	348.85	231.04	Behofter Fl.	
	21.566	104.44	468	3.84	48.58	233.90		
	»	107.06	591	2.79	43.98	229.30	Kleiner Fl.	
9.	XI 21.566	125.28	810	-12.11	19.32	204.64	Kleiner beh. Fl.	
	24.419	148.26	355	-11.97	60.50	205.09		
	25.429	185.84	232	-11.98	75.12	205.30		
	21.566	127.16	810	-13.66	19.56	204.88	Kleiner Fl.	
	24.419	150.90	383	-13.90	59.70	204.29	„	
	»	150.49	391	-14.08	59.20	203.79	„	
	25.429	191.94	294	-15.94	76.15	206.33	„	
	»	188.12	259	-13.71	75.36	205.54	„	
10.	XI 21.566	129.77	883	-17.61	11.07	196.39	„	
	24.419	145 66	489	-16.22	52.56	197.15	Gruppe	
	25.429	165.92	420	-19.94	63.98	194.16	Kleiner Fl.	
	21.566	129.28	904	-17.73	7.74	193.06	Erst kleiner beh. Fl., XI 24 Gruppe, nachher kleiner Fl.	
	24.419	145.97	540	-18.33	49.53	194.12		
	25.429	163.04	407	-18.55	63.48	193.66		
	24.419	138.65	550	-15.18	46.72	191.31	Pore	
11.	XI 24.419	83.49	587	15.94	42.47	187.06	Kleiner beh. Fl.	
	25.429	70.37	417	16.48	57.42	187.60		
	24.419	84.64	597	15.52	41.54	186.13	Kleiner Fl.	
	»	87.08	640	15.00	37.78	182.37	Kleine Fl.	
	»	88.06	640	14.37	37.65	182.24		
	25.429	79.49	473	14.70	51.92	182.10		
12.	XI 21.566	120.58	962	-10.86	352.77	178.09	Wstl. Kern	Beh. Fl. Vgl. R 308.9 und R 310.15
	»	119.76	963	-10.08	352.26	177.58	Oestl. „	
	24.419	125.26	693	-10.80	33.20	177.79	Wstl. „	
	»	124.65	699	-10.48	32.65	177.24	Oestl. „	
	25.429	131.57	517	-10.96	48.39	178.57	Wstl. „	
	»	130.73	526	-10.76	47.64	177.82	Mittl. „	
	»	130.15	532	-10.61	47.12	177.30	Oestl. „	
	30.440	266.69	598	-11.11	119.13	177.82		
	XII 1.488	271.10	765	-11.03	134.74	178.48		

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	XI	25.429	128°.27	585″	−10°78	43°.14	173°.32	Keiner Fl.
		30.440	264.13	521	−10.82	113.35	172.04	
		24.419	123.06	778	−10.71	25.27	169.86	XI 24 kl. beh. Fl.,
		25.429	127.15	634	−11.16	39.32	169.50	nachher 2 kl. Fl.
		30.440	262.83	493	−10.79	111.21	169.90	
		24.419	122.74	799	−10.83	23.07	167.66	
		25.429	126.00	654	−10.84	37.55	167.73	Behofter Fl.
		30.440	262.02	456	−10.26	108.76	167.45	
	XII	1.488	269.76	639	− 9.87	123.81	167.55	
13.	XI	30.440	311.87	372	10.27	103.48	162.17	Beh. Fl. Vgl. R 310.16
	XII	1.488	301.77	563	9.73	118.36	162.10	
	XI	30.440	310.78	330	8.87	101.18	159.87	Kleiner Fl.
		»	312.96	284	8.33	98.30	156.99	„
		»	318.01	303	10.25	98.64	157.33	Fl. mit Hoftheilen
	XII	1.488	305.48	491	10.36	112.92	156.66	
	XI	30.440	321.10	267	9.82	96.24	154.93	„
	XII	1.488	306.27	462	10.14	110.91	154.65	
	XI	30.440	315.97	241	7.87	95.61	154.30	„
	XII	1.488	303.63	455	8.84	110.81	154.55	
	XI	25.429	98.16	792	8.86	23.91	154.09	Kleiner Fl.
		»	97.49	809	9.54	22.17	152.35	„
14.	XI	24.419	120.83	890	−10.73	11.72	156.31	„
		25.429	122.79	766	−10.64	27.43	157.61	
		24.419	120.34	906	−10.54	9.22	153.81	„ Vgl. R308.11
15.	XI	24.419	110.21	954	− 1.49	358.52	143.11	Sporad. kl. Fl.
16.	XII	1.488	297.55	176	2.80	94.29	138.03	Sporad. Pore
17.	XI	30.440	132.44	336	− 7.96	64.93	123.62	Kleiner Fl.
18.	XII	1.488	40.23	260	14.75	77.61	121.35	Sporad. Pore
		»	38.73	287	16.42	77.29	121.03	„
19.	XI	30.440	117.89	879	−10.17	19.33	78.02	Kleiner Fl.
		»	119.59	900	−12.02	16.35	75.04	„
20.	XII	1.488	131.87	913	−23.67	16.97	60.71	„
21.	XII	1.488	97.60	923	7.99	12.94	56.68	Kleiner beh. Fl.
22.	XII	7.413	71.16	329	10.34	73.34	32.55	Kleiner Fl.
		8.573	24.89	193	10.95	88.90	31.56	
		»	8.97	165	9.55	91.96	34.62	„
23.	XII	7.413	92.44	705	7.87	44.51	3.72	„
		»	94.08	752	7.15	40.22	359.43	„
		8.573	90.92	559	6.68	57.06	359.72	„

Herr Wolfer hat mir ferner über seine Beobachtungen des neuen Sternes in der Andromeda folgenden Bericht eingegeben:

«Den neuen Stern im Andromeda-Nebel habe ich unmittelbar nach Eintreffen der ersten Nachricht am 2. September aufgesucht, jedoch theils wegen ungünstiger Witterung, theils wegen anderweitiger Beobachtungen erst vom 12. September an regelmässig verfolgen können; ich theile im Folgenden eine kurze Beobachtungsreihe mit, die sich auf die Helligkeitsänderung des Sternes bezieht und die vielleicht zur Ergänzung anderer wird dienen können, weil fortgesetzte Beobachtungen dieser Art überhaupt nur an verhältnissmässig wenigen Orten gemacht worden zu sein scheinen. Da der sechszöllige Refractor der Sternwarte noch nicht wieder aufgestellt ist, so war ich auf das kleinere Fernrohr von 83^{mm} Oeffnung angewiesen und habe mich in Ermangelung photometrischer Hülfsmittel begnügt, Vergleichungen des neuen Sternes mit andern in seiner Umgebung durch einfache Stufenschätzungen zu machen. Ein Ocular von 80facher Vergrösserung erwies sich als das geeignetste, um das Licht der den Stern zunächst umgebenden Nebelmasse soweit abzuschwächen, dass der Lichteindruck des Sternes von dem seiner nächsten Umgebung leicht getrennt werden konnte, ein Umstand, der bei den Vergleichungen von besonderer Wichtigkeit war; ich habe desshalb auch stets vermieden, die zu vergleichenden Sterne gleichzeitig zu betrachten, bezw. die beiden Lichteindrücke gleichzeitig auf das Auge wirken zu lassen, weil bei der so stattfindenden seitlichen Betrachtung der beiden Sterne die Nova nicht vollständig von der benachbarten Nebelmasse hätte getrennt werden können und also eine Ueber-

schätzung ihrer Helligkeit die Folge gewesen wäre. In dem genannten Oculare erschien der neue Stern als ein scharf begrenztes Scheibchen, ohne Strahlen, das eher ein planetarisches als ein fixsternartiges Aussehen zeigte.

«Die Vergleichungen beziehen sich auf 9 Sterne der nächsten Umgebung, von denen 7 in der *DM* enthalten sind, während die beiden letzten, Sterne 10^m, ungefähr in der Mitte zwischen der Nova und dem Vergleichstern *a* liegen. Die Grössen der 7 erstern sind unmittelbar aus der *DM* entnommen wie folgt:

$a =$	*DM*	40° Nr. 145	$= 9^m.0$	$f =$	*DM*	40° Nr. 143	$= 9^m.5$
$b =$	„	149	$= 9.1$	$g =$	„	144	$= 9.5$
$c =$	„	146	$= 8.8$	$h =$		—	$= 10.0$
$d =$	„	151	$= 8.9$	$i =$		—	$= 10.0$
$e =$	„	142	$= 8.8$				

In der Regel ist der neue Stern an jedem Abend mit mehreren der Vorigen verglichen worden, um die Unsicherheit der Schätzungen, sowie der obigen Grössenangaben etwas auszugleichen und die Beobachtungen sind hier unmittelbar so mitgetheilt, wie sie erhalten wurden, indem die Grösse der Nova (*n*) ausgedrückt ist durch diejenige des Vergleichsternes und den in Zehntheilen einer Grössenclasse geschätzten Unterschied der beiden; die Vergleichsterne sind immer so gewählt, dass diese Unterschiede nie eine halbe Grössenclasse erreichen.

M. Z. Zürich

1885	IX	12.33	$n = a-2 = c-2$
		13.33	$= a-2 = c-1$
		14.38	$= a-1 = c-2$
		15.33	$= a+1 = b-2 = c-2 = e$
		16.33	$= a+1 = b-2 = c-1 = d-1$
		17.33	$= a+1 = b-2 = c-2 = d$
		20.35	$= a+1 = b-1 = c-2 = d-2$

	21.35	$n = a+2 = b-1 = c-1 = d \quad = e+2$
	22.35	$= a+2 = b+1 = c-1 = d \quad = e+1 = f-3$
	23.33	$= a+2 = b-1 = c \quad = d \quad = e+3 = f-2$
X	2.31	$= a+4 = b+2 = f \quad = g-2 = h-4$
	6.33	$= f+1 = h-3$
	9.37	$= f+2 = g \quad = h-3 = i-3$
	16.31	$= g \quad = i-1$
	17.31	$= g \quad = i-1$
	23.27	n nicht mehr erkennbar.

Die Einsetzung der oben angegebenen Vergleichsterngrössen ergibt das folgende System von Grössen für die Nova und ich stelle dasselbe absichtlich, nach Vergleichsternen geordnet, hier hin, weil sich daraus eine Bemerkung über einige der angewandten Vergleichsterngrössen ergibt.

		a	b	c	d	e	f	g	h	i	Mittel	Bemerkungen
IX	12.33	8.8	.	8.6	.	.	.	.	.	.	8.70	
	13.33	8.8	.	8.7	.	.	.	.	.	.	8.75	
	14.33	8.9	.	8.6	.	.	.	.	.	.	8.75	
	15.33	9.1	8.9	8.6	.	8.8	.	.	.	.	8.85	Mondschein
	16.33	9.1	8.9	8.7	8.8	.	.	.	.	.	8.88	„
	17.33	9.1	8.9	8.6	8.9	.	.	.	.	.	8.87	„
	20.35	9.1	9.0	8.6	8.7	.	.	.	.	.	8.85	„
	21.35	9.2	9.0	8.7	8.9	9.0	.	.	.	.	8.96	„
	22.35	9.2	9.2	8.7	8.9	8.9	9.2	.	.	.	9.02	„
	23.33	9.2	9.0	8.8	8.9	9.1	9.3	.	.	.	9.05	„
X	2.31	9.4	9.3	.	.	.	9.5	9.3	9.6	.	9.42	
	6.33	.	.	.	.	.	9.6	.	9.7	.	9.65	Neblig
	9.37	.	.	.	.	.	9.7	9.5	9.7	9.7	9.65	
	16.31	.	.	.	.	.	.	9.5	.	9.9	9.70	Mondschein
	17.31	.	.	.	.	.	.	9.5	.	9.9	9.70	„ Neblig

Die Abweichungen zwischen den aus den einzelnen Sternen erhaltenen Werthen liegen durchschnittlich innerhalb der Grenzen, die man bei Schätzungen dieser Art anzunehmen hat; auffällig sind nur die Abweichungen von a und c unter sich und gegenüber dem Mittel, die für jeden

der beiden Sterne stets im gleichen Sinne stattfinden und zwar so, als ob in der *DM a* etwas zu schwach, *c* etwas zu hell angegeben sei; die Vergleichung der beiden Sterne am Himmel unter sich und mit den übrigen, *b*, *d* und *e* bestätigt diess und es ist etwa anzunehmen

$$a = 8^{m}.8$$
$$c = 9.0$$

Diese Aenderung macht die Uebereinstimmung wesentlich besser, dagegen hat sie keinen Einfluss auf die Mittelwerthe von *n*, wie ja auch von vornherein beabsichtigt war, solche Fehler durch die Zahl der Vergleichsterne möglichst unschädlich zu machen. Der Gang der Helligkeitsabnahme findet in ziemlich regelmässiger Weise statt; Verzögerungen der Abnahme scheinen zwar für die Zeiten von XI 16—20 und sodann von X 9 ab angedeutet, indessen sind die Zahlen doch wohl nicht genau genug, um so geringe Ungleichheiten mit einiger Sicherheit feststellen zu können, und namentlich verdienen die beiden letzten Angaben von X 16 und 17, abgesehen davon, dass sie nur je auf 2 Vergleichungen beruhen, kein allzu grosses Vertrauen mehr, weil es damals schon sehr schwierig war, mit dem kleinen Instrumente den Stern noch deutlich auf dem hellen Grunde zu erkennen und ich nach X 17 denselben überhaupt nicht mehr unterscheiden konnte.»

Zum Schlusse gebe ich noch eine Fortsetzung des in Nr. XXIX begonnenen, dann wiederholt und zuletzt noch in Nr. LXIII fortgesetzten Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher-Sternwarte.

299) Hadley'scher Octant. — Angekauft.

Ein hölzerner Octant, der leider weder Name noch Jahrzahl zeigt, aber ganz dieselbe Construction besitzt, wie sie Hadley anwandte, und ziemlich sicher um die Mitte des vorigen Jahr-

hunderts in England gebaut wurde. Die Theilung ist auf einer Elfenbein-Einlage recht sauber ausgeführt, und erlaubt (in Beziehung auf die bereits verdoppelten Werthe) direct Drittelsgrade abzulesen, während ein Vernier, der 20 auf 21 Theile und den Nullpunkt in der Mitte hat, die einzelne Minute gibt. Ausser dem beweglichen und dem gewöhnlichen festen, zur Nulllinie parallelen Spiegel, ist noch ein zweiter fester, zur Nulllinie senkrechter Spiegel da, um auch stumpfe Winkel messen zu können. Jedem der beiden festen Spiegel entspricht ein Ocular-diopter, — und ebenso können zwei vorhandene Sonnengläser für beide Stellungen des Auges wirksam eingesetzt werden. Für die Alhidade ist eine Klemmschraube da, aber keine mikrometrische Bewegung; dagegen sind die nöthigen Correctionsmittel zur Richtigstellung der Spiegel vorhanden. Die ganze Ausführung kann als sorgfältig und solid bezeichnet werden.

300) Voll-Transporteur mit Diopterlineal, von Brander und Höschel in Augsburg. — Angekauft.

Ein messingener Kreis von circa 24 ^{cm} Durchmesser mit Gradtheilung. Die mit einem Vernierbogen (von 12 auf 13 Theilen, die der Gradtheilung entgegengesetzt laufen, und, entsprechend der Aufschrift „Quinta minuta“ jede fünfte Minute geben) versehene Alhidade hat, wie es bei Voll-Transporteuren gebräuchlich ist, eine Kreisführung um den durch eine Quadrantenspitze angedeuteten Mittelpunkt. Ein, seiner Mitte nach 90—270 entsprechender, volle 3 ^{cm} breiter Durchmesser zeigt zwei Löcher mit Schraubengewinde, so dass der Kreis offenbar zeitweise auf einem Stativ befestigt werden konnte. Auf der Alhidade kann ein Aufsatz mit Höhensector von 220 Halbgraden und Doppeldiopter aufgeschraubt werden, wodurch sie zum vollständigen Diopterlineale wird. Jedes der Diopter zeigt (oben oder unten) eine das Oculardiopter darstellende Bohrung, und (unten oder oben) ein eingesetztes kreisrundes Glasscheibchen mit eingeritzten, das Objectivdiopter repräsentirenden Kreuzlinien.

301) Darstellung der Sonnenflecken-Frequenz. Manuscript von W. R. Birt. — Geschenkt von Prof. Wolf.

In einem 1885 von Will. Wesley in London ausgegebenen Auctions-Cataloge fand ich unter Anderm „W. R. Birt, Cart of

the Maxima and Minima of the Frequency of Solar Spots from 1750—1850, 1 chart, 11 feet by 1 feet" zum Preise von 7 sh. 6 d. ausgeboten. Ich liess diese Karte aus Neugierde kommen, und erhielt so eine gar nicht üble graphische Uebersicht der von mir publicirten Relativzahlen und der ihnen zu Grunde liegenden Hauptreihen, — die ich mir aber allerdings um den angegebenen Preis nicht gekauft haben würde, wenn sie mir vorher zur Einsicht mitgetheilt worden wäre.

302) Secundenzähler. — Angekauft.

Ein Secundenzähler mit Secunden- und Minuten-Zeiger in Form einer gewöhnlichen Weckeruhr. Ganz aufgezogen läuft er etwa in $1^h\ 25^m$ ab, hat einen ziemlich lauten Schlag, und lässt sich durch einen Schieber ziemlich rasch stellen oder in Thätigkeit bringen.

303) Setzwaage. — Geschenkt von Herrn Prof. Dr. Friedr. Horner.

Diese Setzwaage besteht in einem, aus einer Messingtafel von circa $1^1/_2{}^{mm}$ Dicke geschnittenen rechtwinkligen Dreiecke, dessen Seiten 156, 171 und 231^{mm} messen. Längs der längern Kathete läuft eine 5^{mm} breite Spalte, welche unten eine Erweiterung hat, so dass ein Loth darin spielen kann, dessen Aufhängepunkt mit einer unten befindlichen Spitze correspondirt. Die Hypothenuse bildet mit der kürzeren Kathete einen Winkel von nahe $47^1/_2{}^\circ$, und wenn daher Letztere in der Mittagslinie liegt und das Loth einspielt, so fällt die etwas abgekantete Hypothenuse in die Weltaxe, und es hatte somit das nett ausgeführte Instrumentchen wohl nicht nur als Setzwaage, sondern auch als gnomonischer Hülfsapparat zu dienen. Auf der Vorderseite findet sich zwischen einigen Verzierungen die Inschrift „Herr Hs Jacob Horner Der Mahlen Pfarherr Zu Husen", — während man auf der Rückseite zwischen ebensolchen „Tempora, Tempera, Tempore (Halte rechtzeitig Haushalt mit der Zeit)", und „Hs Wilh. Schweitzer fecit" liest. Für Pfarrer Hans Jakob Horner vergl. Nr. 361 meiner Notizen, — über Hans Wilhelm Schweitzer habe ich dagegen bis jetzt noch nichts genaueres ermitteln können.

von Dioptern; nur ist die Eigenthümlichkeit da, dass vor das Eine der Objectivdiopter ein Plättchen geschoben werden kann. — Der Zweck von einigen unregelmässigen Theilstrichen auf IV, und von einigen Längentheilungen auf verschiedenen Stellen des Instrumentchens ist mir nicht klar geworden; aber schon aus dem Vorstehenden folgt, dass man mit demselben Elevations- und Depressionswinkel bis auf etwa 5′ genau messen, — neben oder statt dem Winkel auch dessen Sinus oder Cosinus, — ferner die einer Elevation entsprechende Wurfweite ablesen kann, — ja dass es auch einen Sonnensextanten ersetzt. Es ist also der Gebrauch ein sehr mannigfaltiger, und es macht diese Combination (auch ganz abgesehen von der mir sonst noch nie vorgekommenen, eigenthümlichen Gegenüberstellung von Transversalen und Vernier) ihrem Autor entschieden Ehre.

305) Nocturnal von Hartmann. — Geschenkt von Herrn Friedrich Bürkli in Zürich.

Schon im Jahrgange 1884 der Vierteljahrsschrift hatte ich die Freude in Notiz 367 mitzutheilen, dass Herr Friedrich Bürkli in Zürich der historischen Sammlung der Sternwarte ein um die Mitte des 17. Jahrhunderts von Leonhard Hartmann in St. Gallen besessenes und wahrscheinlich von ihm selbst construirtes Instrumentchen geschenkt habe. Ich gab dort eine kurze biographische Notiz über den, jedenfalls für seine Zeit und seine Vaterstadt nicht unbedeutenden St. Galler Gelehrten und Künstler, dabei für das Instrumentchen selbst auf gegenwärtige Nummer des Sammlungs-Verzeichnisses verweisend, und will nun das gegebene Versprechen einlösen. — Das besagte Instrumentchen besteht aus einer quadratischen Messingtafel von etwa $6^1/_2{}^{cm}$ Seite, welche in der Mitte eine Bohrung von circa 2^{mm} Durchmesser zeigt, um welche sich unabhängig von einander theils ein in die Tafel eingelassener, in 2×12 Stunden und ihre Viertel getheilter Kreis von etwa $4^1/_2{}^{cm}$ Durchmesser, theils eine, einen verlängerten Radius bildende und entsprechend der „Linea fiducie“ der ältern Winkelinstrumente construirte, sog. „Regel“ von $5^1/_2{}^{cm}$ Länge, drehen. Den beweglichen Kreis umgeben feste Kreise, deren äusserer in die 12 Zeichen und ihre Sechstel getheilt ist, während der innere

der jungen Welt „Zitli-Papa“ genannt worden sei, auch bis in sein höchstes Alter ein eifriger Schütze war. Das Instrumentchen, welches entschieden aus dem vorigen Jahrhundert stammt, und nach seiner ganzen Anlage und Ausführung viel eher auf einen handfertigen Liebhaber, als auf einen eigentlichen Mechaniker hinweist, kann also ganz gut von diesem jüngern Johannes Sutermeister verfertigt sein, — und es muss jedenfalls die von Herrn Henz geäusserte Idee, es möchte Sutermeister bloss Besitzer, und dagegen der (erst 1803 nach Aarau gekommene) Mechaniker Esser der wirkliche Verfertiger gewesen sein, als unstatthaft bezeichnet werden. — Was nun noch den Constructions-Detail anbelangt, so hat der Eine Quadrant 4 Theilungen, welche von aussen nach innen mit „Grad (I), Bas. (II), Cath. (III) und Grad (IV)“ bezeichnet sind, — der Andere 3, welchen „Gantz und halbe Grad (V), Transvers. (VI) und Grad (VII)“ beigeschrieben ist: Bei I, IV, V und VII ist der Quadrant je in 90 gleiche Theile getheilt, — bei I, V und VII sind den Theilstrichen ihre wirklichen Werthe, bei IV nur die Hälften derselben beigeschrieben, — bei V sind noch die halben Grade angegeben. II und III sind in 100 ungleiche Theile getheilt, und zwar so, dass der Gradtheilung I auf II die Cosinus und auf III die Sinus entsprechen, somit auch der Gradtheilung IV die Cosinus und Sinus der doppelten Winkel. VI endlich ist mit Transversalen ausgefüllt, welche einen Gradstrich auf V mit dem folgenden Gradstrich auf VII, sodann diesen mit dem ihm folgenden Gradstrich auf V, etc. verbinden, und durch concentrische Kreise geviertheilt werden, so dass direct auf 15′ und durch Schätzung etwa auf 5′ abgelesen werden kann. — Die Alhidade ist so construirt, dass auf der einen Hälfte ihre Eine Kante einem Radius entspricht, während die andere Hälfte sich nach aussen so weit verbreitert, dass den Theilungen entsprechend ein weiter Ausschnitt gemacht werden konnte, über welchen in der Richtung des Radius ein als Index dienendes Haar gespannt wurde. Die äussere Seite des Ausschnittes ist zur Anbringung eines Vernier für die Theilung I benutzt, und zwar sind für denselben zu beiden Seiten des Index je 13° in 12 Theile getheilt, so dass er 5′ gibt. Endlich trägt die Alhidade in gewöhnlicher Weise zwei sich entgegenstehende Paare

von Dioptern; nur ist die Eigenthümlichkeit da, dass vor das Eine der Objectivdiopter ein Plättchen geschoben werden kann. — Der Zweck von einigen unregelmässigen Theilstrichen auf IV, und von einigen Längentheilungen auf verschiedenen Stellen des Instrumentchens ist mir nicht klar geworden; aber schon aus dem Vorstehenden folgt, dass man mit demselben Elevations- und Depressionswinkel bis auf etwa 5′ genau messen, — neben oder statt dem Winkel auch dessen Sinus oder Cosinus, — ferner die einer Elevation entsprechende Wurfweite ablesen kann, — ja dass es auch einen Sonnensextanten ersetzt. Es ist also der Gebrauch ein sehr mannigfaltiger, und es macht diese Combination (auch ganz abgesehen von der mir sonst noch nie vorgekommenen, eigenthümlichen Gegenüberstellung von Transversalen und Vernier) ihrem Autor entschieden Ehre.

305) Nocturnal von Hartmann. — Geschenkt von Herrn Friedrich Bürkli in Zürich.

Schon im Jahrgange 1884 der Vierteljahrsschrift hatte ich die Freude in Notiz 367 mitzutheilen, dass Herr Friedrich Bürkli in Zürich der historischen Sammlung der Sternwarte ein um die Mitte des 17. Jahrhunderts von Leonhard Hartmann in St. Gallen besessenes und wahrscheinlich von ihm selbst construirtes Instrumentchen geschenkt habe. Ich gab dort eine kurze biographische Notiz über den, jedenfalls für seine Zeit und seine Vaterstadt nicht unbedeutenden St. Galler Gelehrten und Künstler, dabei für das Instrumentchen selbst auf gegenwärtige Nummer des Sammlungs-Verzeichnisses verweisend, und will nun das gegebene Versprechen einlösen. — Das besagte Instrumentchen besteht aus einer quadratischen Messingtafel von etwa $6^1/_2$ cm Seite, welche in der Mitte eine Bohrung von circa 2 mm Durchmesser zeigt, um welche sich unabhängig von einander theils ein in die Tafel eingelassener, in 2×12 Stunden und ihre Viertel getheilter Kreis von etwa $4^1/_2$ cm Durchmesser, theils eine, einen verlängerten Radius bildende und entsprechend der „Linea fiducie“ der ältern Winkelinstrumente construirte, sog. „Regel“ von $5^1/_2$ cm Länge, drehen. Den beweglichen Kreis umgeben feste Kreise, deren äusserer in die 12 Zeichen und ihre Sechstel getheilt ist, während der innere

die 12 Monate, sowie von 5 zu 5 auch ihre Tage zeigt. Dabei entsprechen sich, wie es bei dem damals in St. Gallen noch gebrauchten Kalender sein musste, Anfang Widder und eilfter März, und überdiess sind Beide so gestellt, dass die Regel, wenn sie nach unten gerichtet ist, etwa auf den 21. October und den siebenten Grad des Scorpions fällt, in der Meinung, dass am 21. October sowohl die Sonne, als der zum Richtstern gewählte Kochab (β Ursæ minoris) die Länge von 217° besitze. Während somit die Vorderseite des Instrumentchens wesentlich dem von Sebastian Münster in s. „Fürmalung und Künstlich beschreibung der Horologien. Basel 1537 in fol." beschriebenen Nocturnal entspricht, zeigt die Rückseite als Hauptbestandtheil einen in Grade abgetheilten Quadranten von nahe 6 cm Radius, dessen Null bei verticalem Stande des zugehörigen Radius ein Lothfaden entspricht, während der Radius von 90° der durch zwei kleine Absehen bestimmten Visirlinie parallel ist; man hat somit einen Höhenquadranten, bei welchem der Lothfaden als Zeiger functionirt. Ein äusserer Bogen von 47° Länge, dessen Mitte mit 43°, d. h. der ungefähren Aequatorhöhe von St. Gallen, correspondirt, und dem „Zodiacus" beigeschrieben ist, zeigt die ekliptischen Zeichen in der Weise, dass für jede Länge der Sonne an dem Quadranten ihre Mittagshöhe abgelesen werden kann. Das Innere des Quadranten ist nebensächlich mit einem „Purbach'schen Quadratum geometricum" und einem Systeme von Kreisen ausgefüllt, welche offenbar eine Art Sonnenquadrant constituiren, auf welchen ich vielleicht später noch einmal zurückkommen werde, da er nicht mit dem von Graffenried beschriebenen und von Meylin ausgeführten (v. Nr. 201 des Sammlungsverzeichnisses) übereinstimmt, — noch eher, aber auch nicht völlig, mit dem durch Sacrobosco auf uns gekommenen arabischen Sonnenquadranten (v. meine Gesch. d. Astr. p. 146). In der verlorenen Ecke ausserhalb des Quadranten endlich ist eine die Tagesregenten schematisch darstellende Figur angebracht. — Das schon in Notiz 367 als „Agenda" erwähnte, in Leder gebundene kleine Notizbuch, welches zugleich als Etui für das Instrumentchen dient, enthält vier, zum Theil zierlich beschriebene Blätter, und zwar liest man auf der Vorderseite desjenigen, welches dem Einlage-Rahmen für das Nocturnal folgt:

„Vom Nutz und dienst diss Instruments.

1. Damit kan man der ☉ ☾ und der sternnen höhi finden.
2. Die stunnd dess Tages zu erfahren bey dem ☉ schein.
3. Wann die sonn aufstand oder Niderganng.
4. Wie Lang Tag und Nacht seye durchs gantze Jar.
5. Worinn die sonn sey ze erfahren.
6. In welchem Monet es sey zu erkundigen.
7. Jedes Lands Polus höhi darinnen man ist zu erfahren.
8. Auff was Polus höhi diser Quadrant gericht.
9. Durch diss ein Täfelin der erhöhung der ☉ zu jeder zit.
10. Zu welcher Zeit und stund ein Jeder planet Regir.
11. Die stunden bei Nacht zu erfahren.
12. Item Scala Altimetria dadurch man alle höhi, weyti, tieffi, etc. Abzumessen.
13. Ist ein Winkhelmass.
14. Ein Bley oder Wasser Wag, etc.
    Item wie weit die Zenith von einander. Auch auf Erden etc. Declinatio Solis ab Aequatorj.“

Auf der Rückseite desselben Blattes findet sich die Doppel-Tafel:

Monat	hat tag	☉ geth den Tag in
Jenner	31	☉ ♒ den 10 diss
Hornung	28	♓ 10
Mertz	31	♈ 10
Aprill	30	♉ 10
May	31	♊ 11
Brachm. Juni	30	♋ 11
Hewmonat	31	♌ 13
Augstm.	31	♍ 13
Herpst. Sept.	30	♎ 13
Weinm. Oct.	31	♏ 14
Winterm.	30	♐ 12
Christmon.	31	♑ 11

pol 47	1.11	2.10	3.9	4.8	5.7	stund
Hori	11° 5′	22 53	36 11	51 42	69 53	gr. m.
Vert	10 12	21 29	34 18	49 44	68 33	

deren erster Theil selbstverständlich ist, während in Beziehung auf den zweiten bemerkt werden mag, dass er für die Polhöhe 47° die nöthigen Winkel gibt, um zu Gunsten einer Horizontal-

oder einer im ersten Vertical zu erstellenden Vertical-Uhr die Stundenlinien zu verzeichnen. — Eine nähere Ausführung des auf der Vorderseite enthaltenen reichhaltigen Programmes zu geben, scheint Hartmann nicht nothwendig gefunden zu haben; wenigstens beschränkte er sich darauf, dem Vorblatte, welchem die in Notiz 367 gegebene Signatur entnommen wurde, noch die Notiz einzuverleiben:

„Gebrauch diss Nocturnals.

„Richte das stundenscheibli mit den 12* auf der Sonne grad oder Monatstag, halts fest und ufrecht, sihe den Polum durch dz löchli, und suche mit der Regel den Kochab oder hinderrad im kleinen Bären gegen der R. hand, so wirt sich die Regel auf selbiger stund ziffer befinden."

um dann noch auf zwei weitern Blättern unter dem Titel „Tabula synoptica" eine, muthmasslich den Gebrauch des „Quadratum" voraussetzende, schematische, aber ziemlich abstruse Anleitung zur Distanz- und Höhenmessung zu geben, an deren Schluss man die ohne Zweifel auf Anwendung des Quadranten bezüglichen Worte liest: „Oder mit dem graden brauch die sinum". Die folgende Seite zeigt dann wirklich die Ueberschrift „Kurz Bericht vom Sinus und Tang. et Sec. zum Quadranten", — aber ist sonst leer geblieben. Dagegen gibt eine letzte Seite unter dem Titel „Exempl zu Tangente und Secante" ein numerisches Beispiel, wie in einem rechtwinkligen Dreiecke aus einer Kathete und dem anliegenden Winkel die beiden andern Seiten berechnet werden können: Dasselbe zeigt einerseits, dass Hartmann die trigonometrischen Tafeln, aber nicht die Logarithmen, kannte, — und anderseits, dass damals in St. Gallen die Decimalrechnung noch nicht sehr einheimisch war, da er sonst kaum nöthig gefunden hätte, für die Division eines Produktes durch 1000 die Regel „so vil 0 im theiler sind, so vil zahlen schneid ab" beizufügen.

306) Darstellung des jährlichen Ganges in der Häufigkeit der Nordlichter. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Die von mir 1875 in Nr. V meiner „Mittheilungen" für jeden einzelnen Monat gegebenen Nordlichtcataloge einfach neben einander stellend, erhielt ich ein ganz anschauliches Bild des jährlichen Ganges in der Häufigkeit der Nordlichter, welches

ich seither der Sammlung überlassen, und unter vorstehender Nummer in dieselbe eingereiht habe. Es ist noch beizufügen, dass dabei der gedruckte Catalog durch einige handschriftliche Einträge noch etwas vervollständigt ist.

307) Zwei Abbildungen des Orion-Nebels. — Geschenkt von der Royal Society.

Die beiden prachtvollen Abbildungen, welche den Philos. Trans. 1868 beigegeben wurden, — die Eine den Orion-Nebel auf hellem, die Andere denselben auf schwarzem Grunde zeigend. Beide tragen die Inschrift: „The great Nebula in the Sword-Handle of Orion as seen with the Reflector of six-feet aperture at Parsonstown from 1860 to 1867", und überdiess noch die Angaben: „Scale $\frac{3}{8}$ of 1 inch = 1 minute of space", und: „Engraved by J. Basire".

308) Mappa selenographica von Beer und Mädler. — Angekauft.

Die bekannte, von 1834 datirende, grosse Mondkarte von drei Fuss Durchmesser.

309) Temperatur-Tafel. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Eine Tafel von 127 ^{cm} Länge und 56 ^{cm} Höhe, auf welcher ich die von mir zur Zeit (s. Bern. Mitth. 1855), aus den in Bern und Umgebung von 1771—1852 gemachten Temperatur-Beobachtungen, für jeden Tag des Jahres berechnete mittlere Temperatur auftrug, — sowie zur Vergleichung entsprechende Temperatur-Curven für Archangel, Berlin und Madras, den von Denzler aus den Beobachtungen von Zuber ermittelten Verlauf der untern Schneegränze am Sentis, etc. etc.

310) Spektral-Tafeln. — Angekauft.

Drei Tafeln, welche zur Zeit von Hartinger in Wien lithographirt wurden, und in Verlag der dortigen Firma G. A. Lenoir übergingen: Tab. I und II, welche zur Vergleichung des Sonnenspektrums mit den Spektren verschiedener Metalle dienen, sollen die Originalzeichnungen von G. Kirchhoff und R. Bunsen zu Grunde liegen, — Tab. III gibt eine Stern-Spektraltafel nach William Huggins und Allan Miller.

Notizen.

Auszug aus einem Schreiben von Herrn Pfarrer Tscheinen in Grächen vom 18. Aug. 1885. — Unlängst erzählte mir der Herr Pfarrer von Randa von einem sonderbaren Naturereignisse, welches in seiner Nähe stattfand; ich ersuchte ihn, dasselbe mitzutheilen, damit ich es Ihnen auch bekannt machen könne. Hier theile ich seinen Brief wörtlich mit: „Theuerster Freund! — Endlich komme ich nach vielen kleinen Kreuz- und Querfahrten durch Thal und über Berge und gebe Ihnen eine spärliche Beschreibung des schon besprochenen Schuttsturzes. Es war am 13. Juli circa 11 Uhr Tags, als ganz oben am kahlen Kalkfusse des herrlichen Weisshorns sich ein gewaltiges dumpfes Getöse hörbar machte. Ein Augenblick, und man sah unter besagten Kalkzinnen, an denen sich seit einigen Decennien ein kleiner Gletscher lagert und in welchem sich wohl eine Wasserblase gebildet, eine hochaufgethürmte Staub- und Schuttwolke. Noch ein Moment — und ein schauerliches Krachen und donnerartiges Getöse, mit hochaufwirbelnder, rabenschwarzer Staubwolke, erdröhnten in der ganzen Umgegend. In wildem, pfeilschnellem, gewaltigem Sturze wurden die kothigen Wasser- und Steinschuttmassen durch einen langen schauerlichen Bergschacht herunter in's Thal und in's Hauptwasser geschleudert. Mehr denn eine volle Stunde dauerte das furchtbar schrecklich schöne Schauspiel. Immer neue Schuttmassen mit erhöhtem Donnergetöse wälzten sich dem Thale und der Vispe zu, deren Wasser zu einem See aufgestaut wurde. Gewöhnt an öftere ähnliche herabstürzende Gletscher- und Schneelawinen sahen unsere Bergsöhne ruhigen Blickes dem Naturereignisse zu. Doch weiterer Schaden ist Gott sei Dank nicht geschehen.“ — Von demselben Herrn Pfarrer. — „Gestern oder auch letzte Nacht vom 11. August hatte wieder ein starker Gletschersturz vom Weisshorn herab sich ereignet.“

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Hauptversammlung vom 18. Mai 1885.

1. Der Quästor, Herr Escher-Hess, legt die Rechnung für das Jahr 1884 vor, welche folgendes Ergebniss zeigt:

Einnahmen	Fr.	Ct.	Ausgaben	Fr.	Ct.
Vermögensbestand Ende 1883 . . .	77522	78	Für Bücher	2995	—
Zinse	3272	—	Buchbinderarbeit . .	1016	80
Marchzinse	377	45	Neujahrsblatt . . .	436	—
Jahresbeiträge . .	2925	—	Vierteljahrsschrift .	1583	65
Eintrittsgelder . .	100	—	Katalog (Neudruck) .	1904	40
Neujahrsblatt . . .	280	95	Beitrag a. d. Säntisst.	300	—
Katalog	16	—	Miethe, Heizung und Beleuchtung . . .	266	95
Vierteljahrsschrift .	77	23	Besoldungen . . .	800	—
Beiträge v. Behörden und Gesellschaften	1220	—	Für die Verwaltung .	317	50
Allerlei	5	05	Passiv-Zinse. . . .	3	55
			Allerlei	58	50
Summa:	85796	46	Summa:	9682	35

Es bleibt somit als Gesellschaftsvermögen auf Anfang 1885 Fr. 76114.11, gegenüber dem Vermögensstand vom Vorjahr somit ein Rückschlag von Fr. 1408.67, der jedoch nur von dem grossen Posten Katalog, somit einer ganz aussergewöhnlichen Ausgabe herrührt.

Auf Antrag des Comité wird die Rechnung unter bester Verdankung gegen den Quästor genehmigt.

2. Der Secretär erstattet folgenden Bericht über die Thätigkeit der Gesellschaft seit der Hauptversammlung vom 19. Mai 1884:

Seit der Hauptversammlung vom 19. Mai 1884 versammelte sich die Gesellschaft in 13 Sitzungen, in welchen 16 Vorträge gehalten und 5 kleinere Mittheilungen gemacht wurden:

Herr Professor Klebs berichtet über seine bacteriologischen Untersuchungen.

Herr Dr. Imhof spricht über die mikroscopischen Bewohner der Limmat und über einige neue Mitglieder der pelagischen Fauna.

Herr Professor Schröter spricht über die Caprification der Feige und über den Bambus als Nutzpflanze und macht eine Vorweisung von javanischen Früchten.

Herr Dr. Keller berichtet über seine forstzoologischen Untersuchungen.

Herr Prof. Heim hält einen Vortrag über die Constructur der Gletscher.

Herrr Dr. Goldschmied referirt über die erste vollständige Synthese eines Pflanzenalkaloids.

Herr Prof. Fiedler spricht über drei gleichseitige Rotationshyperboloide desselben Büschels und weist ein neues Modell vor.

Herr Prof. Bühler hält einen Vortrag über den Einfluss der Meereshöhe auf das Wachsthum der Bäume.

Herr Prof. Ritter behandelt ein neues statisch-mathematisches Problem.

Herr Prof. Weber hält einen Vortrag über das Maass der Sonnenstrahlung und macht eine Mittheilung über ein allgemeines Gesetz des tropfbar-flüssigen Zustandes.

Hr. Dr. Beyel hält einen Vortrag über Imaginärprojectionen.

Herr Prof. Meyer-Eimar spricht über die grossen Panopäen-Muscheln der Molasse.

Herr Prof. Lunge hält einen Vortrag über die Theorie des Schwefelsäurebildungsprocesses.

Herr Prof. Schär spricht über das Cocain.

Herr Dr. Tobler hält einen Vortrag über die Bestimmung von Kabelfehlern.

Herr Prof. Cramer weist einen neuen beweglichen Objecttisch vor.

Es wurden in die Gesellschaft neu aufgenommen 7 ordentliche Mitglieder und ein Ehrenmitglied (Herr Prof. L. Soret in Genf) ernannt. Ihren Austritt nahmen 2 Mitglieder, durch Tod verlor die Gesellschaft 5 Mitglieder.

Die Gesellschaft zählt gegenwärtig 188 ordentliche, 23 Ehren- und 10 correspondirende Mitglieder. Von den ordentlichen Mitgliedern wohnen 28 ausserhalb der Schweiz.

3. Der Bericht des Bibliothekars, Dr. Ott, lautet wie folgt:

Im vergangenen Jahr betrug die Ausgabe für Bücheranschaffungen Fr. 2995. —. Werden hievon die Rabatte im Betrag von Fr. 232. 73 abgezogen, so bleiben als eigentliche Ausgabe für Bücher Fr. 2762. 27. Davon entfallen auf Neuanschaffungen Fr. 683. 43, das übrige mit Fr. 2078. 84 auf Fortsetzungen. Die neuen Anschaffungen in diesem Jahre sind folgende:

Möbius und Heinke, Die Fische der Ostsee.
Heinke, Die Varietäten des Härings.
Flemming, Zellsubstanz, Kern und Zelltheilung.
Kerner, Monographia pulmonariarum.
Fick, Flora von Böhmen und Schlesien.
Wolle, Desmids of the United States.
Ackermann, Physische Geographie der Ostsee.
Nordenskjöld, Wiss. Ergebnisse der Vega-Expedition.
Report of the voyage of the „Challenger".

Neu abonnirt wurde auf:

Recueil zoologique suisse.
Zoologische Beiträge von Schneider.

Ferner wurden von der Büchercommission in diesem Jahre neu anzuschaffen beschlossen:

Mittheilungen d. zool. Stat. Neapel.
Saville and Kent, Manual of infusoria.
Annales de botanique de Buytenzorg.
Hausknecht, Monographie der Gattung Epilobium.
Grisebach, Symbolae ad floram Argentinicam.
Tschermak, Mineralog. Mittheilungen.
Lehmann, Entstehung der altkrystallin. Schiefergesteine.
Fontannes, Mollusques pliocènes de la vallée du Rhône et du Roussillon.
Mémoires de Coulomb.
Thomson, Sir W., Gesammelte Werke.
Routh, Rigid dynamies.
Wallace, The Malay archipelago.
Belt, Die Naturforschung in Nicaragua.
Bates, Die Naturforschung am Amazonenstrom.
Markham, Travels in Peru and India.
Gorkum, Chinakultur auf Java.
D'Archiac, Paléontologie de l'Asie Mineure.

Der Schriftenaustausch hat im abgelaufenen Jahre wieder um etwas zugenommen. Es sind ferner Geschenke eingegangen von folgenden Donatoren:
Schweiz. naturforsch. Gesellschaft.
K. bayr. Akademie.
Académie nationale des sciences à Cordoba (Argent.).
Eidgen. Bauinspectorat.
Fries'scher Fonds.
Holländ. Colonialregierung in Sumatra.
Museo nationale de Rio de Janeiro.
Comité internat. des poids et mesures.
Museumsges. in Zürich.
Schweiz. geolog. Commission.
Prof. Wolf, Fiedler, Heim, Forel, Dir. Billwiller, Prof. Wydler in Gernsbach, Favaro in Bologna, Burmeister in Buenos-Ayres, Kölliker in Würzburg, Plantamour in Genf, Fick in Würzburg, Brügger in Chur, Koch in Berlin, H. Koch in Prag, Retzius in Stockholm, Dr. Jentsch, Imhof, Iconomopoulos, Tribolet, Choffat, Geddes, Schübeler, Ackermann, Valentiner, Soret, Fol et Sarasin, Baur, Familie Ziegler.

Allen diesen Donatoren sprechen wir im Namen der Gesellschaft den verbindlichsten Dank aus.

Die Benutzung der Bibliothek ist fortwährend eine sehr rege, erfreuliche. Mit Bezug auf den vor kurzer Zeit fertiggestellten Katalog bringe ich in Erinnerung, dass derselbe den Mitgliedern zu Fr. 4.— überlassen und auf ihr Verlangen zugestellt wird.

4. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt das Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Vom Herrn Verfasser:

Stiemer, Dr., Ueber die neuesten Fortschritte in der Verwerthung des Torfes zur Gasfabrikation etc.

Von der Tit. schweiz. meteorol. Centralanstalt in Zürich:

Gewitterbeobachtungen im Jahr 1883.

Vom eidgen. Ober-Bauinspectorat in Bern:

Schweizerische hydrometrische Beobachtungen.
Aare-Gebiet a und b 1884.

Reuss-Gebiet 1884.
Rhein- „ a und b 1884.
Limmat- „ 1884.
Bassin du Rhône 1884.
Bassin du Tessin 1884.

Vom Tit. Fries'schen Fonds:

Topographischer Atlas der Schweiz, 27. Lief.

Von der Tit. schweiz. geologischen Commission:

Beiträge zur geolog. Karte der Schweiz. Blatt 18 zu Lief. 21.

Von Herrn Prof. Kölliker in Würzburg:

Kölliker, Prof. A., Bemerkungen zu E. Haeckel's Aufsatz, über Ursprung und Entwicklung der thierischen Gewebe.
J. Kollmann's Akroblast.

Vom Herrn Verfasser:

Beust, Dr. Fr., Untersuchung über fossile Hölzer aus Grönland.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 29, Heft 4.
Staudt, G. Ch. v., Geometrie der Lage. 8° Nürnberg 1847.
Pluecker, Jul., Neue Geometrie des Raumes. 1. u. 2. Abtheilung. 4° Leipzig 1868.

Vom Herrn Verfasser:

Putnam, Charles E. Elephant pipes.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Bulletin de la soc. belge de microscopie. Année XI. No. 4.
Mittheilungen d. k. k. mähr.-schles. Ges. z. Bef. d. Ackerbaues in Brünn. Jahrg. 64.
Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. XI. No. 5—7.
Bulletin de la soc. vaud. des sciences nat. 2. série vol. 20. No. 91.
Records of the geolog. survey of India. Vol. XVIII part. 1.
Actes de la soc. Linnéenne de Bordeaux. 4. série, tome VII.
Mémoires de l'académie des sciences et lettres de Montpellier. Tome V. fasc. 3.
Communicaçoes da secção dos trabalhos geologicos de Portugal. Tome I. fasc. 1.
Bulletin de la soc. des sciences etc. de la Basse-Alsace. Tome XIX. No. 3. 4.

Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles pr. Baumhauer. Tome 19. No. 4. 5.

Sitzungsberichte d. k. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. No. 40—54.

Annalen des physikal. Central-Observatoriums in St. Petersburg. Für 1883. Theil 1 u. 2.

Nachrichten von der königl. Ges. d. Wissensch. u. der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen für 1884. No. 1—13.

Atti della reale accademia dei Lincei 1884/85. IV. Série. Vol. 1. fasc. 7—10.

Beiträge zur Kenntniss der Flora der Vorwelt. Bd. II. (von d. k. k. geolog. Reichsanstalt in Wien.)

Zeitschrift f. Naturwissensch. 4. Folge. Bd. 3. Heft 4 u. 6.

Jahresbericht d. naturf. Gesellsch. Graubündens. Jahrg. 27.

Proceedings of the R. geograph. soc. Vol. VII. No. 4. 5.

Atti della società Toscana di scienze naturali. Vol. IV. fasc. 3. 4.

Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia. 1884. part. 3.

Jahresbericht, 51., d. Museums-Gesellsch. in Zürich pro 1884.

Boletim da sociedade de geogr. de Lisboa. 4. Série. No. 10 u. 11.

Journal of the R. microscopical society. II. series vol. V. part. 2.

Leopoldina. Heft 21. No. 1—6.

Schriften des Vereins für Geschichte und Naturgeschichte in Donaueschingen. V. Heft. 1885.

Verhandlungen d. naturf. Ges. in Brünn. Bd. XXII. Heft 1 u. 2. und Ber. der meteorolog. Commission daselbst im Jahr 1882.

Den Norske-Nordhavns-Exped. 1876—1878. Zoologi. Heft 12 u. 13.

Verhandlungen d. k. k. zoolog.-botan. Ges. in Wien. Bd. 34. 1884, und Personen-, Orts- und Sachregister.

Verhandlungen d. Vereins f. naturw. Unterhaltung zu Hamburg. 1878—1882. Bd. V.

Bulletin de la soc. imp. des natur. de Moscou. Année 1884. No. 2.

Proceedings of the scientif. meetings of the zoolog. Soc. of London 1884. Part. IV.

Bulletin de l'académie imp. des sciences de St. Pétersbourg. Tome 30. No. 1.

Zeitschrift d. deutschen geolog. Gesellschaft. Bd. 34. Heft 4.

Mitth. a. d. naturw. Verein v. Neu-Vorpommern u. Rügen. Jahrg. 16.

C. Anschaffungen.

Nägeli, C. v. u. Peter, A., Die Hieracien Mittel-Europa's (Piloselloiden).

Bulletin de la soc. géologique de France. III. série, tome X.

Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere von Moleschott. Bd. 13. Heft 4 u. 5.

Centralblatt, biologisches. Bd. 5. No. 1–3. Register zu Band 4.

L'année scientifique et industrielle par L. Figuier. Vol. 28. 1884.

Wetterb. d. schweiz. meteorolog. Centralanst. v. 17. März—18. Mai.

Mémoires de l'académie imp. des sciences de St. Pétersbourg. VII. série, tome 32. No. 13.

Electrotechnische Zeitschrift. Jahrg. 6. No. 3. 4.

Annalen der schweiz. meteorolog. Centralanstalt. Bd. 19. u. 20. 1882—1883.

Reports of the scientific results of the exploring voyage of the „Challenger". Zoology. Vol. VIII—X.

Journal de physique théorique et appliquée par d'Almeida. II. série, tome 4. No. 3.

Gazzetta chimica italiana. Anno XIV. fasc. 10. Anno XV. fasc. 1. 2.

Annalen der Chemie von Liebig. Bd. 228. Heft 1. 2.

Archiv f. naturw. Landesdurchforsch. v. Böhmen. 2. Bd. 2. Theil.

Transactions of the entomolog. soc. of London for 1884. part 5.

Abhandlungen der schweiz. paläontolog. Ges. Vol. XI. 1884.

Acta mathematica von G. Mittag-Leffler. Vol. 6. part. 1.

5. Auf den Vorschlag des Comités wird Herr Prof. Dr. Schröter zum Comitémitglied ernannt.

6. Die Herren Dr. O. Lindt in Aarau und Prof. Hantzsch in Zürich melden sich als Candidaten zur Aufnahme in die Gesellschaft.

7. Der Stadtrath Zürich theilt mit Schreiben v. 8. Mai 1885 der Gesellschaft mit, dass die ihr durch Beschluss vom 5. April 1864 zur Aufstellung der Bibliothek zur Verfügung gestellten und bisher von ihr beworbenen 2 Zimmer im Helmhaus in Folge Raummangels der Stadtbibliothek zugewiesen und daher von der naturforschenden Gesellschaft auf Ende des Jahres zu räumen seien. Die Angelegenheit soll in der nächsten Sitzung besprochen werden.

8. Herr Director Billwiller hält einen Vortrag über die Ergebnisse der Aufzeichnungen des Anemometers auf dem Säntis.

Sitzung vom 15. Juni 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Correspondenzbl. d. naturw. Vereins in Regensburg. Jahrg. 38.
Zeitschrift für Naturwissenschaften in Halle. Bd. 58. Heft 1.
Scientific proceedings of the royal Dublin soc. N. S. Vol. IV. part. 5. 6,
Scientific transactions of the royal Dublin soc. Series 2. vol. III. part. 4—6.
Atti della reale accademia dei Lincei 1884/85. Serie 4. vol. 1. fasc. 11.
Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia. 1885. Part 1.
Report, 13th, annual, of the zoolog. soc. of Philadelphia.
Jahresbericht, 69., der naturf. Gesellsch. in Emden. 1883—84.
Zeitschrift der deutschen geolog. Gesellschaft. Bd. 37, Heft 1.
Bericht, 24. u. 25., über die Thätigkeit des Vereins f. Naturk. v. 1882—84 u. zugl. Festb. über die 25jährige Stiftungsfeier.
Bulletin mensuel de la soc. des sciences etc. de la Basse-Alsace. Tome 19, fasc. 5.
Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. XI. No. 8.
Acta universitatis Lundensis. Tomus XIX. 1882/83 u. Cat. f. 1883.
Mittheilungen aus dem Jahrbuch d. k. ungarischen geolog. Anstalt. Bd. VII. Heft 4.
Földtani Közlöny. XV. Kötet. Füzet 3—5.
Jahresbericht, 20., des naturw. Vereins zu Bremen 1884.
Jahresbericht, 6., des naturw. Vereins zu Osnabrück. 1883 u. 84.
Proceedings of the R. geograph. soc. of London. Vol. VII. No. 6.

B. Anschaffungen.

Wetterb. d. meteorolog. Centralanst. v. 19. Mai—15. Juni 1885.
Biologisches Centralblatt. Bd. 5. Heft 4. 5. 6.
Journal de physique pr. d'Almeida. 2. Série. Tome 4. No. 4.
Recueil zoologique suisse pr. H. Fol. Tome II. No. 2.

Palaeontographica. Bd. 31. 3. Folge. Bd. 7. Lief. 5 u. 6.
Electrotechnische Zeitschrift. Jahrg. 6. Heft 5.
Astronomisches Jahrbuch v. Berlin für 1887.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie f. 1883. Heft 3.
Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie. Bd. 1. 1884.

2. Die Herren Prof. Hantzsch und Dr. O. Lindt werden einstimmig als Mitglieder in die Gesellschaft aufgenommen.

3. Herr Apotheker Wilhelm meldet sich als Candidat zur Aufnahme in die Gesellschaft.

4. Der Vorstand wird ersucht in der Angelegenheit betreffend die Bibliotheklocale mit dem Stadtrathe zu unterhandeln, sei es im Sinne einer Verschiebung des Kündigungstermines, oder im Sinne eines Gesuches um Anweisung anderweitiger geeigneter Räumlichkeiten.

5. In Beantwortung eines Circularschreibens des Centralcomités der schweiz. naturforschenden Gesellschaft v. 10. April 1885 betr. Abänderung von § 30 ihrer Statuten wird die Ansicht der Gesellschaft dahin ausgesprochen: Es sei die Ablösung der Jahresbeiträge der Mitglieder mittelst einer Aversalsumme von Fr. 100 im Minimum zu ermöglichen.

6. Herr Prof. Heim spricht über den Bergsturz von Emmaten-Schönegg und über den Untergrund des Vierwaldstättersee's.

Sitzung vom 6. Juli 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt das Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Dr. A. Heim:

Heim, A., Handbuch der Gletscherkunde.
Die Wasserversorgung von Zürich.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Annual report of the board of regents of the Smithsonian institution for 1882.
U. S. geological survey by J. W. Powell. Williams Albert: Mineral resources of the U. S.
Report of the commissioner of agriculture for 1883.
Publications of the Washburn observatory. II. 1883.

Transactions of the acad. of science of St. Louis. Vol. IV. No. 3.
Annals of the New-York academy of sciences. Vol. III. No. 1 u. 2 and Index.
Proceedings of the american philosoph. soc. of Philadelphia. Vol. XXI. No. 115.
Journal of the R. microsc. soc. II. series. vol. V. part 3.
Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 11. No. 9. 10.
Vierteljahrsschrift der astronom. Ges. in Leipzig. Jahrg. 19. Heft 4.
Oversigt over det k. danske Videnskabernes Selskabs forhandlinger. 1884. No. 3. 1885. No. 1.
Jahresbericht d. naturf. Gesellschaft Graubündens. Jahrg. 28.
Verhandlungen d. schweiz. naturforschenden Ges. in Luzern.
Records of the geolog. surv. of India. Vol. XVIII. Part 2.
Entomologische Zeitung v. Stettin. Jahrg. 46. No. 4—6.
Acta universitatis Lundensis. Tomus XX. 1883/84 u. Catalog.
Atti della reale accademia dei Lincei. Serie 4. vol. 1. fasc. 12.
Bulletin de la société des sciences etc. de la Basse-Alsace. Tome 19. No. 6.
Verhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt, No. 1—7. 1885 und Jahrbuch derselben. Jahrg. 1885. Bd. 35. Heft 1.
Leopoldina. Heft 21. No. 7 u. 8.

C. Anschaffungen.

Wetterb. der schweiz. meteorolog. Centralanstalt vom 16. Juni bis 6. Juli 1885.
Annalen der Chemie von Liebig. Bd. 228. Heft 3.
Acta mathematica red. von Mittag-Leffler. Vol. 6. No. 2. 3.
Schmidt, A., Atlas der Diatomaceen-Kunde. No. 21 u. 22.
Report of the scientific results of H. M. S. Challenger.
Narrative of the cruise. Part 1 u. 2.
Narrative. Vol. II.
Elektrotechnische Zeitschrift red. v. Zetzsche. Jahrg. 6. Heft 6.

2. Herr Apotheker Wilhelm wird einstimmig als Mitglied in die Gesellschaft aufgenommen.

3. Die Herren Prof. Dr. Schröter und Dr. Imhof werden als Delegirte an die vom 11.—13. Aug. in Locle stattfindende Jahresversammlung der schweiz. naturf. Gesellschaft bezeichnet.

4. Herr Prof. Fiedler hält einen Vortrag über „die Büschel gleichseitiger Hyperbeln, den Feuerbach'schen Kreis und die

Steiner'sche Hypercycloide". Derselbe folgt im nächsten Heft der Vierteljahrsschrift.

5. Herr Prof. Schröter macht einige botanische Vorweisungen. [R. Billwiller.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

369) Briefe an Gautier.

J. Nicollet: Paris 1824 III 15. A l'égard de notre campagne de l'été dernier, vous savez qu'elle avait pour objet la continuation des opérations de longitudes sur l'arc du parallèle moyen qui traverse la France. La partie qu'il nous restait à mesurer astronomiquement s'étendait du Puy d'Yhon en Auvergne jusqu'au bord de l'océan. Nous partîmes le 2 juillet et dans 26 jours de courses nous reconnûmes que cette mesure exigeait quatre stations astronomiques et trois stations intermédiaires pour les feux. — Les feux à poudre n'avaient lieu qu'après plusieurs jours d'observations relatives à la détermination du tems et à la marche de la pendule. Ces feux étaient observés de chaque côté par deux personnes au moins; on en donnait pendant trois ou quatre soirées suivant qu'ils étaient observés avec plus ou moins de succès. — Relativement à la production de ces feux, nous avons fait quelques essais pour connaître la quantité de poudre à employer suivant la distance à laquelle on doit observer. Ces essais nous intéressaient sous le rapport de l'économie et sous celui de l'exactitude à obtenir dans les opérations. Voici quelques résultats: Pour une distance de 30 à 40 lieues il suffit d'employer de $^1/_4$ à $^1/_2$ livre de poudre, au lieu de $2^1/_2$ à 3 livres que nous mettions dans les opérations de 1822. Sur une distance de 10 lieues, on observe parfaitement à l'oeil nû, des feux produits par $^1/_2$ once et même $^1/_4$ once de poudre; aidé d'une lunette de nuit nous avons vû les éclairs produits en brûlant l'amorce d'un fusil. — Nous nous occupons fortement de tous nos calculs; je vous en communiquerai les résultats pour votre société de physique aussitôt que nous les aurons obtenus.

J. Plana: Turin 1824 VI 21. — Il y a peu de jours que je suis arrivé de Milan, où j'ai passé un mois et demi avec Mr. Carlini. J'ai trouvé ici votre lettre du 7 Mai avec les

Exemplaires de votre intéressant Mémoire sur la Longitude de Genève. Je viens de lire ce Mémoire, et je le trouve fort bien fait. — Nous sommes dans ce moment occupés de la rédaction définitive de toutes les observations faites en Savoie. Elles paraîtront dans un ouvrage publié par les ordres des Gouvernemens Sarde et Autrichien. Notre Mss. doit être livré vers la fin du mois d'Octobre prochain. Alors nous saurons vous dire quels sont nos résultats définitifs, et vous saurez s'il est nécessaire de faire une légère modification au résultat consigné dans votre Mémoire. Nous espérons que ce nouveau travail n'arrêtera pas l'impression de notre Théorie de la Lune, qui avance toujours quoiqu'un peu lentement. — Le résultat de la seconde opération des Signaux de feu dont je vous ai parlé dans ma lettre du 28 Février, a été conforme à celui de la première; dans celle-ci le résultat du *second* jour diffère de celui du premier et du troisième d'environ 0″,6 (en tems), et dans la seconde opération l'on a retrouvé le même écart dans le même sens dans le résultat du *second* jour. Ainsi la difficulté a augmenté. Nous nous proposons de répéter cette opération une 3me fois. — J'ai reçu à Milan une lettre de Mr. Maurice. Je le suppose arrivé à Paris, où je vais lui adresser ma réponse. Vous avez lû ensemble la théorie de la chaleur de Fourier. Elle présente quelques difficultés. Mais en lisant ensuite le travail de Mr. Poisson sur le même sujet l'on est en état de mieux saisir l'esprit de l'une et de l'autre méthode. Je ne vous cache pas, que je trouve les solutions de Mr. Poisson plus directes. — J'apprends avec plaisir, que vous approuvez ce que j'ai imprimé dans la Note sur le mouvement des Apsides. J'ai été, pour ainsi dire, forcé de critiquer la solution de Calandrini, pour faire voir que dans cette théorie il est nécessaire d'examiner la composition analytique des résultats pour avoir une solution qui ne soit pas démentie par les procédés de l'intégration. — Je voudrais bien pouvoir me trouver une autre fois à votre campagne près de Genève; mais Dieu sait quand j'aurai assez de liberté pour voyager uniquement pour voir mes amis.

Adr. Scherer: Ober-Castel 1824 IX 7. Votre paquet m'est parvenu au moment où je me rendais à St. Gall pour la session annuelle de notre Grand Conseil, laquelle finie je n'ai eu que

le tems de revenir ici faire mes paquets pour aller chercher ma femme et mon fils Max aux bains de Schinznach et les conduire de là à Hofwyl où j'ai installé mon jeune homme vers la my Juillet; revenu ici après un petit séjour à Berne et à Zurich l'extrême proximité m'a fait un devoir impérieux d'aller à Schaffhouse assister au Congrès scientifique de notre Société Helvétique des Sciences naturelles que j'avais négligé depuis plusieurs années, et à peine de retour j'ai reçu l'ordre d'endosser l'uniforme pour les exercices qui devaient précéder le départ des troupes pour le camp de Schwarzenbach. Je suis donc parti avec mon bataillon pour le Toggenbourg, et de là pour le camp, qui a duré jusqu'à la fin du mois, et me voicy seulement de retour depuis 4 à 5 jours. Vous conviendrez qu'à travers une telle ambulance il était difficile de correspondre avec des amis et que même les lettres les plus importantes ou urgeantes pouvaient à peine être dépêchées, ce qui m'a donc fait retarder jusqu'au moment présent le plaisir et devoir de vous remercier de l'envoi de vos deux intéressants mémoires. J'avais déjà lû celui sur les observatoires d'Angleterre par fragments dans la Bibliothêque universelle, mais je suis enchanté d'avoir actuellement ces morceaux rassemblés en corps d'ouvrage. — Vous avez beaucoup cultivé l'Astronomie, mon cher Monsieur, depuis 2 à 3 âns et quand à moi hélas je n'ai presque plus rien fait de suivi, de bon et d'utile depuis que j'ai eu le plaisir de vous voir à St. Gall en 1819: les circonstances et les changements qu'elles ont apportées dans mon genre de vie s'y sont constamment opposé et j'ai dû le regretter d'autant plus que mon goût s'est point affaibli et que jamais je n'ai été mieux monté en Instruments que depuis lors. Mon Chercheur de Comètes, mon Cercle de Munich, mon Instrument de passages complettement reconstruit à neuf d'après les plus nouveaux principes, et enfin un beau sextant de 10 pouces de Troughton du meilleur tems de ce célèbre artiste, dont j'ai fait l'acquisition l'hyver dernier, sont tous des Instruments délicieux, mais dont je ne puis pas porter encore un jugement précis et motivé par le peu d'observations isolées que j'ai pu faire de tems à autre depuis lors. — Quand au sextant j'en suis encore à l'apprentissage n'ayant jamais manié d'Instruments de réflexion; cependant, ce

qui me prouve que je suis sur le bon chemin, c'est que ce printems j'ai déjà eu la satisfaction d'obtenir une couple de bonnes latitudes de mon Observatoire de Castel par des hauteurs méridiennes du Soleil, quoique je n'eus alors aucune pendule à ma disposition et une seule ligne méridienne pour m'indiquer l'instant du midi. Je Vous dirai que j'ai achetté ce Sextant uniquement dans le dessin d'obtenir de bonnes hauteurs correspondantes à Castel où je suis privé de lunette méridienne pour la détermination du tems vrai. — Mr. le Professeur Pictet que j'ai eu l'avantage de voir à Schaffhouse m'a fait un grand éloge de votre cercle de Gambey; c'est avec grand plaisir que je recevrai les détails que vous me faites espérer sur ce bel instrument. Votre position géographique étant actuellement si bien déterminée, vous pouvez vous occuper à fixer avec cet Instrument les Déclinaisons de quantité d'Etoiles mal déterminées, à observer les réfractions, etc. etc, ce qui est un beau et vaste champ à exploiter pour quiconque est muni d'Instruments fixes et des grandes dimensions. Je vous conseille cependant avant tout d'éprouver l'instrument par une vingtaine de séries de la Polaire pour voir la latitude qu'il vous donne pour votre observatoire à chaque jour d'observation et juger de plus ou moins de concordance entre les résultats de ces séries. Peut-être au surplus avez vous déjà fait tout cela et dans ce cas je vous félicite de grand cœur. — L'ami Horner, avec lequel nous nous sommes beaucoup entretenu de vous, m'a dit que suivant son conseil vous vous étiez mis à étudier la langue allemande; vous ne pouviez rien faire en effet de plus utile pour la scienee que vous cultivez puis qu'en vous procurant par là la connaissance et l'usage de tout ce qui paraît en Allemagne en fait d'Astronomie vous acquérez un trésor. Peu de nations sont à la hauteur des Allemands pour l'Astronomie, et nulle part vous ne trouvez les moyens de communication aussi faciles, et des Journaux qui rassemblent à mesure tout ce qui se fait des meilleurs, comme les Schumacher, Bode, Littrow, Zach, Bessel, etc. dans leurs Journaux, Ephémérides et autres écrits.

Ad. Gambart: Marseille 1824 X 2. — Je réaliserai aujourdhui, Monsieur, le projet que j'ai formé depuis plusieurs mois de m'entretenir un moment avec vous. Je ne mets point en

avant la crainte de vous gêner, les importunités, etc; ce ne sont pas ces considérations qui m'ont retenu, et je ne puis voir encore dans mes retardemens qu'une conséquence du peu d'énergie des forces qui me dirigent en toutes choses. — Vous avez reçu dernièrement, m'a-t-on dit, un cercle répétiteur à niveau fixe de la construction du Sr. Gambey. Cet instrument vous coute 4000 fr.: c'est aussi le prix auquel est fixé celui que le même artiste est chargé d'exécuter pour Marseille. Nos deux cercles seront donc à peu près semblables. *Gambey* jouit d'une grande réputation: Je ne cherche point à contester le mérite qu'on lui accorde quoiqu'il soit permis d'y soupçonner un peu de cet esprit d'engouement, qui se mêle partout, et que l'histoire offrira sans doute à nos neveux comme l'un des traits les plus caractéristiques du siècle. Quel que soit d'ailleurs leur talent, les mécaniciens sont sujets à de grandes bévues; l'intérêt est en outre toujours là pour tout gâter. — D'après ce que m'écrit Monsieur Bouvard, le limbe de mon cercle n'est encore tout au plus que fondu. Cette première opération de la fonte avait déjà échoué plusieurs fois. Je me trouve ainsi à tems de redresser les erreurs de Mr. Gambey, s'il en professe. C'est dans la vue d'arriver à ce but, que j'ai songé à vous prier, Monsieur, d'avoir l'obligeance de me donner Votre opinion sur votre cercle. Dites moi franchement, je vous prie, ce que vous en pensez, les défauts que vous lui trouvez, comme les améliorations que vous désireriez. Ce sera un véritable service que vous voudrez à l'établissement, et je vous en aurai pour mon compte une obligation infinie. Messieurs les Savans de la Capitale sont absorbés, comme Vous le savez, par tant d'objets, qu'on ne peut ni exiger, ni attendre d'eux des vérifications qui d'ailleurs arriveraient trop tard, puis que l'instrument serait déjà fait. J'en pourrais faire tout autant de mon côté; mais ne vaut-il pas bien mieux prévenir le mal, quand on le peut? Les instrumens ne sont-ils pas aussi comme les femmes, et ne faut-il pas avoir vécu assez longtems avec eux pour connaître leur fort et leur faible. Votre lunette est-elle bonne? il est à peu près de rigeur de n'en faire en France que de mauvaises. La perfection des niveaux me parait d'un plus haut intérêt encore, et je trouve jusqu'à présent que cette partie est horriblement

négligé chez nous. Je vois des cercles de mille écus, construits par Bellay à la vérité, dont les niveaux sont de véritables tubes ordinaires, soudés à la lampe, précisement comme les maçons pourraient en faire. Quant aux divisions de Gambey, elles doivent être nettes et exactes; pensez-vous pourtant qu'elles pourraient supporter les épreuves auxquelles Bessel et Struve soumettent celles de Reichenbach? Voilà bien des questions. Je ne vous fais pourtant pas encore, Monsieur, toutes celles qui me viennent à l'esprit. Vous me pardonnerez cette curiosité, parce que vous la concevrez. — Mr. *Delcros* qui se trouvait ici il y a deux mois, et qui dirige des opérations dans les environs, m'a bien chargé de le rappeler à votre souvenir. Il sera, j'éspère, à son dernier signal, sur les hauteurs qui dominent la ville au SE, avant le 15 de ce mois. — La façon dont j'en agis avec vous, Monsieur, doit bien vous faire présumer que je n'aurais rien tant à cœur que de trouver l'occasion de faire quelque chose qui pût vous être agréable. Disposez donc en tout tems et pour toutes choses du Directeur et de l'Observatoire de Marseille, comme vous le feriez de vous même et de votre observatoire. C'est avec ces sentimens d'un entier dévouement et ceux d'une haute estime, que je vous prie d'agréer mes salutations.

J. Plana: Turin 1824 X 30. — J'ai reçu votre lettre du 26 Août, et j'ai appris avec plaisir que la lecture de mon Mémoire sur les réfractions vous intéressait. Je vous prie d'examiner de près le passage de la page 302, où j'entreprens de faire voir, que le Dr. Young avait commis une inexactitude dans la formation de la véritable équation différentielle du problème. Je sçais que le Dr. Young a imprimé quelque chose contre ce passage, en produisant des raisonnemens dépourvus de calcul, et tels qu'ils ne seront pas facilement admis par les Géomètres. Au reste, je ne connais cet écrit du Dr. que par un extrait, et je compte y répondre après que j'aurais lû l'original. Le Dr. Young est un grand Physicien et un grand Savant dans plusieurs branches des connaissances humaines; mais mon opinion est qu'il ne possède pas l'analyse mathématique à un degré suffisant, ni pour décider cette question, ni pour en décider beaucoup d'autres sur la théorie des perturbations. Il

croit pouvoir saisir les lois de ces phénomènes très compliqués par un trait de génie et avec fort peu de calculs; mais vous m'accorderez qu'il faut ignorer complètement les difficultés réelles pour embrasser une telle opinion. Après avoir lu son ouvrage (où il n'a pas mis son nom) sur la Mécanique céleste, j'ai compris que le Dr. Young aurait mieux fait de ne point s'élancer en maître dans une carrière dans laquelle il n'avait pas fait des études aussi profondes que dans la physique. Au reste lisez, et jugez vous-méme si j'ai tort. — Il y a deux jours que j'arrive de Milan, où j'ai passé six semaines. Mr. Carlini viendra me joindre ici dans quinze jours. Vers la fin de l'année nous aurons achevé le manuscrit qui renferme les observations que nous avons faites en Savoie. L'on a commencé l'impression de la partie trigonométrique; mais je présume que cet ouvrage ne sera tout imprimé que vers la fin de l'année 1825.

J. Plana: Turin 1824 XI 19. — Mr. Biot s'est arrêté ici quatre jours, et il s'est montré content des instrumens que posséde cet Observatoire. Dans ce moment il est à Milan pour y mesurer la longueur du pendule; de-là il ira à Fiume pour y faire la même observation. Comme il se propose d'avoir seulement les *différences* avec une rigueur extrême, il ne sera pas surpris, si son appareil donne à Milan un résultat différent de celui qui a été observé par Mr. Carlini, dans le but d'avoir la longueur *absolue*. Au reste, il est aussi possible qu'il y ait un accord presque parfait entre les deux mesures. — J'aurais suivi volontiers Mr. Biot à Milan, comme il le désirait; mais j'en étais de retour depuis peu de jours, et je devais commencer mon cours de calcul intégral à l'université. Je compte que Carlini me transmettra le moyen d'observation employé par Mr. Biot, et par la suite j'en ferai l'essai à Turin. Mais avant de rien entreprendre de nouveau, il faudra achever les ouvrages commencés. Je prévois que Carlini ne me rejoindra pas de si tôt pour continuer le travail sur la triangulation exécutée en Savoie. Et cependant je désire beaucoup me délivrer de cet engagement, pour pouvoir rêver plus à mon aise sur la théorie de la Lune.

J. Plana: Turin 1824 XII 3. — Je vous remercie de la dernière partie de votre intéressant écrit (Coup d'œil etc.), que vous m'avez envoyé; je viens de la lire avec autant de satis-

faction que d'instruction. J'attends ici Mr. Carlini sous peu de jours, et je lui remettrai l'exemplaire que vous lui avez destiné. J'ai envoyé au Baron de Zach l'exemplaire dont vous lui avez fait présent. — Sous peu de jours vous verrez à Genève Mr. *Libri* de Florence, qui se trouve ici dans ce moment. Ce jeune homme est déjà très-avantageusement connu par les Géomètres d'après plusieurs Mémoires qu'il à publiés. Il se rend à Paris pour y demeurer plusieurs mois, et entendre les leçons des grands géomètres et physiciens. Ensuite il visitera l'Angleterre et l'Allemagne. Je donnerai à Mr. Libri un billet pour Vous, et il ne manquera rien pour connaître à fond les utiles et brillantes institutions de votre ville.

Ad. Gambart: Marseille 1825 I 26. — Monsieur, ce m'est une véritable peine de retrouver après trois mois dans votre obligeante lettre du 23 Octobre dernier, que vous me demandez quelques renseignemens sur l'Observatoire de Marseille. Cette circonstance m'avait échappé, ou plutôt je l'avais oubliée. Si votre lettre n'était point écrite en français, j'aurais d'abord à me défendre de toutes les choses gracieuses, dont vous m'y gratifiez: c'est politesse et urbanité toute pure de votre part. Il faut toujours vous féliciter d'avoir sû unir à la science ces formes que la société réclame et hors desquelles elle méconnaît trop souvent peut-être ses enfans. De pareils avantages vous assurent une existence à la fois agréable et toute pleine de prospérité. Or c'est là suivant moi la solution complète du fameux problême: passer puisqu'il l'a fallu, mais passer le plus honorablement et le mieux possible. Pour moi, à mesure que je vieillis, l'isolement où je vis m'a présenté plus d'inconvéniens. Mais comment revenir d'un pli pris depuis si longtems? La solitude énerve et détromperait, je crois, l'âme la mieux trempée. Il me faudrait seulement une seule personne qui eût des goûts analogues aux miens, et je ne peux pas la trouver depuis 5 ans dans cette Carthage moderne. Je ne pourrais dans ces dispositions que saisir avec une sorte d'avidité l'espérance que vous voulez bien me laisser entrevoir de prolonger nos relations, si je n'y voyais les parts trop inégals. Je ne peux toujours trop vous prier de ne point m'oublier toutes les fois que vous aurez à consommer. Les deux opuscules que vous avez eu la

complaisance de m'adresser, me sont fidèlement parvenus par la voie de Mr. Martin. J'aurais trop de choses à vous dire là-dessus pour entreprendre de vous en parler aujourd'hui. L'observatoire de Marseille doit nous occuper. Examinons donc la masse des richesses qu'il vous présente pour marquer les 123 années de son existence. — La fondation de cet établissement appartient aux jésuites qui ne firent alors qu'une petite application des principes et des vues qui les dirigeaient et les ont constamment dirigés. Ne les en blâmons point: plût à Dieu que toutes les supériorités, toutes les dominations se fondassent sur de pareilles bases. Leurs premières idées en 1630 se portaient, je crois, vers une maison de théologie. Mais le Roi leur ayant fait ensuite des concessions de bâtimens adjacens, ils changèrent de plan, voulurent avoir un observatoire, et commencèrent en 1696 à réédifier et à édifier en conséquence. Le père *Laval*, dont les hauts faits sont rapportés en détail dans la Correspondance astronomique, avait eu le plus de part à cette résolution; il fut aussi chargé de la Direction, et entra en fonction vers 1702. Qu'y fit-il jusqu'en 1718? C'est ce que l'histoire ne dit point: nos archives vont bien loin de remonter si avant. Mais nous trouvons des motifs plus que suffisans pour nous consoler de cette perte, dans ce que nous savons des triangulations, des nivellemens, etc. de ce bon père. — Il existe partout ici une lacune; car ce n'est qu'en 1729, après la mort de Laval arrivée l'année d'avant à Toulon, où il était alors professeur d'hydrographie, que *Pezenas* prit les rênes de l'établissement. Celui-ci était véritablement un homme de mérite et assez marquant: Il composa un traité de navigation ou astronomie des marins, — rédigea deux Volumes in 4° ayant pour titre: Mémoires rédigés à l'Observatoire de Marseille, — et donna diverses traductions dont je ne vous citerai que celle de l'Optique de Smith. Pezenas eut à remonter l'établissement dont Laval avait emporté, à ce qu'il paraît, tout ce qui était transportable. C'est de son tems que Louis XV donna le grand télescope de Short, qui se trouve encore dans notre grande coupole, où il ne sert plus à rien depuis au moins 30 ans. Il avait encore obtenu de faire construire à Londres un grand quart de cercle de 12 pieds. Un changement de ministère, dérangeant encore cette fois les affaires

du ciel, fit suspendre et bientôt aussi abandonner l'entreprise. — La suppréssion des jésuites éloigna Pezenas de l'Observatoire de Marseille devenu dès ce moment propriété royale. Mais il n'y laissa point ses manuscrits; peut-être même se crut-il en droit d'enlever ceux de Laval son prédécesseur et jésuite comme lui. Encore un peu de patience, Monsieur, me voici à la naissance du monde. *St. Jacques de Silvabelle* entra en possession; mais c'est, si l'on en croit les bruits, dans un observatoire dévalisé pour la seconde fois, qu'il entre. Ce qu'il y a de bien certain, par exemple, c'est que tout ce que nous avons hormis le grand télescope, remonte à son Epoque. Il acquit et mit en place vers 1771 un quart de cercle mural de 1,5^{m} de rayon, construit à Avignon par un obscur Cartuillier, aussi peu versé à ce qu'il paraît dans les progrès qu'avait fait la mécanique à son époque, qu'il était inhabile dans l'exécution, puis qu'il n'a point craint de présenter un instrument dont les divisions sont très sensiblement inégales sans le secours d'aucun auxiliaire. Cette carcasse n'a jamais servi qu'à observer des passages, ainsi que c'était encore l'usage chez beaucoup d'astronomes. La lunette méridienne actuelle fut établie au commencement de 1781; elle porte le nom de Lennel No. 5 avec la date 1772. Notre machine parallactique remonte à 1788. On peut donc dire de Mr. St. Jacques qu'il a bien rempli son mandat et qu'il a régénéré entièrement l'établissement. C'était d'ailleurs un fort savant homme; il nous a laissé ses travaux sur des Cahiers à la fois astronomiques et météorologiques qui commencent nos archives. Monsieur *Thulis* qui l'assistait depuis dix ans à titre d'adjoint lui succéda naturellement en 1801, et remplit dignement jusqu'en 1810 des fonctions dont il portait déjà depuis plusieurs années tout fardeau; car dès 1790 Mr. de St. Jacques avait cessé d'habiter l'observatoire. On peut donc présumer avec quelques fondemens que Mr. Thulis eut la plus grande part aux réparations qui àvaient donné en 1794—1796 une tournure toute nouvelle à l'établissement. Toutes ses observations ont paru dans la connaissance des tems; ce recueil prouve mieux que toute autre chose comment il employait son tems, et avec quelle assiduité il remplissait les devoirs de sa place. Je le suis dans ses régîstres et je le vois au milieu du meilleur

ordre, sans cesse travaillant et sans cesse occupé du bien de l'observatoire. Il avait à remplir de grandes obligations à l'égard de la météorologie, surtout à l'époque où Mr. Lamarck avait pris à partie la lune et toutes ses influences. Pour ayant trouvé en lui plutôt un guide bienveillant qu'un maître exigeant, il se préparait à nous donner un nouvel exemple de ce que peuvent une volonté bien prononcée secondée par la persévérence; et l'observatoire marseillais devient comme un avantposte astronomique. — Puisque vous avez quelquefois causé de l'observatoire avec le bon Mr. Bouvard, vous êtes au courant de la nature des relations qui ont existé entre Mr. *Blanpain* et moi. Je me trouve ainsi tout à fait dispensé de vous entretenir de ce règne là. N'oublions d'ailleurs jamais qu'il faut respecter les morts. S'il est étrange de voir les Laval, les Pezenas ne rien laisser après eux, il n'est pas moins surprenant de trouver de nos jours de parailles manières de faire. C'est pourtant ce qui vient d'arriver de 1812 à 1821, et je ne trouve absolument point le plus petit morceau de papier pour cet intervalle de dix ans. — Vous savez, Monsieur, que l'Observatoire de Marseille, situé sur le sommet de la butte des moulins, domine toute la ville. La bâtise est un boyau long et étroit ayant trois étages; savoir le premier où se tient le concierge; le second destiné aux astronomes, et enfin le troisième qui compose proprement l'observatoire puisque c'est là que sont nos instrumens. Le milieu du toit forme une terrasse à peu près horizontale, adossée à la grande tour à toit tournant qui renferme depuis près de 70 ans le grand télescope. Cette tour et les deux moins grandes, à l'est et à l'ouest de la terrasse forment véritablement un 4me étage. Cette haute et longue maison est à très peu près orientée Est et Ouest. Les murailles des deux façades ont, en bas, 1^{m} d'épaisseur. Un mur de 20 pouces s'élève heureusement depuis les fondations jusqu'au 3me, étant lié à la face méridionale, dans une longueur de 100 pieds peutètre, par une grande quantité de maçonnerie. C'est là dessus que reposent les pilliers de l'instrument des passages dont la position sera toujours assez fixe pour l'astronome qui la vérifiera chaque jour d'observation. La pendule de Berthoud est à côté, et en avant se trouve le quart de cercle de 1770, le tout dans le cabinet à l'ouest de la

grande salle. Cette salle n'offre autre chose qu'un baromètre de Fortin et une pendule règlée sur le tems moyen à verge de sapin ; c'est là encore que sont les lunettes, les régistres, etc. La machine parallactique est dans la tour orientale et à côté se trouve l'excellente pendule de Graham à compensation à mercure donnée par Mr. Laplace. La tour occidentale contient le quart de cercle mobile. Voyez du reste la connaissance des tems de 1826 pour les moyens d'observation qui sont à ma disposition. — Lorsque j'entrai en fonction en décembre 1821, l'établissement, qui n'avait été l'objet d'aucun entretien depuis fort longtems, tombait en ruine de tous les côtés, l'eau pénétrait de toute part par les combles. 8000 francs n'ont pû suffire en 1823 que pour le plus urgent; il nous en faudrait encore autant. Le quart de cercle dont toutes les parties étaient disséminées a été rétabli; en un mot, enfin, j'ai tâché de mettre mon artillerie en état de me servir le moins mal possible en attendant les remplaçans. L'intéricur de la maison, l'ameublement, etc., tout cela a été restauré. — Outre le cercle que vous connaissez, Gambey est encore chargé de la construction d'une lunette méridienne de 5 pieds, qui coutera six mille bons francs; il répare l'ancienne machine parallactique de l'Observatoire de Paris qui m'est destinée. J'attends ces trois instrumens au printems prochain?? Les observations marseillaises paraîtront chaque année dans la connaissance des tems. — Vous avez souvent entendu parler, Monsieur, et de Pythéas et de son observation. L'histoire de la latitude de Marseille pourrait donc remonter à une époque très reculée; mais je ne saurais la suivre de si loin, bien s'en faut. On la donnait de 43° 17′ 45″ en 1760; en 1779: 46″; en 1781 : 45″; en 1786: 40″; en 1788: 45″; en 1789: 43″; en 1792: 43″; en X: 49″, détermination qui serait due, d'après ce que je vois dans l'éloge de Mr. Thulis, à Méchain, et à laquelle s'arrête le Bureau des longitudes dans la connaissance des tems de 1827. Or *de Zach* a trouvé par

300 observ. du passage	supérieur	43° 17′	50″,86
280 „ „ „	inférieur		48,84
	moyenne	43 17	49,85
Latitude de l'Observ. de San-Peyre, réduite à l'Observ. royal (688 obs.)			50,49

Latitude par celle obs. à la Capellette (314 obs.)	**50,18**
Latitude de l'Obs. royal (1582 obs.)	43° 17′ 50″,14

C'est encore de Mr. *de Zach* que j'emprunte la Longitude qu'il fixe par l'ensemble des éclipses de tout genre arrivées de 1787 à 1804 à 3° 1′ 54″ = 12m 7s,6.

Dès 1760 on la trouve de 12m 9s dans la connaissance des tems. Nous l'aurons bientôt par la triangulation du dépôt de la guerre. Mr. *Delcros* travaille à force au calcul de ses triangles, et d'après ce que l'on m'écrit, la latitude géodésique de Planier s'accorde à 2″ avec celle qu'a observé de Zach. Ce petit rocher a acquis une espèce de célébrité astronomique depuis l'apparition de ces deux gros volumes sur la très petite attraction de deux secondes du Mont Mimet.*) Il faudrait savoir maintenant si la nouvelle latitude géodésique, laquelle, je suppose, dépend de celle de l'Observatoire de Paris, serait par hasard contraire à l'attraction. Au reste il serait toujours facile aussi de produire des hypothèses pour parer à toutes les objections, dès que l'on entrera dans les attractions souterraines, etc.

Carlini et Plana à leur cher et honoré Collègue Mr. Gautier: Turin 1825 III 20. — Nous n'avons pas oublié la promesse que nous vous avons donnée de vous communiquer nos résultats définitifs aussitôt après avoir terminé le calcul de toutes nos observations de longitude. Ce travail vient d'être terminé, et nous nous empressons de vous tenir parole en vous envoyant la feuille ci-jointe.**) Vous y verrez qu'en dernière analyse l'on a: Différence de longitude entre

l'Hospice du Mt Cénis et l'Observatoire de Milan	9m	0s,20
l'Hospice du Mt Cénis et le Mt Colombier . . .	4	43,75
le Mt Colombier et l'Observatoire de Genève . .	−1	35,27
Milan et Genève	12	8,68

*) Vergl. über diese Attractionen und speciell für das Werk von Zach unter Anderm das von mir in No. 35 meiner Mittheilungen darüber Beigebrachte.

**) Es hätte wohl keinen Zweck, diese aus 6 Quartseiten voll Zahlen bestehende „Feuille“ hier aufzunehmen, nachdem der eingehende Bericht über die ganze Operation längst im Drucke erschienen ist.

Avant la publication de votre intéressant Mémoire nous vous avions mandé $9^m\ 1^s,2$ pour la première de ces différences de Longitude. Il y a une cause qui a produit le changement de ce résultat; la voici: Le calcul du tems moyen des signaux de feu donnés sur la pointe de Rochemelon et observés en 1821 au Mt Cénis a dû être entièrement refait. Nous avions principalement employé les Observations de δ de la petite Ourse pour déterminer la déviation de notre Lunette méridienne, et nous en avions calculé la position apparente à l'aide des tables d'aberration et nutation publiées à Marseille par le Bar. de Zach. Malheureusement, dans cet endroit de ces tables il s'est glissé une erreur de plusieurs degrés et cette erreur à eu une influence considérable sur tous nos calculs. — Vous voyez maintenant qu'il ne vous manque plus rien pour rectifier les résultats dont vous faites mention dans les pages 24 et 25 de votre Mémoire. — Voici une autre notice qui peut vous intéresser. Le Colonel Brousseaud nous mande dans une lettre du 12 Cour^t ce qui suit: „La position géographique de l'Observatoire de Genève déduite des triangles mesurés depuis Paris jusqu'à Strasbourg par Mr. Henry et depuis Strasbourg jusqu'à Genève par le même, est

Latitude	46°	12′	2″,38
Longitude	3	48	33,73

Ces résultats proviennent de la position géographique de Paris (Observ.) adoptée au Dépôt de la Guerre: Latitude 48° 50′ 13″,00, et ont été calculés dans l'hypothèse de $^1/_{309}$ pour l'aplatissement". Cette dernière longitude diffère un peu trop de 3° 49′ 0″,5, qui est celle que vous avez publiée à la page 10 de votre Mémoire en prenant Strasbourg pour point de départ. Tâchez de remonter à la source de cette différence.

Col^l Brousseau[1]: *Paris 1825 IV 21.* — Je vous remercie des offres obligeantes que vous voulez bien me faire au sujet de l'ouvrage que vous allez publier: je recevrai avec reconnaissance tout ce qui viendra de vous, Monsieur, mais que puis-je faire au sujet de l'historique et de l'organisation du

[1]) Oberst Brousseau gehörte zu den tüchtigsten französischen Ingenieur-Geographen. Vergl. Gesch. d. Vermess. 184.

corps dans lequel j'ai l'honneur de servir depuis près de 30 ans. Ce sujet mériterait d'être traité avec beaucoup de soin, et pour cela il faudrait faire quelques recherches pénibles et longues dans nos archives, et je n'ai pas le tems de m'occuper de ce travail. Tout ce que je puis vous dire c'est qu'il a été créé par Vauban en 1663 sous le ministère de Louvois; il portait alors le nom de corps des ingénieurs des camps et armées du Roi, qu'il a conservé jusqu'en 1791 qu'il fut dissout. Les éléments de ce corps se réfugiaient au Dépôt de la guerre et servaient à conserver les bonnes méthodes jusqu'en 1808 qu'il fut réconstitué en recompense de grands services rendus en Egypte, en Pologne et en Italie. Réorganisé en 1814 il n'a véritablement produit des résultats scientifiques que depuis cette époque. Les travaux qu'il a exécuté avant et après son organisation dernière sont immenses. Il est composé aujourdhui de 72 officiers, dont 4 Colonels, 2 Lieutenants-Colonels, 6 Chefs de Bataillons, 24 Capitaines, etc. Il se récrute exclusivement depuis 1808 à l'Ecole polytechnique, et se trouve occupé maintenant des travaux de la nouvelle carte de France.

J. Plana: Turin 1825 IV 26. — J'ai appris hier avec un profond sentiment de peine la mort de votre illustre compatriote Mr. *Pictet.* Permettez moi de joindre mes regrets aux votres, et de vous témoigner que je n'ai pu recevoir cette nouvelle avec indifférence. Sa perte sera vivement regrettée par tous les amis des Sciences; et je la regarde comme irréparable à l'égard de ceux qui, comme vous, avaient le bonheur de pouvoir fréquenter un homme d'un aussi excellent caractère. Je suis certain que sa mort aura été pleurée à Genève par le plus grand nombre. Je ne cesserai jamais d'honorer sa mémoire, et le souvenir de l'amitié qu'il a bien voulu me témoigner me sera toujours cher. — Ayez la bonté de me dire, si vous trouvez claire la manière avec laquelle dans la page 262 du 1er Volume de la Mécanique céleste l'on établit la formule (ε^1) pour calculer la perturbation δs. J'ai dernièrement écrit une Note pour éclaircir ce passage après avoir remarqué que Mr. de Laplace abandonne cette équation dans le cas des pages 17 et 18 du 3me Volume, où il était naturel de l'appliquer. Il est vrai que $\varphi(u)$ est la première valeur de r^2; mais $\varphi(u)$ parait une fonc-

tion absolument étrangère à la latitude, et l'on peut exiger une preuve *a priori* pour être persuadé de la vérité de cette transformation. Cependant il est possible que cette obscurité ne soit relative qu'à ma manière de voir, et je vous serais obligé de me dire ce que vous pensez sur ce passage.

Ad. Gambart: Marseille 1825 V 14. — J'ai reçu votre lettre du 27 du mois dernier, ainsi que la notice dont vous avez bien voulu me gratifier. Je vous remercie de l'une et de l'autre. J'ai mis cette seconde partie à la suite de la première, et cela me fait une statistique astronomique vraiment précieuse à laquelle j'aurai souvent occasion de revenir[1]). J'aurai aussi plus d'une fois à vous en parler et à vous demander quelques explications. Tout y est nouveau et neuf pour moi, du moins quant à ce qui concerne l'Angleterre. Ceci vous étonnerait moins si vous pouvez vous figurer l'isolement dans lequel je vis ici. Nos cabinets littéraires n'ont rien de scientifique; nous n'avons aucun cercle, aucune réunion dont la direction tende vers de pareilles spéculations. L'abonnement à tant de journaux surpasse et mes moyens et ceux de l'établissement. Ainsi je vais de la correspondance astronomique aux Annales de Gay et Arago et réciproquement. Vous êtes plus heureux comme je le vois par vos notices. La diversité des laugues dont on use dans les sciences n'est pas non plus une des moindres calamités de notre époque. Nos pères avaient mieux fait en adoptant le latin. Or il y avait, ce me semble, de leur tems moins de nécessité à cela qu'il y en aurait aujourdhui. — Les observatoires de province comptent pour peu en France. Aussi serais-je comme effrayé pour vous de l'obligation que vous avez contractée à leur égard, si je n'avais sous les yeux le parti que vous avez su tirer de celui de Marseille. Mais vous trouverez peut-être encore plus de vide ailleurs. Je voudrais être en état de satisfaire au désir que vous me témoignez en vous donnant sur ces établissemens, quelques notions qui peuvent vous intéresser. Je ne connais que celui de Toulon; encore ne l'ai-je vu qu'en

---

[1]) Offenbar die in der Bibl. univ. erschienenen Artikel, welche später unter dem Titel „Sur l'état actuel de l'astronomie pratique en France et en Angleterre. Genève 1825 in 8" vereinigt wurden.

courant. Il est uniquement destiné aux observations nautiques: c'est une espèce d'école, où les marins vont s'exercer au maniement de leurs cercles et sextans, — c'est comme une salle d'escrime de laquelle ils prennent à partie le Soleil et la Lune. La marine l'a pourvu à cet effet de deux ou trois cercles de reflexion très ordinaires, d'autant d'horizons artificiels et d'une pendule de Berthoud, je crois. Vous verrez dans la correspondance astronomique qu'il est question d'un cercle répétiteur de la fabrique de Lenoir. Cet instrument n'a jamais été mis en place; et bien qu'il ait été payé mille écus, il était, à ce qu'il paraît, moins que médiocre, étant garni de lunettes qui donnaient au Soleil l'apparence de citrouilles, et manquant de cercle azimuthal. Je reconnais bien là les Parisiens! L'Observatoire est au 4me étage, dans l'hospitale de la marine, sur la rue la plus passagère. Tout y est mis en mouvement par les charettes et voitures. — Vous savez sans doute la fin malheureuse de *Daubuisson* qui se noyat, il y a deux ans, en se baignant dans la Garonne: c'était pourtant un des forts nageurs du pays. Il était propriétaire d'un cercle répétiteur de Reichenbach de 2400 fr., ceci semblant annoncer du zèle. Dans le fait, nous n'avons pourtant jamais rien vu, ni de lui, ni de son cercle, ni de son observatoire. On trouve à Toulouse comme ailleurs des gens toujours prêts à prendre les places. Je sais seulement du successeur de Daubuisson que c'est un prêtre, et qu'il ne loge pas dans son observatoire. La ville a fait faire, il y a deux ans et demi environ, quelques réparations à l'édifice. — *Vidal* est mort au commencement de 1819. Quel astronome n'envirait pas la mort qu'il a faite? „Mr. Vidal, occupé de la comète qui est à la tête de Pégase, était monté dans son observatoire à 7^h du soir. Une heure après une domestique, étant allée l'avertir de descendre, trouva son maître étendu mort près de son quart du cercle. Une apoplexie foudroyante avait terminé les jours de cet astronome infatigable à l'âge de 74 ans (Moniteur 1819 I 14)." Vous pourrez prendre une idée d'une partie de ses travaux dans les différens Volumes de la connaissance des tems où ils ont paru. Ses observations de Mercure et Vénus méritent d'être remarquées: on n'en avait point encore vu, je crois, de pareilles. Le Dr. Wollaston les a répétées

vers 1820 ou 1821 à l'occasion des recherches qu'il avait entreprises sur la réfraction de l'atmosphère solaire (Voyez son mémoire, ou un extrait Annales de phys. G. A.). — J'ai malheureusement trop souvent l'occasion de reconnaître combien les calculs sont fastidieux et assommans, pour m'étonner de ce que vous n'avez pas encore calculé la totalité de vos observations de latitude. Il me tarderait pourtant bien, je vous assure, d'avoir votre série complète, et de voir un peu comment parle ce frère ainé de mon cercle futur. Il me semble que vous exigez beaucoup quand vous trouvez que des résultats qui n'offrent que 5″ d'écart laissent quelque chose à désirer; ouvrez la conn. d. tems de 1816, vous y verrez des résultats qui diffèrent de 4″ et 4,5″. La précision de ces sortes d'instrumens dépend, je crois, beaucoup de la perfection du niveau; il est bien surprenant que Gambey n'y mette pas tous ses soins. Il paraît d'après Mr. de Zach que Reichenbach satisfait complètement sur ce point. J'ai souvent cherché à savoir, mais toujours inutilement, comment on donne à ces tubes la forme qui leur convient: serait-ce tout simplement par le frottement sur une espèce de mandrin? — Les 120 pages in 4° dont vous me parlez en m'annonçant l'ouvrage que vous venez de recevoir sur la topographie lunaire, m'ont bien surpris: J'imaginais que même toute la loquacité française, et ce n'est pas peu dire, aurait pû à peine suffire au dixième sur un pareil sujet[1]). J'éprouve donc un plus grand désir de connaître cette production qui se présente pour moi avec une apparence si singulière. L'avez-vous eu gratis, et dans ce cas pourrais-je espérer de l'obtenir de même? Peut être est l'œuvre de quelqu'âme généreuse et favorisée de la fortune. — Mes regrets se sont joints à ceux de tous les amis des sciences en apprenant la fin de Monsieur Pictet; mais j'ai eu encore à me représenter l'affliction dans laquelle a dû vous plonger ce malheureux évènement. Je sais que vous teniez à Mr. Pictet par les liens du sang, et Mr. Del-

[1]) Bezieht sich muthmasslich auf den 1824 erschienenen ersten Theil von Lohrmann. Von den noch viel voluminösern Selenographien von Hevel und Schröter scheint Gambart keine Ahnung gehabt zu haben.

cros m'avait fait part de la nature des relations que vous conserviez avec Mr. votre oncle. Je sens bien tout ce qu'a de triste et combien est grand le vide dans lequel la privation de ces relations vous a laissé. Telle est pourtant la destinée de l'homme, qu'à mesure qu'il jouit davantage par les plus douces affections de l'âme, le sort lui prépare des coups plus accablans. Mais aussi la véritable philosophie, celle que nous a révelée le créateur lui même, nous offre de bien grands motifs de consolation. — Mr. *Delcros* a terminé l'an passé comme j'ai eu l'honneur de vous le dire, la mesure de la méridienne de Sédan à Marseille. Nous l'attendons tous les jours. Il doit pendant cette campagne mesurer une base de vérification dans la Crau, grande pleine ou plutôt grand désert situé à une douzaine de lieues d'ici, où Cassini avait déjà fait une opération de même genre. Le bureau des longitudes prête les fameuses règles de Delambre, et c'est cette circonstance qui fait que Mr. Delcros n'est point encore arrivé; vous savez combien les choses vont lentement à Paris. — Mes instrumens sont sur le point d'être achevés, et Mr. Bouvard me fait pressentir que je devais aller les chercher moi même, à fin de les essayer, vérifier, etc. avant de les recevoir, ce qui lui parait d'autant plus convenable que j'ai un caractère un peu atrabilaire.

Fr. Carlini: Milan 1825 V 18. — J'ai l'honneur de vous adresser Mr. *Bruschetti,* habile ingénieur et mathématicien, connu particulièrement par un ouvrage estimé *sur les canaux navigables de la Lombardie.* Il a été le plus zélé promoteur de l'entreprise des bateaux à vapeur que l'on voudrait introduire pour les eaux de notre Royaume, et pour l'accélérer il s'est déterminé à se procurer une entrevue avec le célèbre Mr. Church, avec lequel il est depuis longtems en correspondance. — Mr. *Plana* vous communiquera une petite correction de $^1/_{3}{}^{s}$, qu'il faut faire au calcul des instans des feux observés à Solignat. Notre ouvrage sur les opérations astronomiques en Savoie est prêt pour l'impression; le premier volume qui contient les opérations géodésiques faites par les officiers Austro-Sardes s'imprime actuellement. — Je vous fais les plus vives remercemens pour les cahiers de votre voyage astronomique en Angleterre et en France. Il est à désirer que vous pussiez achever l'intéressant

tableau de l'état actuel de l'Astronomie en Europe par un voyage en Allemagne et en Italie: Je le désire d'autant plus que cela me procurerait le plaisir de vous voir ici, et de vous accompagner dans vos savantes excursions par notre territoire.

Ad. Quetelet: Bruxelles 1825 V 26. — J'ai l'honneur de vous adresser une Note sur l'astronomie, avec les deux premiers cahiers d'un journal mathématique que je me propose de rédiger avec Mr. Garnier, ancien professeur à l'école polytechnique. Vous verrez que les sujets que nous y traitons sont assez élémentaires, notre but étant de rester à la portée des élèves de nos universités. Vous pourrez y voir aussi que le projet pour lequel j'avais été envoyé en France, n'a pas encore été exécuté. Je ne perds cependant pas l'espoir de voir se former un observatoire. Quant à Vous, Monsieur, j'ai vû avec la plus vive satisfaction par les mémoires, que vous m'avez fait l'honneur de m'envoyer, que vous êtes maintenant à même de faire des observations aussi utiles qu'intéressantes. Je vous prie de vouloir bien continuer à me tenir au courant de vos travaux. Si je ne craignais d'être indiscret, je vous prierais même de nous adresser pour notre journal le résultat de vos observations. En général, tout ce qui viendra de vous sera accueilli avec le plus grand plaisir.

J. Plana: Turin 1825 VI 20. — Le Baron de Zach a fait paraître depuis peu *cinq* cahiers du Vol. XII de sa Corr^{a}. Dites moi, si vous les avez reçu et si vous avez lû la petite Note que j'ai publié dans le 5me de ces Cahiers pour éclaircir la difficulté dont je vous ais écrit dans ma lettre précédente. — Dans le prochain Cahier de la même Corr^{a} vous verrez une démonstration analytique de la formule de Mr. *Littrow* pour calculer les observations de la Polaire faites hors du Méridien. Comparez cette démonstration avec celle de Mr. Puissant et autres astronomes; et peut-être vous m'accorderez qu'il fallait marcher par cette voie tout-à-fait analytique pour faire cesser les discussions qui ont été élevées sur ce problème. Au reste, il n'y a rien là qui puisse mériter votre attention. — Bientôt j'aurai achevé un Mémoire relatif à plusieurs points de la Mécanique céleste; il se rapporte à la théorie des perturbations des Planètes. Je compte le faire imprimer, et je manquerai pas de vous en envoyer un exemplaire.

Vous y verrez plusieurs singularités difficiles à croire sans faire tous les calculs intermédiaires. — Pour me délasser de ces travaux trop pénibles, je calcule les déclinaisons des principales étoiles au moyen des observations que j'ai faites avec mon beau Cercle méridien. En général j'obtiens des résultats fort approchans de ceux de Mr. Bessel. Je vois que la position de ces étoiles est maintenant très connue, que c'est un problème résolu, et que l'on perd son tems en faisant des observations de ce genre. Je remarque que l'on élabore trop en général les parties faciles de la Science, et que l'on laisse fort imparfaites les parties difficiles.

Adr. Scherer: Ober-Castel 1825 VII 14. — Si j'ai un peu tardé à vous répondre, c'est que j'ai voulu atteindre que le vague qui règnait encore sur mon voyage de Suisse fut un peu dissippé pour pouvoir vous en dire quelque chose. Maintenant que ce voyage a lieu vous pouvez facilement vous imaginer que le plaisir de me trouver réuni à vous et à notre bon ami Horner a de suite fait entrer Soleure dans mes plans et combiner mon départ de manière à pouvoir y être rendu le 26*). Si le tems est beau mon plan est donc de partir le 20 pour Zurich, de prendre de là la direction du Rigi pour le gravir le 22 et y passer la nuit; de redescendre le 23 pour coucher à Lucerne, où nous passerions la journée du 24, et de me diriger de là sur Soleure où je serai rendu à point nommé. — Le plaisir prochain de vous revoir fait que je réserverai pour nos entretiens verbaux tout ce que j'aurai à vous dire en fait d'Astronomie, et me bornerai à vous remercier de m'avoir signalé le premier la Comète découverte par Gambart. Huit jours plus tard j'ai reçu une circulaire imprimée de Mr. Schumacher qui contenait les mêmes détails et les premières observations faites à Altona. Je suis vraiment peiné d'avoir fait aussi peu d'usage de ces intéressantes communications; mais le fait est que les observations suivies que j'ai fait tout cet été tant pour éprouver la marche d'une Pendule nouvellement acquise que pour placer une Mire vers le midi et déterminer la vraie direction de la Méridienne vers le Nord, me fatiguaient assez les yeux

*) Zur Jahresversammlung der schweiz. naturf. Gesellschaft.

pour ne pas oser en outre me mettre à la poursuite de cette petite Comète, recherche qui aurait été d'autant plus difficile que mon Chercheur de Comètes était resté à St. Gall, et que je n'ai icy à ma disposition que des Lunettes à fortes amplifications peu propres à cet objet. — Je vous félicite, Monsieur, des bonnes et nombreuses observations que vous avez fait ce printems à votre cercle méridien et me réjouis beaucoup d'en apprendre les résultats par la lecture dont vous ferez jouir la Société.

Ad. Gambart: Paris 1825 X 27. — Je me trouve, vous l'avez sû par Mr. Bouvard, depuis quatre mois à Paris; c'est là que m'est parvenue votre obligeante lettre du 12 août. Votre prédiction ne s'est que trop accomplie, puisqu'àprès une si longue attente, il ne m'est pas encore possible d'entrevoir l'époque où libre et rentré dans mes foyers, je pourrai enfin jouir de mes instrumens. Le cercle et l'équatorial devaient être achevés en juin; c'est sur la foi de Gambey le Bureau m'a fait venir. Or à l'heure qu'il est le premier de ces instrumens n'est pas à moitié monté: la machine parallactique reste au point même où elle était le premier jour de son arrivée chez l'artiste. J'avais encore à espérer en quittant Marseille une lunette Méridienne. L'addition résolue par Mr. Bouvard d'un cercle méridien de 25 pouces a d'abord éloigné pour un tems indéterminé l'achèvement de cet instrument. Je voudrais aujourdhui, vous concevrez bien ce désir, que le cercle au lieu de 25 pouces eût 3 pieds de diamètre; c'est la dimension que Reichenbach a donné à tous les instrumens de ce genre qu'il a construit. Une pareille augmentation en entraîne une de 2000 fr. dans le prix, et c'est de là que naît la difficulté, bien que pourtant je me charge pour mon compte particulier de 1000 fr. Dans cette incertitude je délibère si je ne prendrai pas la totalité de la charge. J'aurai aussi deux micromètres parfaits et propres à tout, qui sont en ce moment en construction. Enfin le gouvernement vient de m'accorder 4000 fr. pour les frais que doit exiger la pose de tous les instrumens. Nous avançons donc toujours, quoique lentement, vers la restauration complète. C'est à Mr. *Bouvard*, à son zèle infatigable, à son dévouement sans bornes à la science, que je devrai tant d'avantages. — L'année

qui court est une des plus riches en Comètes, puis que voici déjà quatre. J'aurai bien plus regretté d'être tout-à-fait resté étranger au trois dernières, si ma santé ne m'avait pas fait une loi de m'abstenir de tout travail soutenu. Quant à la Comète du 19 Mai, elle a été encore au commencement de mon séjour ici, l'objet de nouveaux calculs; je tenais à être fixé enfin sur l'identité ou la non-identité avec celle de 1790. Je suis maintenant tout à fait pour la non-identité par les raisons que j'ai données dans une note, que j'ai communiquée à l'une des séances de l'Académie. Il faut admirer la conformité de l'annonce de Enke avec l'observation; je serais bien curieux de savoir s'il a, dans ses dernières éphémérides, tenu compte de la résistance ou force retardatrice à laquelle comme vous savez, l'avaient conduit les premières observations. N'en doutons point, si ce n'est pas à nous, c'est à nos neveux que les comètes révèleront bien des choses. — Je vous remercie beaucoup des renseignemens que vous me donnez sur les recherches de Mr. *Wurm* relativement à ma longitude. J'ignorai qu'il eut été question de cela. Je me propose d'en profiter à la première occasion, probablement en donnant mes observations de 1835; car il serait ridicule et tout à fait absurde, de refaire sans cesse ce que des gens, qui méritent confiance, ont déjà donné. Il me paraît bien probable d'après ce que vous me dites que votre latitude ne poura désormais subir que de très legers changemens: c'est du reste sur quoi la suite ne vous laissera aucun doute, car vous continuerez surement des observations auxquelles les astronomes attacheront tous les jours plus de prix. La détermination de la latitude n'est qu'un travail préliminaire, mais bien important, puisque de là dépend tout le reste. Faut-il croire que les cercles de notre époque, et particulièrement ceux de notre très-habile *Gambey*, soient encore susceptibles de ces anomalies bizarres qu'ont présentés les instrumens du même genre à Munic, Turin, Milan, etc. Mr. de Zach s'est surtout étendu sur ces discordances constantes de deux cercles construits sur les mêmes principes, ainsi que sur les résultats obtenus dans des tems différens avec un même instrument: mais je ne sache pas qu'il ait indiqué d'où venait le mal. En examinant la manière dont est fixé le limbe à l'axe et par suite au niveau, n'éprouvez-

vous pas aussi des craintes? Notre salut gite dans la vis de rapel, dans une petite et légère tige de fer, etc. On s'est apperçu l'an dernier seulement dans le cercle de Reichenbach, que le pas de cette vis avait un jeu assez considérable. — J'aimerai toujours mieux par ces raisons, ne m'en rapporter qu'à mon niveau mobile. On a parlé et l'on parle encore d'une erreur constante dont seraient affectés les cercles et qui se manifesterait par les latitudes prises au nord et au midi. J'en ai causé avec Mr. Biot, mais sans en tirer de satisfaction: ce savant ignore encore à quoi tient une pareille erreur. Voilà un sujet de recherches bien digne d'exercer la sagacité des observateurs éclairés et capables d'une bonne pratique. Je vous engage de toutes mes forces de diriger votre attention de ce côté. Un cercle comme le notre me paraît tant par la perfection de sa construction que par ses dimensions, réunir au suprême degré tous les avantages propres aux instrumens à répétition. C'est dans cette idée flatteuse que j'attends le mien. Le mot de répétition m'amène tout droit à vous demander ce que vous pensez de l'opinion qui ne veut plus que l'on repète plus de deux fois. N'est-ce pas une autre extrémité? La marche de l'esprit humain me rapelle bien souvent celle d'un pendule que je vois arriver à la verticale par une suite d'oscillations. — Avez-vous déterminé d'une manière positive le nombre de répétitions nécessaires pour arriver dans votre cercle, à la seconde permanente? Mr. de *Bréauté* m'assurait qu'il obtenait cela par l'angle double seulement en lisant aux quatre verniers. Je vois du reste que vous usez bien du tems. Vos résultats doivent vous satisfaire, et je serai bien heureux le jour où je pourrai vous offrir seulement une fraction de ce que vous avez eu l'obligeance de me communiquer. — Il faut applaudir à l'esprit qui a dirigé votre Société helvétique quand elle a ordonné les observations météorologiques dont vous me parlez. Mais combien il est à craindre que d'aussi louables efforts ne puisent pas encore surmonter les difficultés que paraît offrir une science dans laquelle, il faut le dire, nous n'avons fait jusqu'à présent, aucun progrès. La Société palatine que la météorologie occupait exclusivement et qui avait été créé au bénéfice de cette branche, s'est éteint sans autre résultat que six ou sept gros

volumes remplis d'observations de tous les pays, où personne n'a jamais peut-être songé à mettre le nez. Je doute bien que la votre soit plus heureuse. — J'oubliais de vous dire que Mr. *South* part aujourd'hui ou demain pour Londres où il passera l'hiver. Nous avons diné chez lui avec Mr. Laplace la veille du jour de la démolition (?) de son observatoire de Passy. Il va nous donner les observations de 500 étoiles doubles faisant suite à celles de son premier Volume.

J. Plana: Turin 1825 X 27. — J'ai reçu, mon cher Monsieur, votre lettre du 17, et je me hâte de vous remercier de la bonté que vous avez de me féliciter sur la naissance de mon fils. La mère et l'enfant se portent bien dans ce moment; ainsi je ne puis par désirer davantage. — Mr. *Arago* s'est arrêté ici cinq jours vers le commencement de ce mois; dans ce moment il sera de retour à Paris. J'étais heureux de pouvoir converser avec un homme doué d'un aussi profond génie. Depuis longtems j'étais un admirateur sincère des découvertes de Mr. Arago. Mad^{e} Arago est aussi une personne très intéressante. L'état dans lequel se trouvait ma femme ne lui permettait pas de l'accompagner; voilà pourquoi j'ai pris le parti de lui faire ma Cour, et de mettre ainsi à découvert le peu de talent que j'ai pour me rendre agréable à une Dame; mais la bonté de Mad^{e} Arago est telle qu'elle aura seulement remarqué le désir sincère que j'avais de lui rendre mes hommages. — Je vous prie de demander à Mr. De la Rive, s'il trouve à Genève des moyens assez faciles pour faire tailler les plaques de cristaux de roche nécessaires à l'observation des phénomènes de la lumière polarisée; s'il serait, par exemple, facile de se procurer des prismes de cristaux de roche tels qu'il les faut pour une lunette micrométrique à double image de *Rochon?*

(Fortsetzung folgt unter einer spätern Nummer.)

370) Unter den Hegner'schen Manuscripten, welche die Stadtbibliothek von Winterthur vor einiger Zeit zum Geschenk erhielt, befinden sich auch eine ziemliche Anzahl von, leider grossentheils undatirten Billeten und Briefen, welche *Anna Barbara Reinhart* zur Zeit an ihren Arzt, Lehrer und Freund, den Stadtrath Med. Dr. *Hans Heinrich Hegner*, den Vater des

bekannten Schriftstellers Med. Dr. Hans Ulrich Hegner, schrieb. Da Herr Rector Dr. Geilfus nicht nur die Freundlichkeit hatte mir, durch Vermittlung von Herrn Dr. Aeschlimann, dieselben zur Durchsicht zukommen zu lassen, sondern noch einige bezügliche Fragen, soweit möglich, in zuvorkommendster Weise zu beantworten, so ist es mir nunmehr möglich, meiner frühern Biographie unserer schweizerischen Gelehrten (v. Biograph. I 341—350) eine Reihe von Ergänzungen beizufügen, — und zwar gebe ich als Hauptsache folgende Auszüge aus 12 der datirten Briefe *Barbara's an Hegner* nach ihrer chronologischen Folge und füge diesen in Anmerkungen die nöthigen Erläuterungen, sowie einzelne Auszüge aus den undatirten Zettelchen und Briefen bei:

I. Baaden 1741 X 1. HochgeEhrter Herr Vetter Docter[1]), Sie nehmen nicht übel, dass ich mich so viller Freyheit bediene jhnen diesse geringe Zeilen zuzuschreiben; alleine jhre güttige erlaubnuss versicheret mich deselben annehmung, sie werden beliebt haben zu vernehmen, dass meine vergangene Reisse glückhlicher gewessen, als ich jemahles gehoffet habe, ich habe auch bey anfang meiner Chur villen nutzen genossen, jndem ich baldest ohne Hülffe habe gehen können[2]), alleine nicht lenger als etwann eine wochen habe ich dieses vergnüegen genossen, jndem es dem L. Gott gefahlen mich widerumb mit allen den-

[1]) Die Verwandtschaft war eine sehr weitläufige. Interessanter ist, dass die damals kaum 11¼ Jahre alte Barbara schon einen so wohl gesetzten Brief schreiben konnte, — doch lässt das deutliche Datum keinen Zweifel.

[2]) Barbara war (v. I 341) durch einen Sturz vom einem Pferde so schwer verletzt worden, dass sie sich nie mehr ganz erholte. Namentlich scheint sie viel an Migräne gelitten zu haben, und dadurch zeitweise in ihren Lieblingsstudien so gehemmt worden zu sein, dass sie allen Muth verlor, ja dieselben ganz aufgeben wollte. Kamen bessere Tage, so gewann ihr lebhafter Geist bald wieder Oberwasser, und so spricht sich auch in ihren schriftlichen Aeusserungen ein fortwährender Stimmungswechsel aus, der von totaler Niedergeschlagenheit in Ueberschwenglichkeit, ja zuweilen fast in Ausgelassenheit übergeht.

jenigen beschwerden zu belegen welche ich ehedessen gefühlet habe, jetzo aber geniesse ich widerumb ein wennig besserung. Ich gebrauche dass bad dess Tages 5 Stund. Dennoch sehe ich noch nicht die geringste merckmahle einiger aussschlechte. Ich habe noch jeder Zeit guten Lust zum essen, hoffe Meiner Genessung nicht so weit Entfehrnet zu sein. Ich bitte nur Meinen Hh. Vetter Docter die güttigkeit zu haben mir in allen vorfallenden angelegenheiten, ihre Sorgfalt, rath, hilff etc. fehrner geniessen zu lassen, ich werde mich Lebenslang darvor verpflichtet erkenen, endtlich erlauben sie mir nur noch die Ehre zu haben, mich mit aller Unterthännigster Hochachtung zu nennen Meines HochgeEhrtesten Herren Vetter Docter Gehorsamst-Ergebenste Dienerin A. B. Reinhart.

II. Herisau 1752 VI 13. Ich befinde mich dermahlen ziemlich blöd und matt. Zu anfangs meines jetzigen auffenthalts habe mich etwas besser befunden. Ich habe offtermahl Kopfschmertzen, durst und schwitze sehr viel, kurtz, bin der beständigen abwechslung noch unterworfen. Dennoch bin der Gesundheit näher als bey Hauss. Ich gebrauche des Tages ordentlich ¾ Maass Schotten. — Was unsere belustigungen anbelanget, so sind dieselben recht artig; wir geniessen öfters der angenehmsten besuchungen, einfählig, wir leben recht vergnügt. Meine Schwester[3]) aber lässet mich an ihrem Lustigen wessen Schliessen, dass ihre vergnügungen noch über die meinigen, ja dass sie recht vollkommen seyen. — Ich habe die schönheiten der Natur noch nicht anderst als aus meinem Zimmer, welches gegen begrünte Hügel und Thäller gehet, bewundern können[4]).

III. Herisau 1753 VII 9. Es ist mir sehr angenehm, dass Sie sich derjenigen Gegend, welche ich täglich mit so villem vergnügen beschaue, erinnern. Selbige erfühlet meine Seele oft

---

[3]) Offenbar Elsbeth Reinhard (1732—97), welche später den Stadtarzt Heinrich Sulzer zum Rebstock (1736—1827) heirathete, und ihm eine Tochter Anna (1760—1829) gebar, welche die zweite Frau des Schultheiss Salomon Hegner (1744—1800) und Mutter des Ingenieur Oberst Salomon Hegner (1789—1869; vgl. Notiz 192) wurde, so dass Barbara Reinhard die Grosstante des Letztern war. —

[4]) Beiläufig spricht Barbara in diesem Briefe von „ernsthaften Betrachtungen“; dagegen sagt sie kein Wort von wissenschaftlicher

mit so villen Freuden, dass sie gleich als beflüglet sich über die wohnungen der Sternen Schwinget, wo Sie gantz entzükt, erst dann, in etwas, den werth einer Seele, einer ewig denkenden Seele fühlt; oder, hat jemahls ein sterblicher dassjennige so wir einst in der Ewigkeit geniessen, vollkommen bestimmen können. Doch ich rufe meine Gedanken von dieser Höhe zurückh, umb ein wenig von meiner gesundheit zu schwatzen. Selbige ist noch nicht allzu beständig, dann selten Lächlet Sie mich freundtlich an, wo nicht bald hernach Sie widerumb rauhe Blicke auf mich wirfft.

IV. Winterthur 1759 II 8.[5]) — Nach einem langen be-

Beschäftigung, und man bleibt unklar darüber, ob Dr. Hegner sie zu jener Zeit schon in die Mathematik eingeführt hatte. Anderseits aber ersieht man aus einem Briefe, welchen *Daniel Bernoulli* 1752 XI 28 aus Basel an Dr. Hegner schrieb, dass sich Letzterer zwar damals mit Mathematik beschäftigte jedoch noch nicht gerade sehr tief in die Geheimnisse der Infinitesimalrechnung eingedrungen war. Derselbe lautet nämlich: „HochEdler, Insonders Hochgeehrter Herr. — Ich ersehe mit vielem vergnügen auss Ew. HEd. geehrtestem schreiben dass die mathematischen Wissenschafften auch bey Ihnen excoliert werden. Uebrigens aber solle die ejgenschafft, welche Ew. HEd. in ihrer formul $\frac{2x + cx - cy}{x - y}$ beobachtet haben, eben so wenig verwunderung erwecken, als wenn man sagte, dass das differentiale von $c + x$ allzeit seje dx, man möge für c eine quantitatem constantem qualemcunque setzen, indem dero proponierte formel eigentlich nichts anderst ist alls $c + \frac{2x}{x - y}$. Es ist also nicht schwer eine general regul zu geben, umb dergleichen formuln zu geben; man formiere eine quantitatem variabilem qualemcunque sub forma fractionis; man addiere zu dieser quantitate variabili eine quantitatem constantem c, und involviere in eundem denominatorem diese quantitatem c, so wird alzeit eine formul herausskommen, welche die nehmliche eigenschafft habe, als zum exempel $c + \frac{3xx + 2yy}{2x + y}$ oder $\frac{3xx + 2yy + 2cx + cy}{2x + y}$. Ich habe die ehr mit aller hochachtung zu verharren Ewer HochEdlen gehorsamster D. Daniel Bernoullj.“

[5]) Am Geburtstage von Ulrich Hegner, des mehrerwähnten Schriftstellers. — Nach gefälliger Mittheilung von Herrn Dr. Geilfus

täubenden Geräusch befinde mich endlich in meiner Einsamme, wo Tausent seufzer und Thränen des Dankes für Sie und für Ihre Geliebte, für Ihre Leidende ... Nein, für Ihre überwundene, und im überwinden mit einem kleinen Engel beschenkete Geliebte, aus dem innersten meiner Seelen zu unserem Schöpfer und Gott emporsteigen. Gestern hatten sich meine Thränen, Angst und Seufzer mit den Ihrigen vereiniget, und nun lassen Sie mich heute auch Theil an Ihrer Freude nehmen, und unter dem allgemeinen frolokenden Getümmel auch meine Stimme ertönnen. — O Zweimahl glüklicher Freund! wie sehr Jauchzt Ihnen meine Seele entgegen, welche ganze Ströme des Segens, die zu gross sie alle zu nennen, über ihren kleinen Liebenswürdigen ausgiesst. Diesen hat die Vorsicht Ihnen geschenkt. Sie hat Er auserkohren, dieses Sein Geschöpf, welches für eine Ewigkeit bestimmt, in dem Anfang seines Daseyns anzuvertrauen, und seine erwachende Seele zu einem Engel zu bilden; ihm die ersten begrife eines Gottes beyzubringen, welcher sein Urheber, sein Wohlthäter, und die Ewige unerschöpfliche Quelle aller seiner Glückseligkeiten seye. Grosse und Selige Pflicht! Wie glüklich werden Sie sich denken eine mittelbare Ursach des Glükes eines so liebenswürdigen Kindes zu seyn! Bald wird es Ihnen entgegenlächeln; bald aber seine Freude und seinen Dank entgegenstammeln, und Sie froh umarmmen dass Sie sein Papa geworden. Wie angenehm, wie süss werden so Ihre Tage hinschleichen! von ferne ergözen sie auch mich.

V. Baden 1761 VI 13. — Nach vielen schröklichen hin und widerstössen sind wir endlich bey guter Zeit glüklich hier angelanget, und haben ein zimlich raisonnable schlechtes Zimmer

---

schrieb Ulrich Hegner 1794 in sein Tagebuch: „Die Jungfer Reinhart, eine Freundin meines Vaters, die mir als Knaben Unterricht in der Mathematik gegeben, sahe ich den 9. April zum letzten mahle. Sie liess mich ersuchen, ihr Testament zu unterschreiben, welches ich that und einige Stunden Abends noch bey ihr zubrachte. Eine Person von stillem anmassungslosen Geiste und Charakter nach Art Newton's, die tief in die abstrakten Theile der Mathematik eingedrungen war, so dass sie J. Bernoulli noch über Madame du Châtelet setzte."

bezogen, desen Bequemheit uns ihme aber gut macht[6]). Die Reise sezte mir nicht viel zu, das Baad hingegen vermehrte die sonst schon stark genuge Hiz, die sich sehr durch Herzklopfen und Kopfweh äusserte. Dennoch soll das erste mahl mich nicht schröken, sondern gerade in einer Stund will es wider versuchen. Sonsten kann Ihnen noch nichts sagen, als dass eine ganze Welt mit Menschen (das äüsre schön genug) sich bliken lasen, für die aber noch nichts fühle, das mich ihre Gesellschaft suchen machen sollte. — *Den 14.* Ich habe die Löcher der Fenster mit Papier verschoppt, um von der Luft nicht so geblasen zu werden. — Erwarte immer wärmere Witterung, die meinem Cörper behaget, die ihn vermögend macht meine schöne Wohnung durch spaziergänge zu verwechslen, und denn die um mich wohnenden Menschen zu fragen, wer sie seyen, welche Gegend si hervorgebracht, etc. Aber kein Barometer hängt um mich der mir besre Witterung sagen könnte: sagen Sie mir die Höhe des Ihrigen. die Hoffnung baldiger Wärme. Ich weis nicht einmahl in welcher Gegend ich lebe, ob mein Gesicht nach Nord oder Süd sich kehre. Könnten Sie mir es nicht sagen, was ein Compass mir sagen würde. — Schon regnet es wider, und meine sonst sehr gebrechlichen Fenster, gebrechlicher als ich, leiden stösse die fürchterlich sind. — *Den 17.* Gestern Morgen brachte ich im Bett unter starkem Kopfweh, und so viel es es zulässte, mit lesen von Montesquieu zu, der mir aber meine Mühe wenig belohnte, weil er mir zu unverständlich ist.[7]) Den Nachmittag

---

[6]) Aus dem Verlaufe des Briefes geht hervor, dass Barbara damals in Begleit beider Eltern nach Baden gereist, jedoch der Vater, der dann wirklich noch im gleichen Jahre starb, bereits sehr unwohl war.

[7]) Dass sich sonst Barbara damals schon längere Zeit nicht nur mit Mathematik befasste, sondern bereits mit Erfolg selbstständig auf diesem Gebiete arbeitete, geht aus einem bei diesen Briefen liegenden „Ausszug auss Herrn Hegner's Brief von Basel den 26. Maji 1761" hervor; diese offenbar einem Briefe von Salomon Hegner (v. Note 3), der damals in Basel studirte, entnommene Stelle lautet nämlich: „Es hatte letzthin Herr Dr. Hegner in der Canzley Herrn Prof. Daniel Bernoulli einen Brieff zugeschikt,

blickte die Sonne so froh, dass sie das erste mahl aus meinem Zimmer bis auf die Matten mich lokte, wo mich schon wider der Regen zu meinem prächtigen Zimmer verfolgte. Da nahme meinen Montesquieu und lase die Rechte der Alten, der durch das Rasseln einer Carosse unterbrochen und gar verlassen wurde,

---

darinnen ein von Jungfer Reinhardin aufgelöstes Mathem. problema ware. Nicht genug konnten sich die Herren Bernoulli über den geist und die einsicht dieses Frauenzimmers verwundern. Er bate mich Ihnen zu schreiben, dass Sie selbiges Herrn Dr. sagen möchten. Er wünschte, sagte er, solche sachen dem publico mitgetheilet zu sehen als eine ehre vor die ganze Schweiz, unserer Statt und vor das Frauenzimmer. Eine Châtelet stellte eine solche grosse Figur ihrer Zeit vor, da Sie bey weitem den geist und die einsicht nicht gehabt hat, sollte dann nicht eine Reinhardin zu bedauren seyen, da Sie unbekannt bleiben will. Ob er das problema zurüksenden oder Herrn Dr. antworten solle, wisse er nicht; belieben Sie Ihne zu fragen und mich zu berichten." — Dieses „Problema" war ohne Zweifel die Feststellung der sog. „Courbes de poursuite" (vergl. I 347). Unter den vorliegenden Mss. von Barbara findet sich nur ein hierauf bezüglicher und überdiess undatirter Brief an Hegner, und dieser enthält, ausser einer Copie der betreffenden Abhandlungen von Bouguer und Maupertuis, nur am Schlusse der erstern Abhandlung einige critische Bemerkungen über dieselbe, welche sich jedoch ohne Beigabe dieser Abhandlung und ihrer Figuren nicht verstehen lassen, also hier wegbleiben müssen, — und sodann als Uebergang zu der Abhandlung von Maupertuis die Stelle: „Nun findet sich in dieser Gegend noch eine Anhöhe, die nach dem Gerücht nicht geringe Schönheiten enthält, die aber selten jemand zu besteigen wagt. Die Natur beschenkte unser Geschlecht mit keinem geringen Theil neugird; durch eine gewise Art leichtsinn, wozu es nicht wenig Anlage hat, vereinigt sie sich mit der Verwegenheit, die alles zu unternehmen scheint; da indesen die aussführung eine Ohnmacht fühlen lässt, die trotz der lebhaftesten Einbildungskraft, die immer wirksam genugt scheint, die schicklichsten Mittel auszufinden, sie doch wider in ihre niedre Sphäre zurückdrängt, wo ihr nichts überbleibt, als ein unmuthvolles Andenken ihrer fehlgeschlagenen Unternehmung, und eine deutlichere Einsicht ihrer eignen Grösse, die sich bis zu Nichts verliert. Sehen Sie das ware mein Schiksal, da mich einzig an den Ort begeben wollte. Seyen Sie mein Führer, und erlauben Sie meinen Schritten, den Ihrigen nachzugehen." — Aus dieser Stelle, welche uns zu-

um meinen Bruder[8]) zu umarmen und seinen Schwager grüssen zu können. — Gestern besuchte wider zweimahl mein Bad, das mir beser als das erstemahl diente, wodurch ich hoffe glüklich zu baden. — Den Nachmittag besuchte eine artliche Familie neben meinem Zimmer. Sonsten bin zu commod und vielleicht auch zu stolz, der grossen Gesellschaft zu nähern, indem mir unbewusst ist, zu was für einen Grad die Beantwortung meines Compliments mich stürzen würde; denn Ihre Art zu denken ist mir unbekannt. Die meinige kan aber so wenig kriechend als stolz seyn. — Vor etlichen Stunden besuchte mich Ihren mir recht werthen Brief: er machte mich munter und vergnügt. Nehmen Sie meinen Dank. — *Den 23.* Nur noch zu sagen, dass Ihre Freundin noch lebe und wie sie lebe. Baden, Beete, schlafen, spaziern, Besuche zu geben, Besuche zu empfangen: dies ist die ganze Geschichte. Ihre Vergnügungen

---

gleich ein Bild von der zuweilen ziemlich verblümten und überschwänglichen Ausdrucksweise unserer Barbara gibt, scheint mir unzweifelhaft hervorzugehen, dass sie sich schon vor Abfassung dieses Briefes mit dem Probleme beschäftigte, aber anfänglich gewisse Schwierigkeiten noch nicht zu überwinden wusste, — dass sie sich sodann mit Hegner über Letztere berieth — und dass ihr etwas späteres, durch ihn an Daniel Bernoulli gesandtes Mémoire die Frucht *gemeinsamer* Bemühung war. Es wird diess übrigens noch dadurch bestätigt, dass Barbara nach dem im August 1761 von Gottlieb Emanuel Haller erhaltenen Besuche (v. I 347), sich bei Hegner entschuldigt, die von Haller erhaltenen Complimente stillschweigend angenommen zu haben, — beifügend: „da ich doch nichts als die Machine, nicht die lebendigen Kräfte, die sie belebten, und die eigentlich die Ursache dieses alles waren, ware.“ — Zugleich will ich noch bemerken, dass ich von einem directen Verkehr Barbara's mit Bernoulli keine Spur gefunden habe, sondern Hegner muthmasslich immer der Vermittler war; was er auf die Anfrage Bernoulli's antwortete, ist mir leider unbekannt: Gewiss ist nur, dass sich weder das Mémoire, noch ein betreffender weiterer Brief Bernoulli's unter den Hegner'schen Papieren findet.“

[8]) Ohne Zweifel Hans Reinhart (1725—92), nachmals Seckelmeister; denn von den 12 Gewistern lebte damals (ausser Barbara, Elsbeth und Hans) nur noch ein Hans Heinrich (1748—1805), der ein „Sonderling“ gewesen sein soll und so zum Glück unverheirathet blieb.

will nicht sagen, denn sie sind mittelmässig genug. — *Den 24.* Widerum von unserm Leben ein Tag dahin, — der nicht wider kommt; für viele der Letzte. — mein Vater isst seit etlichen Tagen wenig, welches mich schon oft in Unruhe sezte. — Die meinigen Gesundheitsumstände sind heute besser als sonsten. Nachdeme disen Morgen eine Stunde im Bad gewesen, so tranke 2 Glass Selzer Wasser, kalt und ohne Milch; worauf noch ein und halbe Stunde im Bad zubrachte. Ich fühlte nicht wie gewohnt den Kopf schwerer, sondern das gegentheil, auch den ganzen Tag munter, nicht so viel Herzklopfen und Kopfweh. — *Den 26.* Dieser Brief soll endlich weg; gönnen Sie ihm eine gütige Aufnahme. Mein l. Vater befindet sich noch ohne Zufall, und ich so viel es seyn kan in Ruhe. Gott gebe dass doch keine schröklichen Begegnisse erfahre, und wenn es seyn soll, so stärke er mich und alle die es bedörfen.

VI. Winterthur 1762 VI 21.[9]) — Sind Sie doch um Ihr Leben nicht gleichgültig, ich bitte Sie; opfern Sie ihme Ihren Bernoulli und andere geliebte Freunde, wenn es es fordern sollte noch mehreres, gerne auf; thun sie es aus Liebe und Pflicht Ihrer Familie und aus Freundschaft ihrer Freunden. — Aber wie, ich lese Scarella und Agnesi und keines von beyden.[10]) Es solle, so viel ich Zeit habe nun geschehen, aber bis jetzt geschah es nicht; die curva tautochrona raubte mir, sint Sie wegwaren, alle Zeit weg. Gibt es Mädchen d'un esprit fort pesant, so gibt es auch d'un esprit fort pesant et fort lent, welches beydes erfuhre; denn ich bemühte mich Morgens und Abends mit ganzem Ernst ohne ein dieser Bemühung entsprechender Fortgang. — Welch eine glükliche existenz würde Ihre Freundin erfahren, wenn sie endlich vermögend wäre diese Hindernisse wegzuräumen, welche Hofnung es in disem Leben zu thun sie bald verlässt, doch nicht ehe Sie widerkommen, und wenn Sie widerkommen nie ganz.

---

[9]) Nach Gais geschrieben, wo Hegner seine angegriffene Gesundheit wieder zu stärken suchte. — [10]) „Scarella, Physica generalis (1754) und: Agnesi, Institutiones (1748)", welche Bücher Barbara muthmasslich von Hegner, der eine ziemlich reiche mathematische Bibliothek besass, geliehen hatte. Die Bibliothek des Polytechnikums besitzt aus derselben „Lalande, Astronomie (1760)."

VII. Winterthur 1762 VI 24.[11]) — Immer regnichte, kühle und unlustige Witterung erlaubet Ihnen (wenn schon Sie gesund, munter und froh sind, wie ich es hofe und sehr wünsche) nicht

[11]) Wieder ein nach Gais geschriebener und zugleich höchst interessanter Brief, da er nicht nur das zwischen Barbara und Hegner bestehende Verhältniss berührt, sondern namentlich einen wirklichen Einblick in die damaligen mathematischen Kenntnisse und Fähigkeiten der Erstern gestattet, und zeigt wie sie ihre Studien in richtiger Weise mit der Feder in der Hand betrieb. — Ich habe beizufügen, dass überhaupt Fragen und Bitten den Hauptinhalt von Barbara's Briefen an Hegner bilden, und dass es nicht unmöglich wäre mit Hülfe der vorkommenden vielen Citate, wenn auch nicht das Datum, so doch die Reihenfolge eines grossen Theiles dieser Briefe auszumitteln, und sich ein zutreffendes Bild der successiven mathematischen Ausbildung Barbara's zu entwerfen; es würde diess jedoch einen Zeitaufwand erfordern, welchen mir meine übrigen Arbeiten nicht zu machen erlauben. Ich muss mich so auf einige Einzelheiten beschränken. So schrieb sie einmal an Hegner: „Ists möglich ohne Flügel zu fliegen? und doch denken Sie es fast. Sehr weit hinauf haben Sie mein Ziel gesezt; wie soll ich es erreichen, da ich nur noch eine Raupe bin? Ich mag mich bemühen wie ich will, so wollen sich noch keine Fittiche dehnen. Oft denke ich, es gelinge mir nun; aber kaum denke es, so sinke ich wieder. Dieses überzeuget mich, dass es nur ein schiessen eines Regenwürmchens seye.“ Und ein ander Mal: „Sie beliebten einsten zu sagen, dass ich kein Buch ohne Ihr anrathen kaufen solle. Dieses gefiele mir: und sehen Sie, jzt will mich diser Erlaubniss bedienen. Ehedem beliebten Sie mir den Newton anzurathen, hernach einen Scarella oder wie Sie ihn nennen. Noch hernach sagten Sie dass diesen Scarella zu lesen Meister der Kunst erfordere. Was denken Sie jzt mein Herr? Haben Sie die Gutheit es mir zu sagen. Ich gedenke zum wenigsten werde noch ein Jahr an der Donna Agnesi haben, besonders wenn's nicht besser geht als bis dahin. Dann, haben Sie nicht gedacht, könnte den Euler lesen? Wie viel Zeit würde sich dann bis dahin verfliessen? Würde dann Newton noch zu finden seyn, der, da Sie einmahl gesagt, sehr rar werden würde, und welches das meiste seyn wird, wird ich dann im stande seyn ihn lesen zu können? Bitte Ihren Rath, welcher mich allein bestimmen solle, denn *Sie kennen Beydes, diese Bücher und mich.*“ Und wieder einmal: „Wenn man die Auflösung dieser Aufgabe verstehet, so

Ihr Leben in einem Lande, wo die Mathematic so fremd als die Magie ist, durch kleine Spaziergänge oder andere unschuldige Ergözungen des Lands angenehm zu machen. Erlauben Sie dann Ihnen kleine und öftere Besuche zu machen, und jzt da ich nicht als ein Mädchen d'un esprit fort pesant et rampant, mais que votre amie et votre fille en les Siences et particulièrement en les Mathématiques komme, so lasen Sie mir einen geneigten Zutritt gewähren, sofern es Ihre Gesundheits-Umstände erlauben. — Schon öfters habe mich mit einer mathematischen Schwierigkeit die Ihnen einsten im Gespräche vorgeleget, und die Sie beliebet bemerkungswürdig zu benennen, aufgehalten. Sie gaben mir die güttige Erlaubniss sie Ihnen, wenn sie meinen Kopf wider in Unordnung bringen sollte vorlegen zu dörfen. Sintdem ich aber die Ehre gehabt Ihnen letzteres zu schreiben, hat die D. Agnesi mich immer damit geplagt. Wenn Sie Ihrer gehorsamen Dienerin eine gnädige Audienz erlauben, so will sie in ihrer ganzen Grösse herauslegen. — Vielleicht belieben Sie sich noch zu erinnern wie ich einsten geklagt, dass da verschiedene differential-formeln durch

---

glaube nicht dass dise Schwierigkeit statt finden könne; habe also nichts gethan als nach meinen wenigen Kräften gesucht jene zu beweisen. Wenn jemand ander meine Feder geführt hätte, so glaube der Beweis sowohl, als das übrige wäre mit weniger als der Helfte gesagt, und noch besser gesagt worden. *Doch das Frauenzimmer besitzt die Gab zu schwazen, mit vielen Worten wenig sagen, in einem grössern Grad als Ihr geschlecht*, und wollen Sie darüber böse seyn? Die Natur beschenkte sie ja so. Schiken Sie also ihre Klagen ihr, ihr allein gehören sie." — Bei Barbara combinirten sich sachliche und sprachliche Schwierigkeiten, und so gab ihr z. B. Euler's Mechanik viel zu schaffen, so dass sie einmal schrieb: „Wie schwer, und schier hätte gesagt, böse, ist doch nicht Herr Euler?" — Neben Hegner berieth Barbara zuweilen auch Professor *Jetzler* in Schaffhausen (II 207—30) und Dr. *Scherb* in Bischoffzell, und hielt namentlich auf Ersterm grosse Stücke, so dass sie z. B. einmal schrieb: „Fast geriehte in Versuchung auf den Beyfall Herrn Jezlers stolz zu seyn; von herzen bedaure disen rechtschafnen Mann, denn welche Marter muss es seyn die Reizungen der Mathesin zu kennen, und dann gezwungen seyn sie etwas anderm aufzuopfern."

substitutiones zu integriren, und wenn man bisweilen schon eine glüklich gefunden, wodurch die vorgelegte Formel integrirt worden, so seye das integrale nicht allemahl gleich des Autoris; wobey zugleich gefragt ob die Constante solche Verwirrung und Mühe den noch ungeübten und schwachen verursache, welches Sie bejahet und dabey bemerket dass es verdiene untersuchet und in ein gehöriges Licht gesezet zu werden. Denn es lässt mir verdächtig, warum bey einer ehrlichen Substitution und da bey der operation auch nichts wider die Regeln begangen, doch so weit von dem resultat sich zulezt sehen muss. — Meine erhebliche Schwierigkeit ist, dass nach der D. Agnesi

$$\int \frac{2a^2\,dy}{(4y^2+a^2)^{3/2}} = \frac{2y}{\sqrt{4y^2+a^2}}$$

seyn soll. Ich machte zwo Substitutiones, deren erste

$$(4y^2+a^2)^{3/2} = (2y+z)^3,$$

wodurch

$$y = \frac{a^2-z^2}{4z} \quad \text{und} \quad dy = -\frac{(a^2+z^2)\,.\,dz}{4z^2}.$$

Daher wenn ich in der Rechnung keinen Fehler begangen

$$\int \frac{2a^2\,dy}{(4y^2+a^2)^{3/2}} = \int \frac{-4a^2 z\,dz}{(a^2+z^2)^2}.$$

Ferner setzte

$$a^2+z^2 = q \quad \text{und} \quad 2z\,.\,dz = dq,$$

daher

$$\int \frac{-4a^2 z\,.\,dz}{(a^2+z^2)^2} = \int -2a^2\,.\,q^{-2}\,.\,dq = \frac{2a^2}{q} =$$

$$= \frac{2a^2}{a^2+z^2} = \frac{2a^2}{2a^2+8y^2-4y\sqrt{4y^2+a^2}}$$

hiemit nicht gleich dem was die Verfasserin sagt dass das integrale obiger Formel *ohne Beyfügung der Constante* seye. Ich versuchte die Constante dem meinigen beyzufügen, um zu sehen was es dann für ein Verhältniss zu der Verfasserin ihrem haben würde, oder ob es gar gleich werden würde. Ich fande die Constante aus meiner Formel = 1[12]). — Aus diesem allem aber

[12]) In der That ist das von Barbara erhaltene Integral gleich

$$\frac{a^2}{\sqrt{a^2+4y^2}\,(\sqrt{a^2+4y^2}-2y)} = \frac{a^2\,[\sqrt{a^2+4y^2}+2y]}{\sqrt{a^2+4y^2}\,.\,a^2} =$$

$$= \frac{2y}{\sqrt{a^2+4y^2}} + 1.$$

wurde nicht klüger, sondern fande nur als eine Wahrheit dass die Constante solche verwirrung verursache; die weise aber die rechte substitution auszuspähen bliebe gleich verborgen, obwol sie mit vieler mühe suchte.

VIII. Baden 1762 VII 25. — Eine der anmuthigsten Abendstunden giebt mir endlich Musse Ihnen sagen zu können, dass Ihre Freundin noch lebe, dass ihre Reisse nach vieler Gedult glüklich vollendet und dass ihr Befinden sie eine glükliche Cur hofen lässt, welches ihr Muth gibt alle damit verbundene Beschwerdniss mit Gedult auszuhalten. Seltenes Herzklopfen fühle; kein frieren und fröstlen nach gewohnter weise; eine immer anhaltende Lust zu essen und zu trinken; auch unerachtens des vielen schwizens so eine folge der hizigen Witterung finde mich doch stets munter, froh und leicht, denn keine Spaziergänge machen mich müde, auch wenn sie in die Höhe hinauf oder in die tiefe hinunter gehen — bis zum Erstaunen, und der daher enstandenen innigsten Dankempfindung gegen eine so güttige Vorsehung gegen mich, fühle mich, fühle meine existenz schon zum voraus vollkommener — denn wenn Sie einsten widersehen, wenn das Glük Ihre und Scarella's Gesellschaft wider geniesen werde, so hofe mit einer fähigern Seele Ihre Bemühungen zu nuzen.

IX. Baden 1762 VIII 27. — Endlich ist die Zeit unserer Abreis auf künfftigen Dienstag (so ferne die Cur es zulässt, denn auf heute äusert sich ein neuer ausschlag) bestimmt. Wie sehr sie mich verlangt, will nicht sagen: unsre Reise wird über Zürich gehen wo mich noch ein wenig aufhalten wird. — *Den 29.* Heute ist unsre Abreis auf kommenden Freytag verschoben, denn die Cur lässt sie nicht ehender zu. Gestern schröpfte auf Füss,

---

Das Studium von Agnesi's Werk gab Barbara viel zu schaffen, und je nachdem sie vorwärts kam oder stecken blieb, sprach sie in ihrer Lebhaftigkeit von der „liebenswürdigen" oder dann wider von der „harten Donna Agnesi". Einmal glaubte sie, die Donna wolle sie ganz verlassen, und rief schmerzlich aus: „Ist es so, so muss ich, o Mathesin! dir dein Schwanengesang singen, dir dein leztes Lebewohl zurufen. Wilt Du nicht mehr die Gesellschafterin meines Lebens seyn, so wisse dass ich deine reize nie ganz vergessen werde."

Knie und Ruken, und wie ich empfinde, hofe wohl gethan zu haben, so dass fast gedenke es noch einmahl zu thun. — Heute habe von ganzem Herzen das Heimweh. Wie sehr verlanget mich wider meine Einsame, meinen Scarellam und meine Freunde in Winterthur. — *Den 2. Sept.* Heute ist der lezte meines hierseyns, worüber recht froh bin. Immer regnet es fort, welches unsre Reise auf morgen unlustig macht. Wie gerne würde stracks meine Mutterstatt beziehen, und wenn die Witterung so fortfahret, so wird ich in Zürich niemand als meine Fr. Schulthessin sehen, und dann bald zu Ihnen eilen, wo ich hofe Ihr beständiges Wohl und Vergnügen zu vernehmen.

X. Winterthur 1763 VII 10[13]). — Sie denken, wie viel glüklicher ich seye, da Euler oder Scarella meine besten Gefehrten wären, und wie viel von ihnen bey Ihrer Heimkunft zu schwazen hätte. Sie denken so, vielleicht, weil solches zur besten Welt gehörte, oder nur weil Sie mir ein solches Glük von ganzem Herzen wünschten? Dem seye, wie ihm wolle: so viel mich kenne, finde, dass meine Seele mehr Bedürftniss, und daher stärkere Speise als gemeiniglich andere bedarf, welche aber in einer zu unvollkommnen Hütte wohnt, wodurch sie zu oft und zu sehr gedrükt wird, dass sie immer wider sie zu kämpfen hat; welches sie daher matt und hungrig lässt, indem ihr dadurch die ihr gemässen Speisen versaget werden. Oft fällt meine Hofnung beym Gefühl meines immer kranken Kopfs und erschwachten Gesichts ganz hin, jemahls die vorige Munterkeit und Stärke des Geistes wider zu erreichen, die mich in meinen einsamen Stunden zu Betrachtung abgezogener Wahrheiten fähig, und daher so glüklich gemacht. Wie oft werde dadurch zu nichts als zu dem Gefühle meiner Machine gebracht, das mich meinen Augen als ein Nichts sehen lässt. Doch wenn schon dies das Schiksal meines jetzigen Lebens seyn soll, so will ich mich mit der Hofnung freuen, dass meine Seele einsten in einer vollkommnern Hütte wohnen werde, wo sie durch sie in ausübung ihrer Kräften nicht mehr werde aufgehalten und gehindert werden; wo sie dann von einer Erkenntniss der Wahrheit, und daher von einer Vollkommenheit zu der andern

[13]) Wieder nach Gais geschrieben.

kommen werde. Wie gross wird dann das Glük meines Daseyns, und in ihm das Geschenk meines Schöpfers seyn! gegen Den jzt schon mein Herz der dankbarsten Empfindungen überströmt. — Der Gedanke ergreift mich zu stark, meine Seele ist nur Dank!

XI. Baden 1764 VIII 3. — Morgens um 6 Uhr gehe ich in das Bad und lese meiner Mutter eine halbe Stunde aus zwei verschiedenen ernsthaften Büchern vor; dann trinke mein sauer-wasser, welches eine ½ Stund wegnimmt, dann bleibe noch ½ Stund in dem Bad, dann ruhe ein wenig, und dann gibt Baron von Wolf mir noch ungefer eine ½ Stund Gesellschaft, dann befinde mich wider bey m. L. M. Nachmittag gegen 3 oder 4 Uhr gehen wir wider in das Bad, wo wir ½ Stündgen zu abend essen, dann ein gutes halbes Stündgen m. M. aus dem Robinson vorlese, welches sie munter und vergnügt machet; dann nach dem Bad entweder zu unsern Winterthurern gehen, oder sie zu uns kommen lassen. — Den Tag unserer Rukreiss erwarte ich ohne Verdrus und ungedult, weilen die Zeit mit Baden, lesen und arbeiten hinbringe. Er soll mir aber lächelnd und froh entgegenkommen, und dieser Ort nicht ohne Freude und Dank verlassen werden, wenn es Gott gefällt m. L. M. Gesundheit durch eine gesegnete Cur wider herzustellen. Dann werde auch Sie widersehen, und meine Mathesin wird ihre angenehme Gesellschaft mir wider gönnen.

XII. Baden 1768 VI 24. — Endlich finde ich Musse Ihnen zu sagen, dass unsere Reisse bis hieher glücklich und unser Aufenthalt einsam, mit langerweil vermischt, doch so viel es seyn kann, zufrieden ist[14]). — *Den 25.* Hofe durch Gottes Segen eine gute Chur zu machen, wenn mir das elende Beth, das mir zu theil geworden, kein Hinderniss daran ist, denn ich lege mich mit vielen und warmen Kleidern hinein und alles was ich finde lege darauf, denoch bin bald erkaltet. Doch hofe die kommende Wärme werde mich vor Krankheit bewahren. — *Den 25. (etwas später).* Mir ist Baden noch nie so angenehm gewesen, — und warum? Der stete Genuss einer frischen Luft, und der frohe Blick einer ländlichen Aussicht, nebst der mir alletag geliebten, obschon kleinen Lectur meiner von Ihnen an-

[14]) Barbara ward damals wieder mit ihrer Mutter in Baden.

geführten Büchern[15]). — *Den 27.* Krank, zwei Tage krank war Ihre Freundin, dass izt mich ausert dem Bethe zu sein, wehren muss. Der Magen und Kopf ist zu angegriffen, dass des wassers zu trinken und des Bads ein wenig enthalten muss[16]).

[15]) Barbara studirte zu jener Zeit, wie aus ihren Fragen hervorgeht, neben Scarella und Euler, in Newton's Principien und Musschenbroek's Elementen.

[16]) Dieser letzte datirte Brief gibt nochmals ein rechtes Bild davon, welche raschen Wechsel bei Barbara vorkamen. — Ich füge demselben zum Schlusse noch folgende zwei bemerkenswerthe Stellen aus den undatirten Briefen bei, für welche ich in den vorhergehenden Noten keine passende Verwendung fand. Einmal fragt sie: „Kan denn die Mathesin mit der theologie nicht zusammen bestehen? oder muss jene dieser weichen? Ich liebe beyde und denke keine zu verlassen. Herr Dechant machte mir die eine nicht erst liebenswürdig, sie hatte mein Herz schon ehe ich wusste, dass Er das Daseyn hatte.“ Ein andermal schreibt sie: „Alle Freuden dieses Lebens werden mir je mehr gleichgültig, denn wie nichtig und oft wie gefährlich sind sie! Das gröste glük macht uns nur fähig das gröste Unglük zu leiden. Förchten Sie sich nicht, dises gedenken führt mich zu keiner melancholy, sein ursprung sind keine verdriesslichkeiten. Die Vernunft und noch etwas mehr als die Vernunft lehrt mich aus der Beschafenheit aller Dinge dieses Lebens so zu denken, und zugleich den Entschluss zu fassen immer tugendhafter und gerechter in diser wilden Wüste zu leben, damit mein Glük an einem andern Ort gesichert seye, und ich dann in allen Begegnissen, auch den schröklichsten, lächeln und ruhig seyn möge.“

[R. Wolf.]

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

LXVI. Besprechung einer meine Arbeiten betreffenden Note von Prof. Korteweg, und Mittheilung eines Ergebnisses meiner einheitlichen Variationsreihe; zehnte Serie der von Herrn A. Wolfer erhaltenen Sonnenfleckenpositionen; Fortsetzung des Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher Sternwarte.

Bekanntlich hatte mir eine im October 1882 in Nr. LVII dieser Mittheilungen niedergelegte, auf Grund meiner den 120 Jahren 1751—1870 entsprechenden 1440 monatlichen Relativzahlen und unter Anwendung einer, wenigstens dem Grundprincipe nach, den Arbeiten von Balfour Stewart entnommenen Methode, angestellte Untersuchung die Wahrscheinlichkeit ergeben, dass neben meiner mittlern Sonnenfleckenperiode von circa $11^1/_3$ Jahren noch eine Unterperiode von circa 10 Jahren bestehe, durch welche wohl wenigstens theilweise die Schwankungen in Höhe und Länge der einzelnen Wellen der Sonnenfleckencurve hervorgebracht werden dürften. Nachdem ich sodann in einer im Januar 1883 in Nr. LVIII veröffentlichten Untersuchung den schon in der vorhergehenden Nummer durch eine Versuchsreihe angetretenen Beweis für die Zulässigkeit der Methode noch durch den Nachweis ergänzt hatte, dass man nach derselben aus einer längern Temperaturreihe die Länge des Jahres ableiten kann, veröffentlichte ich im October 1883 in Nr. LX eine zweite Untersuchung, welche aus zwei Haupttheilen

bestand: Erstens wies ich nach, dass die beiden Perioden von 10 und $11^1/_8$ Jahren für sich allein nicht hinreichen, den Wechsel in der Sonnenfleckenhäufigkeit darzustellen, sondern noch eine grosse Periode beigezogen werden muss, welche ich versuchsweise auf 81 Jahre festsetzte, — stellte sodann für Berechnung der mittlern jährlichen Relativzahlen die Formel

$$r = 45{,}5 + 17{,}1 \cdot Si\left(161°{,}06 + n \cdot \frac{360°}{10}\right) +$$
$$+ 21{,}2 \cdot Si\left(225°{,}87 + n \cdot \frac{360°}{11^1/_8}\right) +$$
$$+ 17{,}7 \cdot Si\left(270°{,}00 + (n-70) \cdot \frac{360°}{81}\right)$$

auf, in welcher n die um 1751 verminderte Jahreszahl bezeichnet, — zeigte, dass die nach ihr für den ganzen Zeitraum 1751—1870 berechneten Zahlen von den aus den Beobachtungen abgeleiteten Relativzahlen durchschnittlich nur um $\pm$ 25,8 abweichen, während der mittlere Unterschied zwischen Letztern und ihrem Mittel den doch wesentlich grössern Werth $\pm$ 35,9 besitzt, — fand, dass die nicht benutzten Relativzahlen der Jahre 1871 bis 1882 durch sie ebenfalls durchschnittlich bis auf $\pm$ 25,2 dargestellt werden, — wurde durch diesen Erfolg ermuthigt nach derselben Formel die Relativzahlen auch für die Jahre 1610—1750 zu berechnen, — leitete aus der berechneten Zahlenreihe alle Minimums- und Maximums-Epochen für den ganzen Zeitraum von 1610 bis 1882 ab, — und verglich endlich diese mit den früher aus den Beobachtungen abgeleiteten Epochen.*) Das

*) Damals hatte ich provisorisch das letzte Maximum auf 1882,8 gesetzt; ich habe nun den definitiven Werth 1883,9 eingeführt, und die frühere Rechnung entsprechend verbessert.

Resultat dieser letztern Vergleichung war, dass die 22 Epochen zwischen 1610 und 1730 einen mittlern Unterschied von

$\pm 4^{s},89$ (Max. 8,0 bei 1639,5)

die 28 Epochen von 1730 bis zur Gegenwart dagegen nur einen solchen von

$\pm 1^{s},64$ (Max. 2,8 bei 1804,2)

ergaben; es wurden also nicht nur die 120 benutzten Jahrgänge 1751—1870, sondern noch 20 vorhergehende und 14 nachfolgende in dieser Beziehung ganz ordentlich dargestellt, und wenn diess für die 120 frühern Jahre nicht in gleichem Maasse der Fall war, so konnte man es schon wegen der grössern Unsicherheit der auf jene Zeit fallenden Epochen, ganz besonders aber wegen der nichts weniger als sichern Annahme für die Länge der grossen Periode, kaum anders erwarten. Immerhin wünschte ich, wo möglich, noch ein befriedigenderes Resultat zu erzielen, und da mir während der vorstehenden Untersuchung plausibel geworden war, dass noch eine zweite Unterperiode von etwas mehr als 8 Jahren vorhanden sein dürfte, so beschloss ich noch in gleicher Weise, wie es früher von $9^{s}\,6^{m}$ bis $12^{s}\,6^{m}$ geschehen war, das Ordnen der 1440 Zahlen auch noch von $8^{s}\,0^{m}$ bis $9^{s}\,4^{m}$ vorzunehmen, und hiebei ergab sich dann wirklich zweitens bei $8^{s}\,4^{m}$ wieder ein ganz entschiedenes Maximum, so dass ich an der Existenz einer zweiten Unterperiode von $8\frac{1}{3}$ Jahren kaum zweifeln konnte. Und in der That erhielt ich, schon als ich einfach die drei, jedem Jahre nach den Perioden $8\frac{1}{3}$, 10 und $11\frac{1}{3}$ zukommenden Zahlen zusammenzählte, ein fast ebenso gutes Resultat, als es mir früher die zwei Perioden 10 und $11\frac{1}{3}$ unter Zuzug der grossen Periode von 81^{s} und nach mühsamer

Constantenbestimmung ergeben hatten, indem der mittlere Unterschied von $\pm 25{,}8$ nur auf $\pm 26{,}5$ anstieg. Ich durfte also in der That hoffen nach Zuzug einer geeigneten grossen Periode und neuer Constantenbestimmung noch ein wesentlich besseres Resultat zu erhalten; aber welche Länge sollte ich der grossen Periode geben? Für directe Bestimmung erwies sich meine Reihe als viel zu kurz, und eine indirecte Bestimmung zu machen, d. h. etwa die ganze Rechnung für verschiedene Annahmen durchzuführen, um aus Vergleichung der Ergebnisse eine Beste erkennen zu können, war gar zu zeitraubend. Da auch ein anderer Weg, den ich einzuschlagen versuchte, nicht den erwünschten Erfolg hatte und mich überdiess andere Arbeiten drängten, so entschloss ich mich endlich, wenn auch höchst ungerne, vorläufig das bereits Erhaltene tale quale zu publiciren, und die weitere Verfolgung des Gegenstandes auf unbestimmte Zeit zu vertagen. — Während ich mit dieser zweiten Untersuchung beschäftigt war, unternahm Herr Professor D. J. Korteweg in Amsterdam die Ergebnisse meiner ersten eingehend zu prüfen, und legte am 19. Juli 1883 der Wiener-Academie eine Note »Ueber die von Prof. Wolf vermuthete Doppelperiode der Sonnenfleckenhäufigkeit« vor, welche sodann in deren Sitzungsberichten in demselben October 1883 zum Abdrucke kam, in welchem ich meine Nr. LX publicirte. Nachdem Prof. Korteweg im Eingang seiner Note die von mir angewandte, und von ihm als »höchst sinnreich«, so wie vielleicht dazu berufen in andern Fällen »grosse Dienste zu leisten«, bezeichnete Methode*) klar

*) Ich muss nach dem oben Bemerkten einen guten Theil dieses Lobes an Balfour Stewart abgeben.

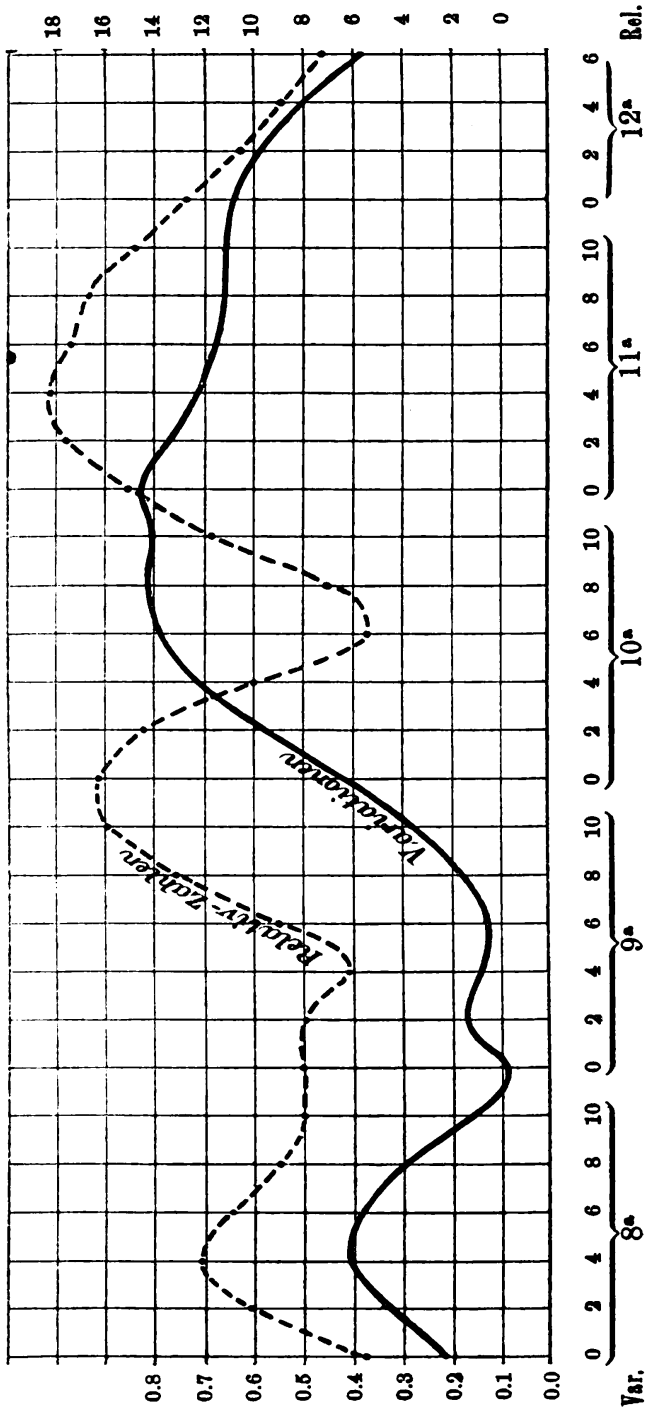
auseinandergesetzt, theilt er mit, dass er das von mir erhaltene Resultat anfänglich »gar nicht angezweifelt«, dann aber bei Anstellung einiger Prüfungen zu seinem »Erstaunen« gefunden habe, dass es dieselben nicht aushalte, folglich »auf einer Illusion« beruhen müsse, und meine Unterperiode von 10 Jahren »keine wirkliche Existenz« besitze. Ich kann, ohne allzu weitläufig zu werden, die Prof. Korteweg zu diesem Schlusse führende Untersuchung hier natürlich nicht mit allem Detail wiederholen, sondern muss mich darauf beschränken, seine zwei Hauptargumente anzuführen: Das Eine besteht darin, dass ihm die, unter Annahme meiner zwei Perioden, von 1750 rückwärts bis 1610 durch Rechnung verlängerte Reihe der Relativzahlen ganz andere Epochen für Maximum und Minimum ergab, als ich sie aus den Beobachtungen direct bestimmte, — das Andere darin dass, als er die ihm für 1751—1873 vorliegende Reihe meiner mittlern jährlichen Relativzahlen in die drei Sectionen

I: 1751—1791 II: 1792—1832 III: 1833—1873

theilte, und sowohl für I + II, als für II + III und I + II + III nach dem von mir angewandten Verfahren die mittlern Abweichungen berechnete, er drei ganz verschiedene Curven erhielt, von welchen allerdings die Letzte mit der Meinigen sehr nahe übereinstimmte und die charakteristische Einsenkung bei $10^1/_2$ vorhanden war, während dieselbe bei der Zweiten ganz fehlte, was bei wirklicher Existenz kaum der Fall sein dürfte. — Ehe ich auf diese beiden gewichtigen Argumente näher eintrete, erlaube ich mir das Ergebniss einer verwandten Untersuchung mitzutheilen, welche ich, mit bereitwilligster Hülfe Herrn Wolfer's, bald nach der im Februar 1884 in Nr. LXI erfolgten Publication meiner den Zeit-

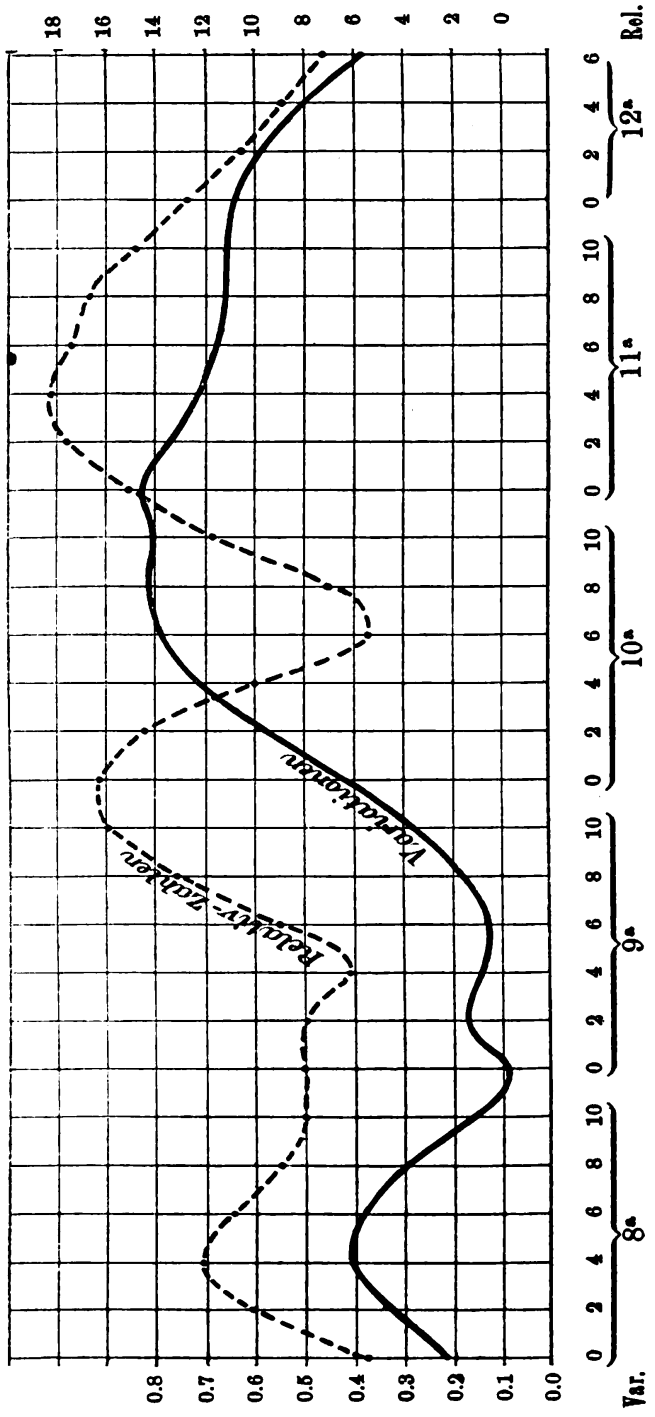
Nr.	1–12	13–24	25–36	37–48	49–60	61–72	73–84	85–96	97–108	109–120	121–132	133–144	Mittel
8ᵃ 0ᵐ	0,40	0,19	-0,09	-0,24	-0,31	-0,13	-0,04	0,17	—	—	—	—	±0,225
2	0,41	0,12	-0,18	-0,50	-0,53	-0,01	0,24	0,33	—	—	—	—	0,338
4	0,48	-0,25	-0,46	-0,60	-0,32	0,29	0,38	0,41	—	—	—	—	0,413
6	-0,06	-0,37	-0,52	-0,37	-0,01	0,43	0,54	0,39	—	—	—	—	0,384
8	-0,04	-0,37	-0,32	-0,01	0,14	0,59	0,31	-0,03	-0,36	—	—	—	0,304
10	0,06	-0,25	0,07	0,13	0,13	0,24	0,00	-0,09	-0,27	—	—	—	0,165
9 0	0,06	0,19	0,01	-0,02	-0,14	0,06	0,00	-0,12	-0,06	—	—	—	0,089
2	0,43	-0,12	-0,05	-0,27	-0,10	0,00	0,00	0,11	-0,04	—	—	—	0,181
4	0,11	-0,20	-0,07	-0,21	-0,13	0,03	0,14	0,18	0,13	—	—	—	0,143
6	0,02	-0,06	0,04	-0,21	-0,10	-0,04	0,22	0,20	0,01	—	—	—	0,130
8	0,27	0,00	0,08	-0,22	-0,36	-0,04	0,19	0,12	-0,07	-0,04	—	—	0,178
10	0,32	0,05	-0,07	-0,55	-0,46	-0,07	0,19	0,10	0,18	0,32	—	—	0,284
10 0	0,27	-0,25	-0,45	-0,70	-0,53	0,02	0,24	0,53	0,47	0,40	—	—	0,429
2	-0,16	-0,51	-0,77	-0,70	-0,44	0,21	0,82	0,77	0,73	0,15	—	—	0,585
4	-0,42	-0,82	-0,79	-0,58	-0,14	0,91	1,05	1,13	0,25	-0,30	—	—	0,721
6	-0,75	-0,88	-0,63	-0,11	0,62	1,31	1,32	0,48	-0,23	-0,58	—	—	0,789
8	-0,92	-0,60	-0,01	0,67	1,12	1,30	0,67	-0,03	-0,52	-0,81	-1,19	—	0,815
10	-0,59	0,17	0,91	1,11	0,80	0,72	0,15	-0,34	-0,73	-1,09	-1,29	—	0,803
11 0	0,42	1,05	1,21	0,91	0,27	0,23	-0,20	-0,50	-1,05	-1,19	-1,00	—	0,825
2	1,29	1,06	0,84	0,04	-0,05	-0,15	-0,34	-0,86	-1,13	-0,91	0,06	—	0,768
4	1,23	0,64	0,22	-0,17	-0,45	-0,31	-0,70	-0,91	-0,88	0,08	1,09	—	0,712

	6	0,81	0,11	0,04	−0,56	−0,63	−0,63	−0,73	−0,65	−0,04	1,15	1,03	0,682
	8	0,43	−0,11	−0,26	−0,81	−0,91	−0,66	−0,44	0,09	0,86	1,22	0,73	0,19	0,656
	10	0,18	−0,29	−0,57	−1,05	−0,86	−0,33	0,25	0,79	1,16	0,85	0,21	−0,02	0,656
12	0	−0,05	−0,53	−0,83	−0,94	−0,58	0,30	0,77	1,09	0,82	0,41	−0,02	−0,16	0,641
	2	−0,31	−0,68	−0,75	−0,69	0,00	0,67	1,05	0,85	0,39	0,16	−0,01	−0,40	0,591
	4	−0,46	−0,56	−0,56	−0,10	0,27	0,91	0,83	0,43	0,10	0,16	−0,28	−0,49	0,497
	6	−0,31	−0,39	−0,02	0,08	0,49	0,72	0,41	0,24	0,07	0,00	−0,41	−0,58	0,382



Nr.	1–12	13-24	25–36	37–48	49-60	61–72	73–84	85–96	97–108	109-120	121-132	133-144	Mittel
8ª 0ᵐ	0,40	0,19	-0,09	-0,24	-0,31	-0,13	-0,04	0,17	—	—	—	—	±0,225
2	0,41	0,12	-0,18	-0,50	-0,53	-0,01	0,24	0,33	—	—	—	—	0,338
4	0,48	-0,25	-0,46	-0,60	-0,32	0,29	0,38	0,41	—	—	—	—	0,413
6	-0,06	-0,37	-0,52	-0,37	-0,01	0,43	0,54	0,39	—	—	—	—	0,384
8	-0,04	-0,37	-0,32	-0,01	0,14	0,59	0,31	-0,03	-0,36	—	—	—	0,304
10	0,06	-0,25	0,07	0,13	0,13	0,24	0,00	-0,09	-0,27	—	—	—	0,165
9 0	0,06	0,19	0,01	-0,02	-0,14	0,06	0,00	-0,12	-0,06	—	—	—	0,089
2	0,43	-0,12	-0,05	-0,27	-0,10	0,00	0,00	0,11	-0,04	—	—	—	0,181
4	0,11	-0,20	-0,07	-0,21	-0,13	0,03	0,14	0,18	0,13	—	—	—	0,143
6	0,02	-0,06	0,04	-0,21	-0,10	-0,04	0,22	0,20	0,01	—	—	—	0,130
8	0,27	0,00	0,08	-0,22	-0,36	-0,04	0,19	0,12	-0,07	-0,04	—	—	0,178
10	0,32	0,05	-0,07	-0,55	-0,46	-0,07	0,19	0,10	0,18	0,32	—	—	0,284
10 0	0,27	-0,25	-0,45	-0,70	-0,53	0,02	0,24	0,53	0,47	0,40	—	—	0,429
2	-0,16	-0,51	-0,77	-0,70	-0,44	0,21	0,82	0,77	0,73	0,15	—	—	0,585
4	-0,42	-0,82	-0,79	-0,58	-0,14	0,91	1,05	1,13	0,25	-0,30	—	—	0,721
6	-0,75	-0,88	-0,63	-0,11	0,62	1,31	1,32	0,48	-0,23	-0,58	—	—	0,789
8	-0,92	-0,60	-0,01	0,67	1,12	1,30	0,67	-0,03	-0,52	-0,81	-1,19	—	0,815
10	-0,59	0,17	0,91	1,11	0,80	0,72	0,15	-0,34	-0,73	-1,09	-1,29	—	0,803
11 0	0,42	1,05	1,21	0,91	0,27	0,23	-0,20	-0,50	-1,05	-1,19	-1,00	—	0,825
2	1,29	1,06	0,84	0,04	-0,05	-0,15	-0,34	-0,86	-1,13	-0,91	0,06	—	0,768
4	1,23	0,64	0,22	-0,17	-0,45	-0,31	-0,70	-0,91	-0,88	0,08	1,09	—	0,712

	6	0,81	0,11	0,04	−0,56	−0,63	−0,63	−0,73	−0,65	−0,04	1,15	1,03	0,682
	8	0,43	−0,11	−0,26	−0,81	−0,91	−0,66	−0,44	0,09	0,86	1,22	0,73	0,19	0,656
	10	0,18	−0,29	−0,57	−1,05	−0,86	−0,33	0,25	0,79	1,16	0,85	0,21	−0,02	0,656
12	0	−0,05	−0,53	−0,83	−0,94	−0,58	0,30	0,77	1,09	0,82	0,41	−0,02	−0,16	0,641
	2	−0,31	−0,68	−0,75	−0,69	0,00	0,67	1,05	0,85	0,39	0,16	−0,01	−0,40	0,591
	4	−0,46	−0,56	−0,56	−0,10	0,27	0,91	0,83	0,43	0,10	0,16	−0,28	−0,49	0,497
	6	−0,31	−0,39	−0,02	0,08	0,49	0,72	0,41	0,24	0,07	0,00	−0,41	−0,58	0,382



raum 1781—1880 beschlagenden Variationstafel machte, aber immer wieder zurücklegte, weil ich Zeit und Wege zu finden hoffte, um sie noch weiter zu vervollständigen: Als nämlich auf die 1200 Zahlen dieser Tafel ganz genau das frühere, und daher hier nicht neuerdings zu erläuternde Verfahren angewandt wurde, ergab sich die in vorstehender Tafel enthaltene Folge von Mittelreihen und mittlern Abweichungen, und aus der Letztern die ebenfalls beigefügte Curve, welcher ich zur Vergleichung auch die früher aus den Relativzahlen abgeleitete Curve beigab. Die neue Curve zeigt in ihrem ersten Drittel eine fast vollkommene Uebereinstimmung mit der Alten, und speciell ebenfalls wie diese das eine Periode von $8^1/_3$ Jahren andeutende Maximum, — dagegen in ihrem weitern Verlaufe, wo sie eine grosse Aehnlichkeit mit der von Prof. Korteweg erhaltenen zweiten Curve hat, eine wesentliche Verschiedenheit, indem das frühere Minimum bei $10^1/_2$ fehlt, und die frühern zwei Maxima bei 10 und $11^1/_3$ durch ein einzelnes Maximum bei $10^2/_3$ ersetzt sind. Soll ich nun aus dieser Anomalie auf eine wirkliche Verschiedenheit des Verlaufes der beiden Erscheinungen schliessen, welche mir diese Curven geliefert haben, — oder soll ich wegen derselben »tout bonnement« beide Curven verwerfen, — oder soll ich sie endlich als Näherungsausdrücke verschiedener Ordnung für das wirkliche Gesetz betrachten, und mich somit vorläufig an die, die grössere Annäherung Bietende halten? Die erste Lösung ist nun offenbar ganz unzulässig, da ich ja längst mit aller Sicherheit nachgewiesen habe, dass der Verlauf der Sonnenfleckenthätigkeit bis ins Detail mit demjenigen der Variationen übereinstimmt, und sogar mehrfach anzunehmen genöthigt war, dass die aus den Relativzahlen

berechneten Variationen die beobachteten Werthe an Sicherheit übertreffen. Die zweite Lösung wäre die Bequemste, aber ich würde mich durch ihre Annahme auf die Stufe des Doctors Eisenbart stellen, der seinen Patienten todtschlug, um ihn zu heilen, — ja damit zugleich erklären, dass ich an der Gesetzmässigkeit der beiden Erscheinungen, welche doch nicht nur im grossen Ganzen durch meine Untersuchungen festgestellt ist, sondern für sie, so gut als für alle Naturerscheinungen, schon grundsätzlich angenommen werden muss, verzweifle; da ich nun hiezu keine Lust habe, und mein lückenhaftes Wissen so wenig hinter dem Worte Zufall, als hinter dem Worte Wunder verstecken mag, so muss ich auch von dieser zweiten Lösung abstrahiren. Die dritte Lösung scheint mir die allein Berechtigte zu sein, zumal der Unterschied zwischen den beiden Curven gar nicht so gross ist, als er auf den ersten Blick erscheint: Man hat bei dem langgestreckten Hauptmaximum der Variationscurve nur eine, relativ nicht einmal gar gewaltige Auseinanderschiebung des Materiales vorzunehmen, um zwei getrennte Maxima zu erhalten, und dass eine solche Verschiebung, wenigstens nach rechts, wirklich geschehen muss, liegt auf der Hand, da das Hauptmaximum ja ganz sicher nach 11 fällt, und nur das secundäre Maximum bei 10 in Frage gestellt werden kann. Dass aber diese Verschiebung nicht von selbst geschehen ist, hängt offenbar damit zusammen, dass ich die Variationen der gerade höchst charakteristischen Jahre 1751—1780, weil nicht vorhanden, auch nicht benutzen, und die Reihe nur nothdürftig durch Zuschlag der 10, der gegenwärtigen und etwas zerfahrenen Periode zugehörenden Jahrgänge 1871—1880 etwas ergänzen

konnte. Bei einer Erscheinung von einer solchen Complication ist sogar die für die alte Curve benutzte und an charakteristischen Jahrgängen reichere Reihe von 120 Jahren sicher noch zu kurz, um zu einem ganz definitiven Resultate zu gelangen, da man ja nicht einmal sicher ist, dass sie die Länge der unbedingt vorhandenen grossen Periode wesentlich übersteigt: Wenn ich daher auch unbedingt die alte Curve als die jetzt möglichst Beste ansehen muss, so möchte ich keineswegs garantiren, dass sie nicht später, wenn die grundlegende Reihe noch etwa um weitere 40 bis 50 Jahrgänge verlängert werden kann, noch einige Modificationen erleiden werde. — Ich glaube durch diese Auseinandersetzung, und durch das im Eingange über die Resultate meiner zweiten Untersuchung Beigebrachte, die beiden Hauptargumente von Prof. Korteweg, wenn auch nicht vollständig widerlegt, doch wenigstens bedeutend abgeschwächt zu haben, da bei Aufstellung des Ersten die nöthige Berücksichtigung der grossen Periode wegblieb, und die zur Aufstellung des Zweiten vorgenommene Abtheilung wegen eben derselben als unstatthaft zu bezeichnen sein dürfte. Obschon ich somit auch das von Prof. Korteweg hierauf gegründete Facit »die zehnjährige Periode sei fictiv« nicht als unbedingt richtig anerkennen kann, so stehe ich nicht an zu erklären, dass seine Arbeit für mich höchst belehrend war, — dass sein weiterer Ausspruch, es möchte, wie die »Amplitude zweifellos säculären Aenderungen unterworfen« sei, auch »die Periode von circa 11 Jahren, deren Existenz selbstverständlich nicht zu leugnen ist, keine unveränderliche Dauer besitzen« mit meinen Ansichten ganz gut harmonirt, — und dass ich endlich seine Schlussworte: »Ueber-

haupt können keine Perioden von scharf bestimmter und unveränderlicher Dauer in der Sonnenfleckenhäufigkeit vorhanden sein, denn sonst hätte die von Herrn Wolf benutzte Methode sie aufdecken müssen. Und dieses negative Resultat ist vielleicht nicht ohne Wichtigkeit. Es stimmt nämlich viel besser mit der Hypothese, dass die Periodicität einer der Sonne selbst innewohnenden Ursache zu verdanken ist, als mit der entgegengesetzten, dass äussere Einflüsse, wie Perihelstände, Conjunctionen und Oppositionen von Planeten, die Perioden sehr scharf bestimmter Länge besitzen, sie hervorrufen sollten«, zum mindesten sehr bemerkenswerth finde.

Ich lasse nunmehr eine zehnte, die Rotationsperioden 310 bis 315 umfassende Reihe der von meinem Assistenten, Herrn A. Wolfer, erhaltenen und berechneten Sonnenfleckenpositionen folgen, für welche auf die bei Mittheilung der frühern Reihen gegebenen Erläuterungen verwiesen werden kann:

Nr.	1883	p	ϱ	b	l	L	
				Rotationsperiode 310.			
1.	XII 7.413	118°.54	749″	-11°.56	40°.92	0°.13	Kleiner Fl.
	»	121.32	790	-14.43	37.48	356.69	„ Vgl.
	8.573	123.68	609	-12.90	54.58	357.24	„ R 309. 1
	15.441	267.37	851	-11.31	158.54	0.61	Behofter Fl.
	»	266.22	829	-12.05	155.91	357.98	Kleiner „
	»	265.74	815	-12.26	154.33	356.40	Behofter „
	7.413	120.45	797	-13.86	36.69	355.90	Fleck m. Hoftheilen
	8.573	124.10	643	-13.88	52.17	354.83	Behofter Fl.
	15.441	263.25	797	-14.04	152.12	354.19	„
	»	266.23	783	-11.45	151.05	353.12	„
2.	XII 7.413	117.53	855	-12.36	29.71	348.92	Kleiner Fl.
	8.573	120.04	712	-12.51	45.82	348.48	Vgl.
	7.413	111.80	845	- 7.28	30.45	349.66	„ R 309. 2

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	XII	7.413	114°.26	874″	- 9°.73	26°.95	346°.16	Behofter Fl.
		8.573	116.10	735	-10.00	43.30	345.96	
		15.441	268.69	683	- 8.48?	142.44	344.51	
		18.480	268.56	962	- 9.99	181.83	343.90	
		7.413	111.33	886	- 7.22	25.16	344.37	Kleiner beh. Fl.
		8.573	112.46	749	- 7.42	41.60	344.26	
		15.441	272.61	679	- 5.74	142.05	344.12	Kleiner Fl.
3.	XII	8.573	115.23	952	-12.07	14.07	316.73	Beh. Fl. Vgl. R 309. 4
4.	XII	18.480	269.75	798	- 7.90	155.88	317.23	Kleiner beh. Fl.
		»	271.25	788	- 6.63	154.87	316.22	Kleiner Fl.
		»	269.55	743	- 7.65	150.56	311.91	Fleck m. östl. Hofe
5.	XII	15.441	330.86	301	12.85	109.85	311.92	Behofter Fl.
		18.480	295.57	773	12.60	152.07	313.42	
		20.594	290.76	963	12.81	183.47	314.67	
6.	XII	15.624	321.54	453	17.01	119.59	321.66	Behofter Fl.
		»	326.86	421	17.39	116.30	318.37	Kleiner Fl.
		»	335.20	335	15.35	110.03	312.10	„
		»	336.36	323	14.96	109.27	311.34	„ Vgl. R 311. 4?
		»	338.88	311	14.82	108.16	310.23	„
		18.480	296.85	805	14.25	155.05	316.40	„
		»	300.22	784	16.44	152.24	313.59	„
		»	299.98	773	15.98	151.17	312.52	„
		»	299.32	747	14.88	148.91	310.26	„
7.	XII	15.624	25.20	266	14.14	94.14	296.21	Kleiner Fl.
		»	29.06	306	16.13	92.26	294.33	„
		18.480	298.50	610	11.25	137.99	299.34	„ Vgl. R 311. 6?
		»	297.47	591	10.23	136.80	298.15	„
		»	300.52	604	12 30	137.16	298.51	„
		»	301.32	598	12.62	136.56	297.91	„
		»	300.75	573	11.68	134.85	296.20	„
		»	299.66	551	10.57	133.54	294.89	Kleiner beh. Fl.
		20.594	290.59	898	11.37	169.41	300.61	Kleiner Fl.
		»	289.79	894	10.56	168.82	300.02	„
		»	291.36	886	11.86	167.59	298.79	„
		»	289.81	870	10.19	165.50	296.70	„
		»	290.07	859	10.24	164.08	295.28	„
		»	293.93	859	13.59	163.55	294.75	Kleiner beh. Fl.
		21.446	288.72	954	11.00	181.45	300.49	Kleiner Fl.
		»	289.91	942	11.92	178.41	297.45	„
		»	291.62	927	13.24	175.05	294.09	„

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
8.	XII	18.480	239°.79	441″	-17°.61	122°.98	284°.33	Kleiner beh. Fl.
		20.594	255.32	766	-18.23	153.22	284.42	Pore
		18.480	236.94	424	-17.99	121.24	282.59	Kleiner beh. Fl.
		»	240.98	391	-15.37	120.49	281.84	Kleiner Fl.
		»	234.29	385	-17.24	118.49	279.84	„
9.	XII	20.594	306.79	785	22.09	152.51	283.71	Kleiner Fl.
		»	308.25	780	23.05	150.97	282.17	„ Vgl.
		»	309.56	776	23.84	150.77	281.97	„ R 309.6?
		15.624	48.33	473	21.23	79.57	281.64	Behofter Fl.
		18.480	331.54	474	21.48	119.55	280.90	
		20.594	307.94	750	21.74	148.80	280.00	
		21.446	303.43	839	21.46	160.07	279.11	
10.	XII	15.624	62.55	468	15.86	75.16	277.23	Sporad. kl. Fl.
11.	XII	18.480	105.70	497	- 4.85	70.95	232.30	Erst kleiner Fleck, XII 21 behoft
		20.594	178.74	63	- 5.26	102.87	234.07	
		21.446	260.94	203	- 5.00	115.81	234.85	
		18.480	107.97	520	- 6.20	69.47	230.82	Kleiner Fl.
		20.594	175.83	80	- 6.18	102.49	233.69	„
		»	144.71	123	- 6.94	98.49	229.69	„
		21.446	239.81	150	- 7.03	111.35	230.39	„
12.	XII	20.594	60.43	91	1.58	99.18	230.38	Matter Fl.
		»	41.33	129	4.65	99.22	230.42	„
		»	58.27	157	4.22	96.26	227.46	„
13.	XII	20.594	149.42	324	-16.67	91.15	222.35	2 kleine Fl.
		21.446	186.75	248	-16.40	104.21	223.25	Behofter Fl.
		»	183.11	243	-16.07	103.28	222.32	Kleiner Fl. Vgl.
		»	180.32	243	-15.97	102.57	221.61	„ R 311.13?
		20.594	143.12	362	-16.89	87.79	218.99	„
		21.446	171.52	263	-16.72	99.99	219.03	
		20.594	144.02	377	-17.77	87.29	218.49	„
		21.446	170.40	285	-17.93	99.26	218.30	
		»	168.71	269	-16.83	99.11	218.15	„
14.	XII	20.594	117.74	431	-10.24	78.60	209.80	Matter Fl.
		»	123.85	495	-14.39	75.57	206.77	„
		21.446	132.35	463	-17.38	80.45	199.49	„
15.	XII	21.446	104.10	664	- 6.04	61.64	180.68	Kleiner Fl.
		»	105.13	663	- 6.73	61.83	180.87	„
		20.594	107.07	804	- 8.81	48.32	179.52	„ Vgl.
		21.446	108.10	673	- 8.83	61.23	180.27	R 309.12
		20.594	105.80	813	- 7.81	47.30	178.50	Behofter Fl.
		21.446	106.38	685	- 7.75	60.13	179.17	

Nr.	1883		p	ϱ	b	l	L	
	XII	20.594	106°.97	821″	- 8°.86	46°.45	177°.65	Kleiner beh. Fl.
		21.446	107.40	695	- 8.50	59.34	178.38	
		20.594	108.12	830	- 9.88	45.56	176.76	
		21.446	109.19	708	- 9.94	58.37	177.41	„
		20.594	106.32	833	- 8.38	45.06	176.26	
		21.446	106.82	713	- 8.28	57.74	176.78	„
		20.594	105.09	855	- 7.44	42.45	173.65	Behofter Fl.
		21.446	105.33	747	- 7.42	54.64	173.68	
		»	110.47	748	-11.33	54.92	173.96	Kleiner Fl.
		20.594	107.11	868	- 9.29	40.90	172.10	Behofter Fl.
		21.446	107.06	762	- 8.85	53.38	172.42	
		20.594	108.71	880	-10.82	39.35	170.55	
		21.446	109.75	780	-11.13	51.80	170.84	„
		20.594	111.38	904	-13.46	36.01	167.21	Grosser beh. Fl.
		21.446	111.96	817	-13.38	48.17	167.21	
16.	XII	20.594	88.48	943	8.25	28.91	160.11	Behofter Fl.
		21.446	86.81	876	8.41	41.16	160.20	Vgl. R 309.13
17.	XII	20.594	105.89	958	- 8.56	24.31	155.51	Nrdl. Kern — Beh. Kerngr.
		»	106.58	966	- 9.22	21.54	152.74	Südl. „ — Beh. Kerngr.
		21.446	105.12	902	- 8.09	36.94	155.98	Westl. „ — Beh. Kerngr.
		»	105.70	909	- 8.65	35.78	154.82	Mittl. „ — Beh. Kerngr.
		»	106.20	917	- 9.16	34.45	153.49	Oestl. „ — Beh. Kerngr. Vgl. R 311.17
		»	107.49	923	-10.42	33.33	152.37	Kleiner Fl.
		»	106.02	930	- 9.05	32.10	151.14	„
		»	104.59	941	- 7.71	29.73	148.77	„
		»	105.85	953	- 8.95	26.60	145.64	„
		»	104.75	948	- 7.88	27.91	146.95	„
		»	106.80	965	- 9.88	22.94	141.98	„
18.	XII	21.446	94.16	949	2.41	28.06	147.10	Behofter Fl.
19.	XII	21.446	114.00	958	-16.96	25.33	144.37	„

Von XII 22 bis 1884 I 11 sind keine Beobachtungen vorhanden.

Rotationsperiode 311.

	1884							
1.	I	11.581	253.66	801	-13.17	180.70	358.22	Behofter Fl.
		12.456	253.76	895	-13.32	193.36	358.39	
		11.581	255.21	745	-11.53	175.26	352.78	Kleiner Fl.
2.	I	11.581	283.63	706	9.07	170.11	347.63	Kleiner beh. Fl.
		12.456	279.79	822	8.84	182.64	347.67	
		11.581	288.05	714	12.37	169.93	347.45	Beh. Fl.
		12.456	283.63	827	12.12	182.37	347.40	
		»	280.83	803	9.28	180.36	345.39	Kl. Fl. Vgl. R 312. 1

Nr.	1884	p	ϱ	b	l	L	
	I 11.581	289°.87	663″	12°.10	165°.37	342°.89	Behofter Fl.
	12.456	284.87	784	12.05	177.69	342.72	
	11.581	287.39	648	10.24	164.79	342.31	
	12.456	282.30	776	9.86	177.39	342.42	„
3.	I 11.581	298.85	522	12.78	153.38	330.90	2 getr. Hofflecke Vgl. R 312. 3
	»	301.02	511	13.40	152.13	329.65	
	12.456	290.45	662	12.73	165.96	330.99	2 Kerne im gl. Hofe
	»	291.35	658	13.17	165.42	330.45	
	»	290.70	624	11.83	163.11	328.14	Kleiner Fl.
	11.581	302.38	477	12.71	149.74	327.26	Behofter Fl.
	12.456	292.94	615	12.88	161.91	326.94	
	11.581	305.46	473	13.75	148.61	326.13	
	12.456	294.30	611	13.51	161.21	326.24	„
	11.581	302.04	445	11.40	148.03	325.55	Kleiner beh. Fl.
	12.456	290.71	589	10.84	160.58	325.61	Kleiner Fl.
	11.581	306.55	445	13.06	146.80	324.32	Gruppe kl. Fl.
	12.456	294.27	592	12.90	159.93	324.96	
	11.581	310.30	455	14.78	146.15	323.67	Behofter Fl.
	12.456	297.78	589	14.71	158.75	323.78	
	11.581	314.32	459	16.38	145.06	322.58	Kleiner Fl.
	12.456	300.78	595	16.49	158.21	323.24	
	11.581	308.39	428	12.98	145.35	322.87	Behofter Fl.
	12.456	296.32	563	13.05	157.46	322.49	
	11.581	316.31	447	16.39	143.76	321.28	Kleiner Fl.
4.	I 11.581	321.94	418	16.54	140.53	318.05	Kl. Fl. Vgl. R 310.6?
	12.456	305.51	538	16.52	153.06	318.09	
	»	306.64	505	15.62	150.79	315.82	„
	»	308.11	496	15.84	149.80	314.83	„
	11.581	328.48	400	17.08	137.49	315.01	Behofter Fleck mit 2 Kernen
	»	331.06	396	17.32	136.38	313.90	
5.	I 11.581	182.60	112	-10.60	126.40	303.92	Behofter Fleck mit 2 Kernen
	»	169.91	115	-10.79	124.90	302.42	
	»	161.40	94	- 9.39	124.25	301.77	Kleiner Fl.
6.	I 11.581	23.27	310	8.32	114.81	292.33	Beh. Fl. Vgl. R 310.7?
7.	I 11.581	107.92	243	- 9.08	112.17	289.69	Kleiner Fl.
8.	I 11.581	157.14	426	-28.21	116.12	293.64	„
	»	148.01	367	-23.17	114.37	291.89	„
	»	142.30	453	-26.28	108.71	286.23	„
9.	I 11.581	127.93	587	-26.72	95.36	272.88	„

Nr.	1884	p	ϱ	b	l	L	
10.	I 11.581	61°.17	552″	10°.67	94°.62	272°.14	Kleiner Fl.
	»	65.45	569	8.85	92.51	270.03	„
11.	I 18.634	297.95	665	18.72	169.20	246.10	Behofter Fl.
	»	300.07	630	18.53	165.96	242.86	Kleiner Fl.
	»	303.76	613	19.76	163.49	240.39	„
12.	I 21.613	295.01	785	22.43	182.97	217.37	„
	»	300.64	766	25.52	178.86	213.26	„
13.	I 18.634	171.49	175	-15.03	132.51	209.41	
	»	168.18	173	-14.88	131.91	208.81	Vgl.
	21.613	245.16	646	-15.01	176.78	211.18	„ R310.13?
	22.578	246.89	795	-15.09	191.50	212.13	
	18.634	156.10	175	-14.59	129.71	206.61	„
	21.613	242.54	594	-15.87	172.39	206.79	„
	22.578	244.18	729	-16.51	184.81	205.44	„
	18.634	153.22	192	-15.33	128.84	205.74	Behofter Fl.
	21.613	242.68	563	-15.27	170.12	204.52	
	22.578	243.40	716	-16.91	183.49	204.12	Kleiner Fl.
	23.566	244.79	834	-16.84	196.76	203.29	
	18.634	140.82	231	-16.18	125.25	202.15	2 Kleine Flecke
	22.578	243.37	691	-16.60	181.34	201.97	Kleiner beh. Fl.
	18.634	154.98	245	-18.45	128.07	204.97	
	»	151.04	242	-17.93	127.19	204.09	
	21.613	237.29	565	-18.31	169.42	203.82	Grosser beh. Fl.,
	22.578	241.30	712	-18.36	182.89	203.52	I 18 mit 2 Kernen
	23.566	242.59	834	-18.71	196.55	203.08	
	24.574	243.09	924	-18.54	210.96	203.11	
	25.428	242.32	964	-18.77	221.78	201.75	
	21.613	237.89	530	-17.21	167.04	201.44	
	22.578	242.08	687	-17.43	180.80	201.43	Kleiner beh. Fl.
	23.566	244.36	815	-17.01	194.48	201.01	
	24.574	244.79	911	-16.93	208.53	200.68	
	18.634	135.81	263	-16.95	123.00	199.90	I 18 und 21 je der
	21.613	237.86	498	-16.53	164.86	199.26	Hauptkern einer beh.
	22.578	242.68	663	-16.66	178.89	199.52	Gruppe, nachher kl.
	23.566	244.50	797	-16.74	192.57	199.10	beh. Fl.
	22.578	242.47	644	-16.61	177.29	197.92	Kleiner Fl.
	23.566	244.58	779	-16.49	190.67	197.20	
	18.634	133.07	284	-17.40	121.49	198.39	„
	»	132.44	300	-17.98	120.67	197.57	„
	»	132.18	315	-18.62	119.90	196.80	„
	21.613	233.43	462	-17.68	161.68	196.08	„
14.	I 18.634	105.35	573	-16.47	98.37	175.27	„

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
15.	I	18.634	78°.48	650″	− 0°.17	91°.50	168°.40	
		21.613	353.01	91	0.33	135.87	170.27	
		22.578	282.84	232	− 0.09	149.69	170.32	
		23.566	272.44	430	0.16	163.46	169.99	Kleiner beh. Fl.,
		24.574	267.30	617	− 0.07	177.80	169.95	nach I 24 ohne Hof
		25.428	264.91	755	− 0.02	190.23	170.20	
		26.433	262.76	879	0.03	204.94	170.57	
16.	I	26.433	242.30	789	−17.56	194.59	160.22	Kleiner beh. Fl.
		»	241.85	756	−18.05	191.27	156.90	2 kl. Fl.
		»	241.36	738	−17.69	189.52	155.15	Kleiner beh. Fl.
17.	I	18.634	90.31	793	− 8.22	78.41	155.31	
		21.613	94.61	265	− 8.16	120.48	154.88	
		22.578	132.69	73	− 8.42	134.19	154.82	Vgl.
		23.566	244.55	182	− 8.18	148.28	154.81	Grosser R 310.17
		24.574	252.17	395	− 8.35	162.76	154.91	beh. Fl. und
		25.428	253.64	561	− 8.33	174.97	154.94	R 312.21
		26.433	253.62	728	− 8.45	189.29	154.92	
18.	I	18.634	79.65	842	1.00	73.65	150.55	
		21.613	64.73	350	1.45	116.02	150.42	
		22.578	41.23	162	1.10	129.71	150.34	
		23.566	311.41	150	1.57	143.57	150.10	Behofter Fl.
		24.574	280.31	337	1.57	157.90	150.05	
		25.428	272.84	502	1.67	169.98	149.95	
		26.433	268.01	678	1.47	184.23	149.86	
19.	I	30.574	254.32	835	− 6.41	204.25	110.80	Kleiner Fl.
		»	256.39	793	− 4.93	199.69	106.24	„
20.	I	23.566	71.20	843	6.11	79.19	85.72	
		24.574	66.59	685	6.15	95.90	88.05	
		25.428	60.14	524	6.16	109.51	89.48	I23 2 kl.
		26.433	42.33	328	6.65	125.36	90.99	Flecke,
		30.574	274.95	664	6.88	186.05	92.60	Westl. K. nachher
		»	275.50	656	7.06	185.34	91.89	Oestl. „ beh. Fl.
		31.412	270.90	784	6.78	197.93	92.53	Westl. „
		»	271.31	777	6.96	197.23	91.83	Oestl. „ Vgl.
	II	2.438	265.85	955	7.27	225.78	91.47	Westl. „ R 312.26
		»	264.39	951	5.95	224.79	90.48	Oestl. „
	I	24.574	67.90	704	5.61	94.16	86.31	
		25.428	62.45	552	5.63	107.19	87.16	Kleiner Fl.
		»	59.11	587	8.28	105.48	85.45	„
		26.433	45.61	355	6.69	123.36	88.99	„
		»	44.51	389	8.27	121.79	87.42	„
		»	45.09	417	9.10	120.15	85.78	Kleiner beh. Fl.

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	I	26.433	50°.71	397″	6°.42	120°.05	85°.68	Kleiner Fl.
		30.574	274.59	616	5.61	182.51	89.06	
		31.412	270.53	752	5.83	194.97	89.57	„
		»	268.97	777	5.14	197.61	92.21	„
		30.574	274.93	607	5.63	181.79	88.34	
		31.412	271.03	738	5.93	193.68	88.28	„
	II	2.438	265.00	937	5.83	221.25	86.94	
	I	30.574	275.11	568	4.90	179.06	85.61	„
		»	276.94	546	5.41	177.20	83.75	„
		»	276.21	560	5.34	178.27	84.82	
		31.412	270.79	696	4.95	190.18	84.78	„
	II	2.438	264.82	926	5.36	219.02	84.71	
	I	24.574	67.07	720	6.52	92.91	85.06	
		25.428	62.72	592	6.34	104.40	84.37	Westl. K.
		»	63.23	600	6.21	103.73	83.70	Oestl. „
		26.433	52.47	420	6.49	118.36	83.99	Westl. „
		»	54.44	425	5.88	117.68	83.31	Oestl. „
		30.574	279.71	558	7.19	177.51	84.06	
		31.412	274.32	693	7.30	189.26	83.86	
	II	2.438	267.50	916	7.59	216.95	82.64	
	I	24.574	67.08	735	6.81	91.63	83.78	Kleiner Fl.
		25.428	62.64	615	6.90	102.76	82.73	
		24.574	68.58	744	5.87	90.54	82.69	Kleiner beh. Fl.
		30.574	282.88	552	8.69	176.38	82.93	Kleiner Fl.
		31.412	274.77	682	7.37	188.31	82.91	„
21.	I	22.578	97.75	917	−16.70	66.40	87.03	
		23.566	97.97	823	−16.74	80.45	86.98	
		24.574	99.88	687	−17.02	94.91	87.06	Behofter Fl.
		25.428	103.05	550	−16.93	106.95	86.92	
		26.433	112.15	375	−17.10	121.08	86.71	
		24.574	99.52	710	−17.09	92.87	85.02	Kleiner Fl.
		25.428	103.51	562	−17.41	106.17	86.14	
		30.574	237.17	460	−14.90	172.04	78.59	
		31.412	241.28	603	−14.85	183.64	78.24	„
22.	I	25.428	67.32	894	9.88	74.99	54.96	
		»	67.54	899	9.81	74.24	54.21	
		26.433	63.64	786	9.86	89.31	54.94	Behofter Fleck,
		30.574	338.23	258	9.31	147.77	54.32	I 25 mit 2 Kernen,
		31.412	305.74	339	9.25	159.60	54.20	II 2 kleiner Fl.
	II	2.438	277.65	672	9.45	188.79	54.48	
	I	30.574	341.07	274	10.44	147.16	53.71	Keiner Fl.
		31.412	309.69	349	10.61	158.93	53.53	
		30.574	341.41	264	9.80	146.97	53.52	
		31.412	309.69	341	10.25	158.63	53.23	„

Beh. Fl., I 24, 30 u. 31 m. einfach. Kern II 2 kl. Fl.

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	I	31.412	313°.56	361″	12°.07	158°.25	52°.85	Kleiner Fl.
		30.574	347.15	279	10.85	145.43	51.98	Kleiner beh. Fl.
		31.412	313.81	336	10.87	157.28	51.88	Kleiner Fl.
		26.433	61.15	812	12.52	87.17	52.80	Gruppe
		»	62.88	827	11.51	85.25	50.88	„
		»	64.40	830	10.33	84.63	50.26	„
23.	II	2.438	317.01	329	11.08	157.90	23.59	Gruppe kl. Fl.
		4.568	279.61	658	10.77	189.25	24.56	
		2.438	317.59	305	9.90	156.99	22.68	„
		4.568	278.62	639	9.62	188.09	23.40	
		2.438	317.62	285	8.83	156.36	22.05	Kleiner Fl. m. Hofsp.
		4.568	281.47	638	11.31	187.29	22.60	Kleiner Fl.
	I	30.574	50.75	546	10.06	114.92	21.47	Westl. kl. Kern im
		31.412	37.11	411	10.52	127.05	21.65	Hofe des folgenden
		30.574	50.41	561	10.73	113.98	20.53	Grosser beh. Fl. Vgl. R 312.30
		31.412	38.22	427	10.83	125.93	20.53	
	II	2.438	324.86	308	11.07	154.99	20.68	
		4.568	283.18	614	11.55	185.09	20.40	
		5.593	276.22	761	11.66	199.58	20.26	
		6.573	271.83	871	11.57	213.35	20.05	
		7.488	269.29	940	11.82	226.27	19.92	
	I	30.574	54.50	550	8.29	113.72	20.27	Kleiner Fl.
		»	53.17	560	9.25	113.41	19.96	„
		31.412	42.04	407	8.70	126.03	20.63	Gruppe
		»	46.65	406	7.07	126.00	20.60	Kleiner Fl.
		30.574	53.37	574	9.57	112.38	18.93	Behofter Fl.
		31.412	42.54	436	9.65	124.28	18.88	
	II	2.438	328.71	271	9.42	153.11	18.80	
		4.568	280.52	581	9.06	183.46	18.77	
		5.593	273.05	738	8.72	198.24	18.92	
		6.573	268.65	857	8.44	212.24	18.94	
	I	31.412	41.23	470	11.58	122.78	17.38	Kleiner Fl.
		»	43.93	474	10.51	121.80	16.40	„

Rotationsperiode 312.

1.	I	30.574	65.48	883	9.12	81.70	348.25	Beh. Fl. Vgl. R 311.2
		31.412	62.33	792	9.18	93.60	348.20	
	II	2.438	46.94	473	8.77	122.93	348.62	
		4.568	332.73	249	8.31	153.63	348.94	
		5.593	295.76	371	8.22	168.32	349.00	
		6.573	280.49	536	8.04	182.35	349.05	
		7.488	273.52	684	8.11	195.36	349.01	
		8.448	268.73	814	7.96	209.03	348.98	
		9.499	265.28	915	7.89	223.87	348.83	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	II	2.438	49°.91	512″	8°.68	119°.87	345°.56	Kleiner Fl.
		9.499	269.69	892	11.21	221.66	346.62	„
2.	I	30.574	102.05	940	-24.33	69.43	335.98	
		31.412	102.00	883	-24.12	80.97	335.57	
	II	2.438	107.05	643	-23.81	109.32	335.01	
		4.568	135.48	347	-23.68	138.66	333.97	
		5.593	170.58	299	-23.84	152.74	333.42	
		6.573	201.18	369	-23.89	166.11	332.81	
		7.488	217.11	494	-23.83	178.91	332.56	Hofcentr.
		»	217.22	493	-23.76	178.90	332.55	Korncentr.
		9.499	228.89	773	-24.05	206.72	331.68	Hof
		»	228.96	771	-23.94	206.75	331.71	Kern
		5.593	168.97	357	-27.50	152.44	333.12	Kleiner Fl.
		6.573	196.02	415	-27.48	166.22	332.92	
		2.438	108.54	683	-25.82	106.39	332.08	Gruppe
		4.568	136.26	415	-27.45	136.26	331.57	Kleiner Fl.
		»	132.27	412	-26.08	134.87	330.18	„
		5.593	166.04	363	-27.92	151.26	331.94	„
		»	162.65	314	-24.82	150.01	330.69	„
	I	30.574	103.13	957	-25.34	64.31	330.86	Kleiner beh. Fl.
		31.412	102.76	913	-25.17	75.97	330.57	II 2 Gruppe
	II	2.438	106.87	701	-25.17	104.37	330.06	
	I	30.574	104.49	960	-26.64	63.05	329.60	Kl. beh. Fl.
		31.412	103.97	917	-26.34	75.23	329.83	„
	II	2.438	107.96	717	-26.31	103.22	328.91	„
		4.568	130.08	424	-26.31	133.49	328.80	Kleiner Fl.
		5.593	158.30	337	-26.10	148.26	328.94	„
		6.573	188.89	403	-28.31	162.86	329.56	Kleiner Fl.
		7.488	206.56	498	-28.30	175.63	329.28	
		6.573	188.50	377	-26.91	161.88	238.58	„
		7.488	207.92	475	-26.74	174.78	328.43	
		5.593	154.27	360	-27.23	146.37	327.05	„
		6.573	186.46	373	-26.98	160.97	327.67	„
		7.488	207.15	456	-26.20	173.47	327.12	„
3.	I	31.412	63.19	912	11.70	78.46	333.06	„
	II	2.438	49.38	652	13.47	110.62	336.31	„
		4.568	14.12	359	12.99	140.04	335.35	„
		»	18.68	339	11.09	139.27	334.58	„
		»	15.91	396	14.71	138.23	333.54	„
		»	15.18	374	13.65	139.19	334.50	„
		5.593	334.60	342	13.96	155.27	335.95	Kleiner Fl.
		6.573	304.03	440	13.84	170.10	336.80	II 5 mit Hoftheilen
		7.488	288.88	579	13.86	183.69	337.34	

Grosser Beh. Fl. Vgl. B 313.5

Nr.	1884		p	φ	b	l	L	
	II	5.593	338°.99	305″	11°.94	153°.41	334°.09	
		6.573	304.19	402	12.06	168.35	335.05	Kleiner Fl.
		7.488	287.73	544	11.99	181.82	335.47	
		4.568	21.92	392	13.18	136.28	331.59	
		5.593	344.67	329	13.54	151.63	332.31	„
		4.568	24.83	366	11.20	136.40	331.71	
		5.593	347.14	291	11.20	150.84	331.52	II 4 u. 7 kleiner Fl.,
		6.573	311.09	355	11.41	164.32	331.02	II 5 u. 6 kl. beh. Fl.
		7.488	291.83	486	11.61	177.22	330.87	
		6.573	313.65	370	12.70	164.04	330.74	Kleiner Fl.
		8.448	282.29	638	12.52	190.61	330.56	„
	I	30.574	63.85	969	13.78	62.51	329.06	
		31.412	61.72	935	13.87	74.33	328.93	
	II	2.438	52.39	730	14.12	103.52	329.21	
		4.568	24.85	429	14.30	133.77	329.08	Grosser beh. Fleck;
		5.593	354.11	346	14.39	148.23	328.91	von II 2 hinweg der
		6.573	320.36	378	14.40	161.99	328.69	nördl. Hauptkern
		7.488	299.28	487	14.53	174.86	328.51	Vgl. R 311. 8
		8.448	286.53	624	14.46	188.31	328.26	
		9.499	278.32	767	14.38	203.17	328.13	
		2.438	53.99	726	12.84	103.49	329.18	
		4.568	27.08	417	13.07	133.55	328.86	
		5.593	355.40	324	13.01	147.99	328.67	
		6.573	319.06	358	13.06	161.87	328.57	Südl. kl. Kern im
		7.488	297.08	472	13.55	175.41	329.06	Hofe des vorigen
		8.448	284.73	614	13.09	188.18	328.13	
		9.499	276.68	764	13.07	203.35	328.31	
	I	31.412	64.47	934	11.21	74.23	328.83	
	II	2.438	55.51	712	11.39	104.24	329.93	Kl. Fl. m. Hoftheilen
	I	31.412	65.97	930	9.68	74.76	329.36	„
		»	63.63	940	12.25	72.89	327.49	
	II	2.438	55.42	722	12.05	102.54	328.23	„
		4.568	28.58	423	12.91	132.81	328.12	
		6.573	322.66	349	13.12	160.42	327.12	Gruppe
		7.488	298.82	448	12.62	173.07	326.72	Kleiner Fl.
		8.448	284.96	596	12.57	186.86	326.81	„
4.	II	4.568	28.16	516	17.56	128.49	323.80	
		5.593	3.51	408	17.40	143.62	324.20	Gruppe kl. Fl.
		»	8.11	410	17.87	141.67	322.35	„
		4.568	32.40	549	17.50	125.05	320.36	
		5.593	10.56	428	17.49	140.16	320.84	Kleiner beh. Fl.,
		6.573	338.55	395	17.49	155.16	321.86	nach II 5 unbehoft
		7.488	312.66	458	17.32	168.46	322.11	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	II	5.593	13°.00	421″	16°.58	139°.41	320°.09	Kleiner Fl.
		6.573	341.06	383	16.83	154.03	320.73	Kleiner Fl.
		4.568	36.03	577	17.20	122.00	317.31	„
5.	II	2.438	58.99	865	13.18	88.08	313.77	
		4.568	44.60	584	13.23	118.63	313.94	Bis II 4 kl. beh. Fl., nachher unbehoft
		5.593	28.92	432	13.10	133.17	313.85	
		6.573	0.15	331	12.98	147.18	313.88	
		7.488	325.81	343	13.15	160.01	313.66	
6.	II	9.499	244.98	424	− 9.82	180.96	305.82	Matte Gruppe
7.	II	5.593	75.43	668	− 4.09	107.87	288.55	Kleiner Fl.
		6.573	73.27	473	− 4.23	123.13	289.83	Kleiner Fl.
		»	74.55	531	− 5.51	119.02	285.72	2 kleine Fl.
		7.488	71.09	349	− 5.06	132.19	285.84	2 kleine Fl.
8.	II	14.585	275.31	950	20.42	234.66	287.06	Sporad. kleiner Fl.
9.	II	4.568	62.40	926	11.28	79.91	275.22	
		5.593	58.82	834	11.29	94.69	275.37	Beh. Fl.
		6.573	53.47	716	11.64	108.20	274.90	Beh. Fl.
		7.488	45.90	581	11.68	121.16	274.81	Beh. Fl.
		9.499	1.06	322	12.15	149.64	274.60	Hof Vgl. R 313.7?
		»	1.16	323	12.17	149.60	274.56	Kern Vgl. R 313.7?
		14.585	269.92	873	12.33	221.69	274.09	
		5.593	59.50	894	12.48	86.84	267.52	Kleiner Fl.
		6.573	53.08	771	13.60	103.44	270.14	„
		»	55.30	771	11.93	102.88	269.58	„
		»	55.25	797	12.73	100.40	267.10	„
		7.488	49.09	578	9.89	120.49	274.14	„
		»	49.20	638	11.73	116.23	269.88	„
		9.499	6.87	373	14.47	146.51	271.47	„
		»	9.85	381	14.41	145.24	270.20	„
		»	12.76	394	14.62	143.78	268.74	„
		»	16.58	377	12.91	143.02	267.98	„
		14.585	270.86	901	14.09	225.51	277.91	„
		»	274.79	872	15.99	220.33	272.73	„
10.	II	14.585	238.94	332	−10.83	179.98	232.38	Beh. Fl., Vgl. R 313, 11
		17.623	242.83	850	−10.99	224.98	234.04	2 getrennte Hoffleckе Vgl. R 313, 11
		»	243.51	838	−10.44	223.46	232.52	2 getrennte Hoffleckе Vgl. R 313, 11
		18.441	242.26	917	−10.86	235.76	233.15	B. Fl. m. 2 K. Vgl. R 313, 11
		19.482	240.98	966	−10.66	251.06	233.60	Einf. beh. Fl. Vgl. R 313, 11
		14.585	236.10	296	−11.25	177.55	229.95	Kleiner Fl.
		18.441	240.63	894	−12.55	231.96	229.35	„

Nr.	1884	p	ϱ	b	l	L	
	II 17.623	245°.46	804″	- 8°.90	219°.64	228°.70	Kleiner Fl.
	18.441	244.71	888	- 8.85	230.97	228.36	
	»	240.87	876	-12.41	229 26	226.65	
	19.482	239.35	950	-12.86	244.69	227.23	»
	14.585	233.22	266	-11.56	175.56	227.96	Gruppe mit Hoftheil.
	17.623	241.43	780	-12.21	217.15	226.21	»
	18.441	241.67	863	-11.75	227.51	224.90	Fleck mit Hoftheilen
	19.482	241.26	944	-11.13	242.64	225.18	»
11.	II 14.585	173.05	205	-18.51	162.61	215.01	Sporadische Pore
12.	II 18.441	240.30	619	-12.26	203.89	201.28	Kleiner Fl.
	19.482	244.12	800	- 9.58	221.18	203.72	»
	»	241.84	764	-11.43	215.89	198.43	»
	20.586	242.24	922	-10.20	238.93	205.72	»
	»	241.70	912	-10.83	237.15	203.94	»
	»	241.02	885	-11.66	232.79	199.58	»
13.	II 9.499	64.78	956	8.31	76.87	201.83	
	14.585	10.12	263	7.33	153.13	205.53	
	17.623	274.05	581	7.57	197.22	206.28	Hof
	»	274.03	579	7.52	197.11	206.17	Kern — Beh. Fl.
	18.441	268.02	709	7.27	208.98	206.37	Hof
	»	267.92	707	7.14	208.82	206.21	Kern — Vgl. R 313.14
	19.482	263.23	844	7.03	224.06	206.60	
	20.586	259.87	936	6.89	240.02	206.81	
	21.481	258.55	968	7.49	252.44	206.46	
	14.585	16.58	289	7.75	150.75	203.15	
	17.623	277.11	550	8.31	194.45	203.51	Behofter Fl.,
	18.441	270.48	678	8.14	205.90	203.29	II 19 2 kl. Fl.
	19.482	265.52	818	8.32	220.77	203.31	
	17.623	272.00	531	5.17	194.28	203.34	
	18.441	267.32	665	5.76	205.60	202.99	Kleiner Fl.
	19.482	262.71	808	5.77	220.19	202.73	
	14.585	15.15	315	9.38	150.21	202.61	»
	19.482	266.43	827	9.27	221.47	204.01	»
	14.585	29.26	819	6.65	146.48	198.88	
	17.623	280.37	478	7.59	189.14	198.20	»
	14.585	34.96	349	6.38	143.77	196.17	»
	»	37.22	362	6.18	142.65	195.05	
	17.623	280.32	426	5.93	186.12	195.18	»
	14.585	35.24	379	7.45	142.19	194.59	
	17.623	283.88	432	7.48	185.63	194.69	
	18.441	272.37	577	6.66	198.11	195.50	»
	19.482	267.20	752	7.92	213.83	196.37	
	18.441	278.60	578	10.08	196.69	194.08	
	19.482	270.17	735	9.66	211.67	194.21	»

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	II	19.482	270°.31	751"	10°.21	213°.05	195°.59	Kleiner Fl.
		14.585	37.25	382	6.91	141.60	194.00	
		17.623	287.06	417	8.10	184.06	193.12	
		18.441	276.56	548	8.06	195.19	192.58	Unregelmssg beh. Fl.,
		19.482	269.29	710	8.38	209.81	192.35	II 21 kl. Fl.
		20.586	264.44	847	8.43	225.33	192.12	
		21.481	261.80	923	8.51	237.82	191.84	
		19.482	270.33	710	9.11	209.56	192.10	Kleiner Fl.
		20.586	265.20	846	9.06	225.09	191.88	
14.	II	14.585	82.24	311	- 9.24	141.73	194.13	Sporadische Pore
15.	II	14.585	82.60	450	-10 38	132.80	185.20	
		17.623	235.34	226	-10.25	176.44	185.50	II 14 kl. beh. Fl.,
		18.441	241.59	389	-10.08	187.79	185.18	nachher kleiner Fl.
		19.482	243.55	581	- 9.92	202.25	184.79	
		14.585	81.03	452	- 9.68	132.61	185.01	Kleiner Fl.
16.	II	17.623	333.37	316	12.09	166.17	175.23	Kleiner Fl.
		18.441	306.31	382	12.19	177.59	174.98	
17.	II	17.623	172.04	207	-18.70	165.72	174.78	Sporadische Pore
18.	II	14.585	87.75	705	-15.40	113.89	166.29	„
19.	II	18.441	150.80	255	-21.60	161.26	158.65	„
20.	II	14.585	85.31	800	-14.08	104.58	156 98	
		17.623	98.15	287	-13.96	147.65	156.71	II 14 kl. beh. Fl.,
		18.441	127.44	150	-13.98	159.16	156.55	nachher kleiner Fl.
		19.482	211.18	193	-13.95	174.28	156.82	
		20.586	230.79	429	-14.80	191.76	158.55	Kleiner Fl.
		21.481	235.11	593	-14.74	204.70	158.72	
		20.586	226.74	422	-16.35	190.76	157.75	
		21.481	232.45	581	-16.19	203.57	157.59	„
		14.585	84.11	808	-13.12	103.70	156.10	„
		»	83.99	817	-13.01	102.60	155.00	„
		20.586	237.85	373	-11.20	188.81	155.60	„
21.	II	14.585	79.55	839	- 9.22	100.24	152.64	Kern
		17.623	79.17	328	- 8.80	143.67	152.73	Hof
		»	79.25	327	- 8.81	143.77	152.83	Kern
		18.441	85.33	160	- 8.87	154.97	152.36	Hof
		»	85.77	158	- 8.92	155.08	152.47	Kern
		19.482	224.39	82	- 8.90	169.66	152.20	Hof
		»	224.32	85	- 8.97	169.79	152.33	Kern
		20.586	242.93	311	- 8.93	185.13	151.92	Hof
		»	242.82	314	- 8.98	185.26	152.05	Kern
		21.481	244.40	488	- 8.94	197.67	151.69	Hof
		»	244.22	490	- 9.03	197.78	151.80	Kern

Beh. Fl. Vgl. R 311.17 und R 313.17

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	II	18.441	99°.49	126″	−10°.15	157°.57	154°.96	Kleiner Fl.
		»	102.08	161	−11.46	155.92	153.31	»
		»	110.24	167	−12.83	156.35	153.74	»
22.	II	19.482	193.86	144	−13.89	170.04	152.58	»
		18.441	112.90	214	−14.98	154.41	151.80	Vgl. R 313.18?
		19.482	184.33	150	−14.84	168.88	151.42	»
		20.586	222.37	310	−15.22	183.31	150.10	II 20 Gruppe
		21.481	230.64	482	−15.66	196.24	150.26	
		»	232.97	451	−14.09	194.38	148.40	Kl. Fl. m. Hoftheilen
		»	231.38	439	−14.62	193.47	147.49	Kleiner Fl.
		17.623	94.68	397	−15.17	138.87	147.93	
		18.441	104.07	274	−15.51	150.03	147.42	»
		19.482	159.57	165	−16.48	165.02	147.56	
		20.586	213.46	272	−16.35	179.82	146.61	»
		21.481	227.54	435	−16.21	192.73	146.75	
		20.586	220.32	232	−13.55	178.60	145.39	Gruppe
23.	II	19.482	122.72	434	−26.88	147.21	129.75	Kleiner Fl.
		20.586	154.02	337	−26.88	163.80	130.59	
24.	II	17.623	48.19	812	15.46	110.83	119.89	Behofter Fl., II 21 der östl. Kern im gleichen Hofe mit folgendem
		18.441	42.91	704	15.20	123.09	120.48	
		19.482	30.83	542	15.07	139.22	121.76	
		20.586	6.71	390	14.46	156.01	122.80	
		21.481	334.68	342	13.62	169.44	123.46	
		19.482	32.86	565	15.14	137.15	119.69	Behofter Fl., II 21 westl. Kern im Hofe des vorigen
		20.586	8.19	401	14.81	155.11	121.90	
		21.481	336.50	346	13.98	168.80	122.82	
		»	336.32	323	12.52	168.76	122.78	Kleiner beh. Fl.
		17.623	49.45	805	14.21	111.27	120.33	
		18.441	44.07	699	14.27	123.08	120.47	
		19.482	33.36	543	14.01	138.31	120.85	Behofter Fl.
		20.586	12.37	399	13.79	153.67	120.46	
		21.481	343.82	343	13.77	166.15	120.17	
		»	344.96	348	14.05	165.70	119.72	Unbehofter Fl.
		17.623	49.67	828	14.83	108.72	117.79	Kleiner Fl.
		19.482	35.88	561	13.55	136.34	118.88	»
		20.586	9.43	436	16.53	153.48	120.27	»
		18.441	45.33	739	14.84	119.37	116.76	Kleiner beh. Fl.
		19.482	36.02	589	14.57	134.37	117.11	Gruppe m. Hoftheilen
		20.586	15.86	417	13.99	151.74	118.53	Kleiner Fl.
		21.481	347.37	350	14.07	164.79	118.81	»
		»	348.92	357	14.44	164.16	118.18	Kleiner beh. Fl.
		19.482	37.65	598	14.11	133.38	115.92	Kleiner Fl.
		20.586	18.26	437	14.41	150.04	116.83	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	II	20.586	21°.11	437″	13°.56	149°06	115°.85	Kleiner Fl.
		21.481	355.51	345	13.25	161.94	115.96	Kleiner Fl.
		19.482	38.38	623	14.69	131.47	114.01	Kleiner beh. Fl.
		20.586	21.17	469	15.13	147.57	114.36	Kleiner Fl.
		19.482	39.61	627	14.15	130.80	113.34	Kleiner beh. Fl.,
		20.586	23.69	467	14.22	146.73	113.52	II 21 Gruppe
		21.481	0.21	368	14.10	159.79	113.81	II 21 Gruppe
25.	II	28.576	231.02	934	-18.71	250.48	103.28	Kleiner Fl.
26.	II	20.586	48.22	601	8.19	131.24	98.03	„
		21.481	36.09	444	8.65	144.97	98.99	„
		28.576	263.28	934	12.17	247.03	99.83	„
		17.623	62.53	948	7.41	87.03	96.09	
		18.441	60.33	898	7.59	98.13	95.52	
		19.482	56.56	783	7.54	113.52	96.06	Westl. kl. K.
		»	56.71	791	7.63	112.67	95.21	Oestl. Hptk.
		20.586	50.15	623	7.66	129.24	96.03	Hofcentr.
		»	50.07	621	7.64	129.42	96.21	Hauptkern
		»	50.49	630	7.64	128.67	95.46	Oestl. kl. K.
		21.481	40.66	469	7.74	142.37	96.39	Hofcentr.
		»	40.86	470	7.67	142.28	96.30	Centr.d.4K.
		28.576	260.61	920	9.12	244.54	97.34	Kl. beh. Fl.
		20.586	51.79	657	7.53	126.30	93.09	Kleiner Fl.
		21.481	42.15	494	7.91	140.52	94.54	„
		»	43.37	517	8.08	138.80	92.82	„
		»	42.45	526	8.79	138.49	92.51	„
27.	II	58.576	269.48	792	12.65	225.83	78.63	„
		»	272.48	721	12.58	218.56	71.36	„
		»	270.47	716	11.04	218.69	71.49	„
		»	275.19	694	13.48	215.53	68.33	„
28.	II	21.481	75.58	931	- 6.75	93.12	47.14	Kleiner beh. Fl.
29.	II	28.576	143.10	110	-13.20	172.73	25.53	Behofter Fl.
	III	2.606	235.98	612	-12.85	216.81	26.38	Behofter Fl.
	II	28.576	123.09	99	-11.67	171.04	23.84	Kleiner Fl.
	III	2.606	237.53	588	-11.77	215.07	24.64	Kleiner Fl.
	II	28.576	121.12	123	-12.63	170.00	22.80	„
	III	»	106.08	194	-13.82	165.16	17.96	Gruppe kl. Fl.
30.	II	28.576	4.99	361	12.65	164.73	17.53	Beh. Fl. Vgl. R 311.23
	III	2.606	280.40	565	12.28	207.71	17.28	Beh. Fl. Vgl. R 311.23
31.	II	28.576	26.43	356	7.54	158.63	11.43	Kleiner beh. Fl.
	III	2.606	274.17	477	6.36	203.85	13.42	Kleiner Fl.

Beh. Fl. Vgl. R 311.20

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
				Rotationsperiode 313.				
1.	III	2.606	234°.02	270″	-10°.50	193°.52	3°.09	Kleiner Fl.
		»	243.49	256	- 7.86	192.97	2.54	2 kl. Fl. m. Hofspuren
	II	28.576	74.73	426	- 8.92	148.33	1.13	Westl. Fl. } 2 zusammenhäng. beh. Fl.
		»	72.61	441	- 8.01	147.30	0.10	Oestl. „
	III	2.606	240.03	253	- 8.75	192.67	2.24	Westl. „
		»	240.70	237	- 8.49	191.73	1.30	Oestl. „
	II	28.576	76.93	458	-10.06	146.29	359.09	Kleiner Fl.
		»	69.14	477	- 6.32	144.92	357.72	„
		»	68.21	499	- 5.76	143.41	356.21	„
	III	2.606	235.78	239	- 9.71	191.73	1.30	„
		»	236.37	215	- 9.32	190.27	359.84	„
	II	28.576	76.26	523	- 9.97	141.69	354.49	Unregelm. beh. Fl. } 2 zusammenhäng. beh. Fl.
		»	72.60	538	- 8.00	140.60	353.40	Normaler „
	III	2.606	231.28	164	- 9.62	187.00	356.57	2 zusammenhäng. beh. Fl.
		»	233.83	146	- 8.98	186.09	355.66	
	II	28.576	74.89	542	- 9.28	140.35	353.15	Kleiner Fl.
	III	2.606	226.36	128	- 9.68	184.72	354.29	„
		»	239.43	86	- 7.67	182.63	352.20	„
2.	III	2.606	60.19	26	- 6.75	176.04	345.61	Sporad. kl. Fl.
3.	II	28.576	45.94	696	10.90	132.20	345.00	Hof } Erst beh. Fl. m. 2 K., dann 2 zusammenh. beh. Fl., zuletzt 2 getr. Hofl. Vgl. R 314.1
		»	45.41	698	11.28	132.02	344.82	Nördl. K.
		»	46.39	687	10.36	132.74	345.54	Südl. „
	III	2.606	342.23	289	10.30	176.25	345.82	Hof
		»	341.46	288	10.27	176.48	346.05	Kern
		»	346.87	305	11.14	174.68	344.25	Hof
		»	346.34	306	10.75	174.92	344.49	Kern
		8.417	257.96	943	9.45	259.23	345.90	Beh. Fl.
		»	260.43	935	11.51	256.82	343.49	„
	II	28.576	46.09	737	12.07	128.72	341.52	Kleiner Fl.
	III	2.606	351.73	376	15.13	172.04	341.61	„
		»	352.69	319	11.56	172.65	342.22	„
		»	354.34	342	12.79	171.69	341.26	„
		»	353.35	291	9.85	172.92	342.49	„
		»	2.84	348	12.07	168.64	338.21	Matte Gruppe
4.	III	2.606	16.37	512	17.85	157.38	326.95	„
5.	II	28.576	94.10	860	-25.80	111.75	324.55	
	III	2.606	110.10	473	-25.95	154.32	323.89	
		8.417	217.93	772	-27.31	234.96	321.63	Beh. Fl. Vgl. R 312.2
		9.502	219.63	878	-27.13	250.14	321.33	
		10.399	219.78	936	-27.23	262.83	321.22	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
	II	28.576	95°.48	870″	-27°.15	110°.55	323°.35	Kleiner Fl.	
	III	2.606	112.06	504	-27.57	152.75	322.32		
		»	116.62	529	-30.55	152.93	322.50	„	
		»	113.19	527	-29.02	151.72	321.29	„	
6.	III	10.399	235.28	886	-12.74	252.73	311.12	Pore	
		»	236.09	870	-12.09	250.31	308.70	Kleiner Fl.	
		11.443	234.69	943	-12.49	265.22	308.72		
7.	III	2.606	53.86	925	11.10	106.79	276.36	Kleiner Fl.	Vgl. B 312.9?
		10.399	283.15	516	12.48	211.29	269.68	Pore	
		2.606	56.32	960	10.72	96.45	266.02	Beh. Fl.	
		8.417	344.41	296	10.67	180.99	267.66	Westl. K.	
		»	346.61	291	10.23	180.39	267.06	Oestl. „	
		9.502	302.26	352	10.68	196.46	267.65	Westl. „	
		»	303.02	342	10.33	195.89	267.08	Oestl. „	
		10.399	282.06	484	10.72	209.74	268.13	Gr. m. Hfthln.	
		»	282.61	471	10.43	208.86	267.25	„	
		11.443	270.35	467	10.60	224.97	268.47	Kleiner Fl.	
		»	270.88	635	10.51	223.68	267.18	„	
		13.573	259.79	895	10.36	254.59	267.70	Kl.Fl. m. Hfth.	
		»	262.27	896	12.61	254.14	267.25	„	
		8.417	351.66	312	11.14	178.53	265.20		
		9.502	308.19	351	11.76	194.56	265.75	Kleiner Fleck,	
		10.399	286.40	458	11.34	207.02	265.41	III 10 mit Hoftheilen	
		11.443	274.36	616	11.94	221.34	264.84		
		9.502	311.48	353	12.45	193.56	264.75		
		10.399	289.84	464	12.84	206.24	264.63	Kleiner Fleck, III 10 mit Hoftheilen	
		11.443	275.71	623	12.96	221.48	264.98		
8.	III	8.417	92.82	67	- 8.70	179.82	266.49		
		9.502	238.97	179	- 8.19	195.20	266.39	Hof	
		»	240.16	183	- 7.99	195.42	266.61	Westl. K.	
		»	237.02	174	- 8.52	194.84	266.03	Oestl. „	Beh. Fl.
		10.399	241.99	378	- 8.02	208.57	266.96	Hof	Vgl. R 314.7
		»	242.17	381	- 7.95	208.77	267.16	Westl. K.	
		»	241.08	373	- 8.36	208.19	266.58	Oestl. „	
		11.443	241.31	589	- 8.35	224.23	267.73	Hof	
		»	241.30	591	- 8.34	224.37	267.87	Kern	
		13.573	238.54	880	- 9.29	254.89	268.00	„	
		9.502	235.69	152	- 8.53	193.50	264.69		
		10.399	243.32	350	- 7.50	206.76	265.15	Kleiner Fl.	
		11.443	242.53	563	- 7.65	222.33	265.83		
		8.417	86.70	118	- 9.32	176.77	263.44		
		9.502	231.31	129	- 8.87	192.00	263.19		
		10.399	237.71	326	- 9.38	205.12	263.51	„	
		11.443	239.41	536	- 9.41	220.33	263.83		

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	III	9.502	236°.38	122″	− 8°.15	191°.70	262°.89	Kleiner Fl.
		10.399	241.46	322	− 8.11	204.95	263.34	Kleiner Fl.
		»	240.39	302	− 8.40	203.65	262.04	,,
		11.443	236.08	525	−11.19	219.46	262.96	,,
		8.417	83.11	151	− 9.40	174.75	261.42	Behofte Kerngruppe
		»	78.93	165	− 8.95	173.73	260.40	Behofte Kerngruppe
		»	76.46	172	− 8.58	173.24	259.91	Behofte Kerngruppe
		»	82.99	174	− 9.75	173.39	260.06	Behofte Kerngruppe
		9.502	223.73	81	− 8.75	189.01	260.20	Hof
		»	222.01	79	− 8.85	188.83	260.02	Kern
		10.399	237.87	295	− 9.13	203.15	261.54	Kl.Fl.a.Hofr.
		»	239.96	270	− 8.39	201.65	260.04	Nördl. kl. Fl.
		»	237.55	277	− 9.10	201.96	260.35	Südl.Hauptk.
		»	238.38	274	− 8.87	201.87	260.26	Hofcentrum
		11.443	239.14	501	− 9.47	217.81	261.31	2 Kernflecke im gl. Hofe
		»	241.13	484	− 8.43	216.70	260.20	2 Kernflecke im gl. Hofe
		»	239.36	487	− 9.32	216.86	260.36	2 Kernflecke im gl. Hofe
		13.573	238.58	829	− 9.57	248.30	261.41	2 kl. Fl.
		»	238.94	820	− 9.32	247.17	260.28	2 kl. Fl.
9.	III	8.417	79.84	239	−10.00	169.30	255.97	Pore
		»	84.86	237	−11.15	169.78	256.45	,,
		»	90.48	300	−13.85	166.53	253.20	Kleiner Fl.
		9.502	149.57	67	−10.88	184.05	255.24	,,
		»	117.09	70	−10.12	181.88	253.07	,,
		»	139.64	112	−13.29	182.56	253.75	,,
		»	139.96	129	−14.26	182.31	253.50	,,
		10.399	225.97	180	−10.50	195.62	254.01	,,
		»	208.48	205	−14.25	195.35	253.74	,,
		11.443	234.04	416	−11.37	211.83	255.33	,,
		»	230.17	413	−12.97	211.35	254.85	,,
		»	229.13	373	−12.83	208.65	212.15	,,
		13.573	235.96	767	−11.86	241.59	254.70	2 kleine Fl. m. Hofsp.
		»	233.57	756	−13.72	240.50	253.61	Kleiner Fl.
		»	235.49	738	−12.19	238.82	251.93	,,
		8.417	81.11	394	−12.23	159.69	246.35	,,
		»	83.35	412	−13.38	158.75	245.42	,,
		9.502	111.07	160	−13.55	177.60	248.79	,,
		»	99.07	196	−13.12	174.46	245.65	,,
		»	103.47	210	−14.33	174.27	245.46	,,
		10.399	166.32	104	−13.01	186.53	244.92	,,
		»	169.62	137	−14.79	187.36	245.75	,,
		13.573	233.87	678	−13.14	233.34	246.45	Pore
10.	III	10.399	185.99	243	−19.42	193.01	251.40	Kleiner Fl.
		»	180.77	255	−20.74	192.09	250.48	,,
		11.443	214.37	402	−18.99	208.36	251.86	,,

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
11.	III	8.417	75°.29	638″	−10°.87	141°.89	228°.56	Kleiner Fl. Vgl. R 312.10
		9.502	73.96	450	− 9.68	156.69	227.88	
		10.399	77.36	241	− 9.47	171.12	229.51	Kleiner Fl.,
		11.443	162.85	45	− 9.54	186.78	230.28	III 13 Gruppe
		13.573	238.71	468	− 9.37	217.69	230.80	
		8.417	65.57	664	− 4.38	140.06	226.73	Behofter Fl.
		9.502	62.54	470	− 4.22	155.49	226.68	„
		10.399	57.61	278	− 4.20	168.90	227.29	Theilweise beh. Fl.
		11.443	19.47	55	− 4.56	184.23	227.73	Unbehoft
		9.502	71.48	463	− 8.54	155.77	226.96	Kleiner Fl.
		11.443	92.02	44	− 8.06	184.10	227.60	„
		»	81.54	66	− 7.96	182.65	226.15	„
		13.573	237.71	416	− 9.62	214.18	227.29	„
		8.417	66.56	679	− 4.96	138.71	225.38	
		9.502	63.00	493	− 4.26	153.92	224.67	
		10.399	60.79	313	− 4.83	166.60	224.99	„
		11.443	32.74	82	− 4.26	182.41	225.91	
		13.573	249.24	408	− 4.73	213.57	226.68	
		8.417	72.10	682	− 8.82	138.31	224.98	„
		10.399	57.22	346	− 3.30	164.75	223.14	„
		»	64.79	357	− 5.94	163.71	222.10	„
		8.417	69.30	720	− 6.69	135.11	221.78	
		9.502	68.15	537	− 6.76	150.60	221.79	
		10.399	67.15	356	− 6.58	163.76	222.15	„
		11.443	62.71	131	− 6.42	178.66	222.16	
12.	III	8.417	81.88	809	−16.59	126.20	212.87	
		9.502	83.39	656	−16.61	142.00	213.19	
		10.399	87.85	509	−17.17	154.71	213.10	III 8 kleiner Fleck,
		11.443	99.69	322	−17.26	169.63	213.13	nachher kl. beh. Fl.
		13.573	201.51	257	−17.39	200.10	213.11	
		11.443	102.08	339	−18.52	169.10	212.60	Kleiner Fl.
		8.417	83.03	829	−17.66	123.93	210.60	
		9.502	84.19	682	−17.45	139.84	211.03	
		10.399	87.32	534	−17.34	152.82	211.21	„
		11.443	96.84	347	−17.15	167.68	211.18	
		8.417	80.95	829	−15.90	123.82	210.49	Hof
		»	80.94	827	−15.87	124.12	210.79	Kern
		9.502	81.69	689	−15.77	139.04	210.23	Hof
		»	81.86	686	−15.86	139.35	210.54	Kern
		10.399	84.56	540	−15.95	152.01	210.40	Hof
		»	84.74	536	−15.97	152.36	210.75	Kern
		11.443	92.90	347	−15.85	167.09	210.59	Hof
		»	93.24	345	−15.93	167.23	210.73	Kern
		13.573	198.36	220	−16.39	197.84	210.95	Hof
		»	198.56	221	−16.39	197.90	211.01	Kern
		19.435	228.07	961	−17.11	281.91	211.39	„

Beh. Fl. Vgl. R 314.11

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	III	9.502	83°.62	701*	−17°.24	138°.19	209°.38	
		10.399	87.37	553	−17.68	151.49	209.88	Kleiner Fl.
		11.443	96.93	369	−17.79	166.40	209.90	
		8.417	79.03	831	−14.25	123.54	210 21	„
		»	83.99	827	−18.47	124.14	210.81	„
		»	81.17	853	−16.12	120.80	207.47	„
13.	III	8.417	71.38	843	− 7.60	122.32	208.99	
		9.502	70.09	701	− 7.49	137.80	208.99	
		10.399	69.47	549	− 7.55	150.60	208.99	Behofter Fl.
		11.443	68.47	341	− 7.34	165.69	209.19	
		13.573	241.66	125	− 7.35	196.05	209.16	
		8.417	74.74	867	−11.39	119.04	205.71	Kleiner Fl.
14.	III	9.502	46.86	781	11.28	133.73	204.92	
		10.399	41.03	648	11.12	147.31	205.70	„
		11.443	37.23	467	7.15	161.28	204.78	„ Vgl. R 312. 13
		9.502	48.33	803	10.80	131.11	202.30	
		10.399	43.49	686	10.74	143.72	202.11	„
		11.443	33.38	523	10.81	158.87	202.37	
15.	III	11.443	87.95	437	−15.95	160.67	204.17	„
		»	86.95	454	−15.83	159.39	202.89	„
		»	87.05	471	−16.17	158.30	201.80	„
		»	70.71	481	− 8.34	156.48	199.98	„
		13.573	170.50	128	−14.21	190.61	203.72	„ m. Hofspuren
		»	150.48	79	−11.57	188.17	201.28	„
		»	113.07	98	−11.12	184.63	197.74	„
		»	137.50	144	−15.00	185.85	198.96	„
		8.417	77.45	921	−12.45	110.16	196.83	
		9.502	76.91	814	−12.60	126.66	197.85	
		10.399	77.31	687	−12.77	139.88	198.27	„
		11.443	79.00	503	−12.65	155.22	198.72	
		13.573	136.99	106	−12.86	186.54	199.65	
		»	106.01	139	−12.17	182.20	195.31	Hof Beh. Fl.,
		»	104.81	137	−11.87	182.15	195.26	Kern III 19
		19.435	233.73	906	−12.67	265.47	194.95	kl. Fl.
16.	III	9.502	50.31	930	13.35	112.67	183.86	Kleiner Fl.
		10.399	47.13	865	13.66	124.95	183.34	
		9.502	50.43	945	13.93	108.99	180.18	B. Fl. m. 2 K. Mitte
		10.399	48.22	883	13.32	122.21	180.60	2 Fl. mit entgegen
		»	47.05	890	14.62	121.46	179.85	gesetzt. Hofstellg.
		11.443	43.85	775	13.15	136.86	180.36	2 theilweise
		»	42.11	787	14.89	136.14	179.64	behofte Fl.
		13.573	22.30	474	13.25	167.12	180.23	2 kleine Fl.
		»	21.26	496	14.67	166.34	179.45	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
	III	19.435	268°.60	785″	14°.90	244°.82	174°.10	Kleiner Fl.	
		»	269.15	771	14.86	243.35	172.83	,,	
		20.492	266.90	903	18.07	261.29	175.69	,,	
		»	266.36	889	18.03	259.20	173.60	,,	
		9.502	50.75	959	14.55	103.37	174.56	Kern	Beh. Fl.
		10.399	48.15	924	14.98	115.21	173.60	Hof	Beh. Fl.
		»	48.14	922	14.90	115.62	174.01	Kern	Beh. Fl.
		11.443	43.91	839	15.28	130.09	173.59	Hof	Beh. Fl.
		»	43.90	837	15.23	130.30	173.80	Kern	Beh. Fl.
		13.573	26.27	558	15.36	161.10	174.21	Hof	Beh. Fl.
		»	26.24	557	15.35	161.15	174.26	Kern	Beh. Fl.
17.	III	11.443	74.04	944	- 9.27	107.78	151.28	Kern	
		13.573	71.92	746	- 9.22	137.69	150.80	Hof	
		»	72.07	745	- 9.33	137.74	150.85	Kern	
		19.435	237.04	427	- 9.49	220.84	150.32	Hof	Beh. Fl.
		»	237.21	427	- 9.42	220.85	150.33	Kern	Beh. Fl. Vgl. R 321.12
		20.492	238.39	619	- 9.19	235.72	150.12	Hof	Vgl. R 321.12
		»	238.35	619	- 9.22	235.75	150.15	Kern	Vgl. R 321.12
		21.610	237.93	784	- 9.26	251.53	149.98	Hof	Vgl. R 321.12
		»	237.96	784	- 9.23	251.53	149.98	Kern	Vgl. R 321.12
18.	III	19.435	218.64	446	-17.83	220.24	149.72	Kleiner Fl.	
		20.492	225.74	639	-17.53	236.54	150.94	Kleiner Fl.	
		19.435	225.83	405	-13.98	218.53	148.01	Pore	
		13.573	76.95	809	-13.22	131.19	144.30		
		19.435	226.16	361	-13.15	215.79	145.27	Kleiner Fl.	
		20.492	231.06	569	-13.42	231.54	145.94		Vgl. R 312.22?
		19.435	214.60	297	-15.38	210.48	139.96		Vgl. R 312.22?
		20.492	225.91	495	-15.32	225.74	140.14	,,	Vgl. R 312.22?
		13.573	76.66	839	-12.96	127.65	140.76	Kl. Fl.,	
		19.435	221.22	279	-13.11	210.22	139.70	2 Kerne	
		»	219.63	273	-13.42	209.73	139.21	im gl. Hofe	
		20.492	228.97	477	-13.58	224.80	139.20	2 kl. Fl.	
		»	229.49	488	-13.44	225.57	139.97	2 kl. Fl.	
		21.610	231.81	673	-13.66	241.09	139.54	Kl. Fl.	
		20.492	222.81	427	-15.57	220.73	135.13	,,	
		»	216.87	363	-16.41	215.82	130.22	,,	
19.	III	13.573	50.29	924	12.51	117.69	130.80	Hof	Beh. Fl.
		»	50.24	923	12.53	117.90	131.01	Kern	Beh. Fl.
		19.435	316.78	360	14.01	201.29	130.77	Hof	Beh. Fl.
		»	316.78	360	14.01	201.29	130.77	Kern	Beh. Fl.
		20.492	290.16	479	14.45	216.54	130.94	Hof	Beh. Fl.
		»	290.21	479	14.45	216.52	130.92	Kern	Beh. Fl.
		21.610	275.21	637	14.26	232.50	130.95	Hof	Beh. Fl.
		»	275.22	637	14.26	232.50	130.95	Kern	Beh. Fl.

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
20.	III	13.573	56°.79	952″	7°.52	109°.15	122°.26	Hof	Beh. Fl. Vgl. R 314.15
		»	56.74	951	7.52	109.48	122.59	Kern	
		19.435	339.77	245	7.84	193.21	122.69	Hof	
		»	339.87	246	7.89	193.18	122.66	Kern	
		20.492	292.98	321	7.82	208.42	122.82	Hof	
		»	293.22	323	7.97	208.44	122.84	Kern	
		21.610	271.62	502	7.80	224.53	122.98	Hof	
		»	271.71	503	7.85	224.54	122.99	Kern	
		25.559	252.75	951	7.44	280.98	123.09	Hof	
		»	252.74	950	7.34	280.40	122.51	Kern	
		20.492	298.16	360	10.89	208.58	122.98	Kl. Fl. m. Hoftheilen	
		21.610	274.78	531	10.25	225.52	123.97		
		20.492	301.11	353	11.14	207.40	121.80	„	
		19.435	345.53	305	11.29	191.05	120.53	„	
		20.492	303.66	347	11.31	206.39	120.79		
		21.610	280.04	513	11.98	222.88	121.33		
		20.492	304.61	372	12.90	206.95	121.35	„	
		21.610	281.09	522	12.79	223.07	121.51		
		20.492	310.60	380	14.42	205.07	119.47	„	
		21.610	286.08	520	14.91	221.37	119.82		
		20.492	307.46	346	11.93	205.16	119.56	„	
		19.435	353.70	305	10.67	188.50	117.98	„	
		20.492	307.05	315	10.12	204.34	118.74		
		21.610	279.29	462	9.72	220.16	118.61		
		20.492	309.61	312	10.33	203.48	117.88	„	
		21.610	285.41	490	13.25	219.84	118.29	2 kleine Fl.	
		19.435	354.39	343	12.82	187.48	116.96	Gruppe	
		20.492	316.57	357	13.88	202.31	116.71	Fl. m. Hofth.	
		21.610	288.66	482	14.12	218 31	116.76	2 kl. Fl.	
		20.492	303.41	249	6.07	203.24	117.64	Kleiner Fl.	
		21.610	274.03	430	6.51	219.59	118.04		
21.	III	19.435	20.77	279	4.95	182.47	111.95	„	
		20.492	321.25	200	4.91	198.30	112.70		
		19.435	27.65	351	6.21	177.57	107.05	„	
		20.492	344.38	206	5.42	193.46	107.86		
		21.610	287.60	289	5.29	209.34	107.79		
		»	309.24	331	11.43	205.24	103.69	„	
22.	III	20.492	101.57	250	−15.47	183.16	97.56	„	
23.	III	19.435	40.59	789	15.41	143.80	73.28	Gruppe	
		20.492	33.26	653	15.30	158.80	73.20	„	
		21.610	17.57	496	15.86	175.29	73.74	Kl. Fl.	
		»	19.59	493	14.94	174.72	73.17	„	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
	III	19.435	42°.82	820″	14°.73	139°.89	69°.37	Kleiner Fl.	
		»	44.84	855	14.25	135.22	64.70	Gruppe	
		20.492	39.38	735	14.33	150.28	64.68		
24.	III	19.435	70.15	838	- 7.97	133.70	63.18	Hof	
		»	70.23	837	- 8.05	133.81	63.29	Kern	
		20.492	69.58	691	- 8.17	149.45	63.85	Hof	
		»	69.67	691	- 8.23	149.45	63.85	Kern	
		21.610	70.19	496	- 8.62	165.50	63.95	Hof	
		»	70.22	497	- 8.64	165.46	63.91	Kern	
		25.559	237.02	361	- 8.74	222.65	64.76	Hof	Grosser
		»	236.78	362	- 8.82	222.69	64.80	Kern	beh. Fl.
		26.594	238.16	568	- 8.74	237.98	65.33	Hof	Vgl.
		»	238.34	567	- 8.64	237.93	65.28	Kern	R 314.19
		27.479	238.04	716	- 8.78	250.92	65.64	Hof	
		»	238.04	719	- 8.78	251.14	65.86	Kern	
		28.476	237.12	848	- 9.06	265.90	66.40	Hof	
		»	237.01	849	- 9.14	265.98	66.48	Kern	
		29.486	235.89	930	- 9.35	280.63	66.72	Hof	
		»	235.87	930	- 9.36	280.69	66.78	Kern	
		28.476	237.54	840	- 8.71	264.87	65.37	Hof	Kl. beh. Fl. m.
		»	237.44	840	- 8.81	264.83	65.33	Kern	dem vorigen zu-
		29.486	236.66	921	- 8.75	278.46	64.55		sammenhängd.
		19.435	69.03	872	- 6.67	129.25	58.73		
		20.492	68.15	732	- 6.99	145.87	60.27		
		21.610	67.29	528	- 7.09	163.24	61.69	Kleiner Fl.	
		25.559	239.79	320	- 7.61	220.05	62.16		Vgl.
		21.610	69.76	532	- 8.43	162.96	61.41		R 314.20
		25.559	235.68	320	- 8.97	219.96	62.07		
		26.594	237.81	535	- 8.89	235.58	62.93	„	
		27.479	237.59	683	- 9.12	247.95	62.67	III 26 u. 27 m. Hofth.	
		28.476	236.98	815	- 9.32	261.80	62.30		
		21.610	66.08	560	- 6.31	160.99	59.44	Kleiner Fl.	
		»	70.09	561	- 8.64	160.84	59.29	„	
		25.559	237.77	288	- 8.15	218.04	60.15	„	
		19.435	70.13	889	- 7.50	126.69	56.17		
		20.492	68.80	767	- 7.33	142.48	56.88	„	
		21.610	67.74	592	- 7.22	158.54	56.99		
25.	III	21.610	69.63	697	- 8.25	150.92	48.47	„	
26.	III	26.594	229.06	333	-11.24	221.45	48.80	„	
		27.479	229.51	481	-12.81	232.16	46.88	„	
27.	III	21.610	75.54	956	-11.70	112.41	10.86	Kern	
		26.594	78.51	305	-10.67	183.48	10.83	Hof	
		»	78.82	304	-10.73	183.52	10.87	Kern	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
	III	27.479	99°.92	124″	−10°.74	196°.39	11°.11	Hof	Grosser Beh. Fl.
		»	99.21	124	-10.66	196.36	11.08	Kern	
		28.476	212.36	139	-10.65	210.64	11.14	Hof	
		»	212.55	140	-10.66	210.71	11.21	Kern	
		29.486	230.49	342	-10.69	225.03	11.12	Hof	
		»	231.41	344	-10.41	225.21	11.30	Westl. K.	
		»	229.58	340	-10.96	224.80	10.89	Oestl. „	
		30.485	234.08	536	-10.68	239.39	11.13	Hof	
		»	234.32	537	-10.56	239.50	11.24	Westl. K.	
		»	233.31	534	-11.09	239.22	10.96	Oestl. „	
		31.438	234.73	695	-10.89	253.02	11.26	Hof	
		»	234.74	695	-10.87	252.94	11.18	Kern	
	IV	1.447	234.63	829	-11.03	267.60	11.45	Hof	
		»	234.51	828	-11.14	267.40	11.25	Kerngr.	
		2.457	233.94	917	-11.18	282.03	11.47	Gr. kl. Fl.	
	III	26.594	83.13	393	-13.59	178.24	5.59	Kleiner Fl.	
		»	79.24	463	-12.91	173.25	0.60	„	
		27.479	110.57	172	-13.80	195.25	9.97	„	
		»	72.20	178	- 7.83	191.90	6.62	„	
		»	82.80	196	-10.06	191.25	5.97	„	
		»	96.40	274	-14.99	188.10	2.82	„	
		28.476	232.99	72	- 7.19	207.72	8.22	„	
		»	204.78	91	- 9.78	207.31	7.81	„	
		»	95.73	96	- 9.36	198.57	359.07	„	

Rotationsperiode 314.

1.	III	26.594	43.34	683	9.77	159.41	346.76	Kleiner Fl.	
		27.479	33.89	566	11.65	171.29	346.01	„	Vgl. R 313.3
		26.594	41.45	768	13.71	152.42	339.77		
		27.479	35.99	650	13.43	164.80	339.52	„	
2.	III	26.594	68.43	679	- 7.64	156.53	343.88		
		27.479	66.26	500	- 6.65	171.01	345.73		
		28.476	64.44	288	- 6.24	186.03	346.53		
		29.486	64.52	65	- 6.36	200.59	346.68	Kleiner Fl., III 29 mit Hofspuren	
		30.485	245.13	168	- 5.97	215.57	347.31		
		31.438	243.55	375	- 5.88	229.44	347.68		
	IV	1.447	243.18	575	- 5.35	244.26	348.11		
	III	26.594	66.16	702	- 5 93	154.57	341.92	Kleiner Fl.	
		28.476	68.08	348	- 7.44	182.20	342.70		
		29.486	71.22	123	- 7.22	197.17	343.26		
		30.485	233.91	95	- 7.24	211.10	342.84	„	
		31.438	239.97	300	- 7.14	224.65	342.89		
	IV	1.447	240.61	503	- 6.95	239.13	342.98		
	III	31.438	241.18	372	- 6.79	229.29	347.53	„	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
3.	III	26.594	75°.64	740″	−12°.99	151°.05	338°.40	Kleiner Fl.
		28.476	78.55	397	−11.80	179.46	339.96	Pore
		31.438	226.14	360	−15.34	227.78	346.02	Kleiner Fl.
	IV	1.447	231.22	569	−12.43	243.61	347.46	
		2.457	232.91	739	−12.28	259.00	348.44	„
		3.445	233.01	860	−12.32	273.64	348.98	
		1.447	231.06	556	−12.41	242.61	346.46	„
		»	230.81	510	−12.12	239.28	343.13	
		2.457	232.96	682	−11.99	253.77	343.21	„
		3.445	233.58	820	−11.84	268.52	343.86	
4.	III	31.438	210.83	370	−17.96	226.20	344.44	Pore
	IV	1.447	221.69	568	−17.93	242.47	346.32	„
5.	III	31.438	104.34	81	− 9.36	202.70	320.94	
	IV	1.447	228.95	189	− 8.96	218.50	322.35	Hof — III 31 kl.
		»	228.80	189	− 8.98	218.46	322.31	Kern — Fl. m. Hoftheilen,
		2.457	236.59	410	− 8.62	233.69	323.13	Hof — nachher
		»	236.44	408	− 8.66	233.58	323.02	Kern — gr. beh. Fl.
		3.445	237.65	604	− 8.57	248.53	323.97	Hof
		»	237.66	604	− 8.56	248.57	323.91	Kern — Vgl. R 315. 3
		4.467	237.34	774	− 8.70	264.48	325.24	Hof
		»	237.21	772	− 8.82	264.29	325.05	Kern
	III	31.438	98.79	92	− 9.35	201.88	320.12	
	IV	1.447	226.97	167	− 8.97	217.07	320.92	Kleiner Fl.
		2.457	229.29	390	−11.46	231.98	321.42	„
		1.447	222.03	150	− 9.42	215.82	319.67	Gruppe
		2.457	233.99	374	− 9.45	231.24	320.68	Kl. Fl.
		4.467	236.35	745	− 9.54	261.63	322.39	„ m. Hofspuren
		1.447	224.92	121	− 8.48	214.32	318.17	
		2.457	234.88	340	− 8.89	229.11	318.55	Kleiner Fl.
		4.467	237.94	732	− 8.32	260.38	321.14	
		2.457	230.85	325	−10.13	227.95	317.39	
		3.445	234.47	530	−10.18	242.89	318.23	„
		4.467	232.30	726	−12.58	259.70	320.46	Kl. Fl. mit Hofspuren
		3.445	232.30	545	−11.49	243.88	319.22	Westl. K. — 2 K. in ein. unregelm. Hofgebilde
		»	232.92	540	−11.12	243.59	318.93	Oestl. „
		4.467	232.89	705	−12.06	257.85	318.61	Westl. „
		»	233.66	698	−11.46	257.23	317.99	Oestl. „
		3.445	236.63	523	− 8.98	242.49	317.83	Fleck mit Hoftheilen
		4.467	236.98	694	− 9.05	256.93	317.69	Gruppe
		1.447	205.83	158	−11.92	215.00	318.85	Kl. Fl. m. Hofspuren
		2.457	225.83	341	−12.05	228.59	318.03	Unregelm. beh. Fl.
		3.445	230.21	520	−12.41	241.92	317.26	„
		4.467	231.80	688	−12.76	256.25	317.01	2 Kern in einem unregelmäss. Hofgeb.
		»	231.45	676	−12.91	255.22	315.98	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
	III	31.438	89°.92	143″	- 9°.92	198°.62	316°.86	Kleiner Fl. m. Hofsp.	
	IV	1.447	204.88	102	- 9.99	212.23	316.08	„	
		2.457	228.46	299	-10.57	226.18	315.62	Kleiner Fl.	
		3.445	231.88	479	-11.17	239.16	314.50	Unregelmäss. beh. Fl.	
		4.467	232.86	657	-11.83	253.67	314.43	„	
		1.447	193 31	107	-11.06	211.53	315.38	Gruppe kl. Fl.	
		»	195.11	94	-10.38	211.18	315.03	„	
		2.457	225.01	293	-11.49	225.61	315.05	„	
		3.445	229.72	477	-12.11	238.14	313.48	Behofte Gruppe	
		4.467	231.66	648	-12.59	252.87	313.63	Unregelmäss. beh. Fl.	
6.	IV	2.457	330.85	381	17.13	209.63	299.07	Pore	
7.	III	29.486	71.05	932	- 8.43	127.99	274.08	Kern	
		30.485	70.30	857	- 8.55	141.96	273.70	Hof	Beh. Fl. Vgl. R 313.8
		»	70.28	856	- 8.54	142.01	273.75	Kern	
		31.438	70.06	744	- 8.75	155.40	273.64	Hof	
		»	70.04	742	- 8.73	155.55	273.79	Kern	
	IV	1.447	70.05	584	- 8.70	169.85	273.70	Hof	
		»	70.10	582	- 8.73	169.99	273.84	Kern	
		2.457	71.42	386	- 8.68	184.72	274.16	Hof	
		»	71.53	387	- 8.73	184.68	274.12	Kern	
		3.445	79.47	178	- 8.85	199.01	274.35	Hof	
		»	79.56	179	- 8.87	198.99	274.33	Kern	
		4.467	201.90	77	- 9.05	213.88	274.64	Hof	
		»	201.90	77	- 9.05	213.88	274.64	Kern	
		9.489	236.19	898	- 9.10	285.46	274.57		
		1.447	69.12	602	- 8.15	168.47	272.32	Kleiner Fl.	
		2.457	70.48	413	- 8.41	182.95	272.39		
		3.445	76.29	202	- 8.56	197.42	272.76		
		1.447	72.10	620	-10.07	167.07	270.92	„	
		»	73.65	620	-11.06	167.09	270.94	„	
		2.457	70.93	477	- 8.87	178.56	268.00	„	
		3.445	76.08	234	- 8.88	195.47	270.81	„	
8.	IV	3.445	113.03	385	-23.44	192.87	268.21	„	
		»	110.24	408	-23.69	190.79	266.13	„	
9.	IV	9.489	275.38	792	21.98	264.68	253.79	Sporad. Pore	
10.	IV	9.489	234.10	479	- 9.77	245.28	234.39	Kleiner Fl.	
		»	228.49	404	-11.56	239.77	228.88	„	
		1.447	77.18	954	-13.94	122.74	226.59	Behofter Fl.	
		2.457	76.74	899	-14.26	138.22	227.66		
		3.445	76.53	800	-13.97	152.58	227.92		
		4 467	77.36	654	-13.66	167.52	228.28		

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	IV	1.447	74°.14	951"	−11°.02	124°.00	227°.85	
		2.457	73.32	901	−11.06	138.01	227.45	Beh. Fl., IV 4 und 9
		3.445	73.12	806	−11.15	151.92	227.26	westl. Kern im gl.
		4.467	74.04	664	−11.44	166.50	227.26	Hofe m. d. folgend.
		9.489	227.43	368	−11.48	237.39	226.50	
		1.447	73.87	955	−10.81	122.35	226.20	Beh. Fl. IV 4
		2.457	72.96	910	−10.65	136.38	225.82	Hof der östl. Kern
		»	72.96	909	−10.65	136.38	225.82	Kern im gl. Hofe m.
		3.445	72.69	821	−10.76	150.13	225.47	Hof d. vorigen,
		»	72.77	823	−10.82	149.97	225.31	Kern IV 9 die beid.
		4.467	73.56	686	−11.20	164.65	225.41	östl. Kerne i.
		9.489	225.94	347	−11.68	235.83	224.94	gl. Hofe m. d.
		»	224.33	335	−12.04	234.99	224.10	vorigen
		2.457	77.10	931	−14.36	131.42	220.86	
		3.445	76.68	860	−14.25	145.15	220.49	Behofter Fl.
		4.467	77.71	741	−14.56	159.82	220.58	
11.	IV	3.445	80.01	922	−17.25	134.38	209.72	
		4.467	80.14	842	−17.24	148.69	209.45	Hof Beh. Fl.
		»	80.14	841	−17.23	148.78	209.54	Kern
		9.489	173.86	195	−16.65	219.51	208.62	Hof Vgl.
		»	174.73	198	−16.76	219.75	208.86	Sdl. Kern R 313.12
		»	173.27	191	−16.44	219.29	208.40	Nrdl. „
		3.445	75.19	925	−12.58	133.88	209.22	Behofter Fl.
		4.467	74.53	848	−12.32	147.72	208.48	Beh. Kerngruppe
		9.489	173.27	128	−12.91	217.97	207.08	Hof
		»	175.02	127	−12.76	218.16	207.27	Hauptkern
		»	164.91	120	−12.72	216.77	205.88	Oestl. kleiner Kern
		4.467	75.03	871	−12.74	144.65	205.41	Gruppe
		»	75.29	915	−12.82	137.49	198.25	„
		»	77.38	904	−14.83	139.21	199.97	„
		9.489	158.47	214	−18.48	216.33	205.44	Kleiner Fl.
		»	130.63	140	−13.36	211.98	201.09	„
		»	119.66	159	−13.54	209.84	198.95	„
		»	142.34	245	−20.12	212.26	201.37	„
		»	137.28	262	−20.83	210.59	199.70	Kleiner beh. Fl.
12.	IV	4.467	48.82	882	11.19	145.59	206.35	Kleiner Fl.
13.	IV	9.489	95.62	386	−17.54	194.39	183.50	Kleiner beh. Fl.
14.	IV	9.489	70.63	792	− 8.84	159.35	148.46	Kleiner Fl.
15.	IV	9.489	54.38	949	8.53	133.85	122.96	Beh. Fl. Vgl. R 313.20 u. R 315.15

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
16.	IV	23.499	239°.03	898″	- 7°.31	299°.55	88°.79	Hof	Beh. Fl.
		»	238.99	897	- 7.35	299.49	88.73	Kern	
		»	239.85	872	- 6.71	295.32	84.56	Kleiner Fl.	Vgl. R 315.19
		»	236.81	872	- 9.49	295.39	84.63	„	
		»	238.56	842	- 7.98	291.21	80.45	Behofter Fl.	
		»	236.73	832	- 9.59	289.99	79.23	Fleck m. östl. Hofe	
		»	234.55	828	-11.46	289.43	78.67	Kleiner beh. Fl.	
17.	IV	23.499	257.68	859	9.17	291.78	81.02	Kleiner Fl.	
18.	IV	23.499	228.41	826	-16.77	288.88	78.12	Sporad. kl. Fl.	
19.	IV	23.499	237.04	745	- 9.21	280.42	69.66	Kl. beh. Fl.	Vgl. R 313.24
20.	IV	23.499	235.93	637	- 9.56	270.85	60.09	Hof	Beh. Fl.
		»	235.95	637	- 9.54	270.84	60.08	Kern	
		26.625	236.35	947	- 9.39	316.18	60.82	„	Vgl. R 313.24
		23.499	235.08	570	- 9.66	265.53	54.77	Kleiner Fl.	
21.	IV	23.499	164.35	273	-20.91	231.85	21.09	Kleiner beh. Fl.	
		26.625	220.36	688	-20.82	276.37	21.01	Kleiner Fl.	
		27.632	223.51	810	-20.80	290.35	20.63	„	
		23.499	159.22	276	-21.31	230.32	19.56	„	
		»	149.09	251	-19.66	227.36	16.60	„	
22.	IV	23.499	119.26	315	-19.95	217.21	6.45	„	

Rotationsperiode 315.

1.	IV	23.499	88.62	379	-13.33	207.13	356.37	Hof	
		»	88.68	379	-13.36	207.14	356.38	Kern	
		26.625	217.90	359	-13.99	252.13	356.77	Hof	
		»	218.31	359	-13.86	252.19	356.83	Westl. K.	
		»	216.64	346	-14.36	251.79	356.43	Oestl. „	
		27.632	226.36	544	-14.24	266.73	357.01	Hof	
		»	226.53	543	-14.14	266.71	356.99	Kerngr.	Beh. Fl.
		28.439	229.27	675	-14.39	278.65	357.42	Hof	mit 2 K.
		»	229.53	674	-14.24	278.26	357.03	Nördl. K.	Vgl. R 316.1
		»	228.76	675	-14.79	278.23	357.00	Südl. „	
		29.453	231.19	808	-14.48	292.66	356.96	Hof	
		»	231.40	807	-14.30	292.58	356.88	Nördl. K.	
		»	230.61	809	-14.98	292.72	357.02	Südl. „	
		30.480	232.06	904	-14.44	307.80	357.45	Hof	
		»	232.28	904	-14.22	307.75	357.40	Nördl. K.	
		»	231.56	905	-14.90	307.95	357.60	Südl. „	

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
	IV	23.499	87°.32	412″	-13°.52	204°.88	354°.12	Kleiner Fl.	
		»	90.89	411	-14.95	205.44	354.68	„	
		»	85.88	442	-13.51	202.67	351.91	„	
		»	88.03	459	-14.83	201.82	351.06	„	
		»	85.99	476	-14.22	200.37	349.61	„	
		26.625	216.75	337	-13.77	250.63	355.27	Fleck mit Hoftheilen	
		»	204.01	268	-14.77	245.36	350.00	Gruppe	
		27.632	222.93	479	-14.79	261.69	351.97	Kleiner Fl.	
		28.439	227.38	622	-14.93	273.64	352.41	„	
2.	IV	28.439	236.40	538	- 8.59	268.04	346.81	Sporad. kl. Fl.	
3.	IV	26.625	74.73	159	- 5.80	222.58	327.22		
		27.632	217.94	94	- 6.80	238.11	328.29	Kleiner Fl.	
		28.439	234.44	271	- 7.18	249.42	328.19		
		23.499	72.98	757	- 8.99	176.51	325.75	Hof	Sehr gr. beh. Fl. Vgl. R 314.5 und R 316.3
		»	72.80	757	- 8.84	176.47	325.71	Kern	
		26.625	91.98	198	- 9.53	221.29	325.93	Hof	
		»	91.84	189	- 9.27	221.80	326.44	Westl. K.	
		»	90.36	217	- 9.70	220.06	324.70	Oestl. kl. K.	
		27.632	179.26	101	- 9.73	235.53	325.81	Hof	
		»	183.63	101	- 9.54	235.96	326.24	Westl. K.	
		»	166.66	100	-10.09	234.25	324.53	Oestl. kl. K.	
		28.439	222.06	235	- 9.67	247.06	325.83	Hof	
		»	223.15	243	- 9.57	247.59	326.36	Westl. K.	
		»	218.30	220	-10.09	245.79	324.56	Oestl. „	
		29.453	231.89	436	- 9.90	261.55	325.85	Hof	
		»	232.58	443	- 9.67	262.07	326.37	Hauptkern	
		»	230.39	419	-10.32	260.25	324.55	Oestl. kl. K.	
		30.480	235.73	625	- 9.66	276.59	326.24	Hof	
		»	235.70	625	- 9.69	276.59	326.24	Kern	
		27.632	172.29	58	- 7.56	234.08	324.36	Kleiner Fl.	
		28.439	234.48	228	- 6.65	247.47	326.24	„	
		23.499	74.30	791	-10.13	172.97	322.21		
		26.625	91.13	266	-11.09	217.32	321.96		
		27.632	141.84	121	-11.23	231.33	321.61	„	
		28.439	206.33	184	-11.07	242.57	321.34		
		29.453	234.58	396	- 8.30	259.05	323.35	„	
		28.439	198.70	221	-13.77	243.19	321.96		
		29.453	221.13	402	-13.77	257.96	322.26	„	mit Hofsp.
		26.625	95.60	289	-12.90	216.54	321.18		
		27.632	141.91	150	-12.96	230.90	321.18	„	
		28.439	199.80	209	-13.08	242.83	321.60		

Nr.	1884	p	ϱ	b	l	L	
	IV 23.499	73°.85	803″	− 9°.77	171°.59	320°.83	
	26.625	88.34	275	−10.59	216.47	321.11	Kleiner Fl.,
	27.632	137.04	109	−10.42	230.96	321.24	IV 27 mit Hoftheilen
	28.439	212.44	173	− 9.77	242.70	321.47	
	29.453	231.69	378	− 9.26	257.70	322.00	
	26.625	91.90	299	−12.14	215.47	320.11	
	27.632	134.93	154	−12.84	229.75	320.03	Kleiner Fl.,
	28.439	196.63	196	−13.00	241.80	320.57	IV 28 m. Hofspuren
	29.453	221.56	383	−13.20	256.84	321.14	
	30.480	229.15	571	−13.17	271.83	321.48	
	23.499	75.30	820	−11.05	169.64	318.88	Kleiner Fl.
	26.625	88.54	344	−12.19	212.33	316.97	,,
	27.632	127.25	154	−12.34	228.59	318.87	,,
	»	129.80	177	−13.79	228.32	318.60	,,
	28.439	193.46	147	−11.10	239.38	318.15	Gruppe
	27.632	120.82	183	−13.22	226.66	316.94	Kleiner Fl.
	28.439	182.02	164	−12.96	238.33	317.10	
	26.625	92.82	375	−14.43	211.01	315.65	
	27.632	121.05	216	−14.87	225.65	315.93	,,
	23.499	75.03	851	−10.86	165.75	314.99	
	26.625	83.04	378	−10.85	209.56	314.20	,,
	»	87.18	375	−12.37	210.17	314.81	
	27.632	112.82	200	−13.03	224.69	314.97	,,
	28.439	171.03	121	−11.11	235.80	314.57	Gruppe
	»	166.91	161	−13.64	234.80	313.57	Kleiner Fl.
	29.453	214.84	279	−12.54	249.68	313.98	Unbehofter Fl.
	30.480	228.04	475	−12.25	264.80	314.45	
	26.625	84.05	389	−11.44	208.94	313.58	
	27.632	102.54	218	−12.02	222.37	312.65	
	28.439	154.26	131	−12.00	233.68	312.45	
	29.453	212.86	252	−12.16	247.93	312.23	,,
	»	210.35	251	−12.67	247.46	311.76	
	30.480	227.04	459	−12.46	263.57	313.22	
	27.632	113.04	250	−15.24	222.54	312.82	Kl. Fl., IV 28 südl.
	28.439	156.57	187	−15.42	234.04	312.81	Kern im gl. Hofe m.
	29.453	205.19	298	−15.59	249.02	313.32	folgendem
	23.499	77.36	855	−12.95	165.15	314.39	Fleck m. östl. Hofe
	26.625	89.43	409	−13.99	208.36	313.00	Behofter Fl.
	27.632	109.20	243	−14.24	222.12	312.40	Unbehofter Fl.
	28.439	151.95	172	−14.47	233.16	311.93	Behofter Fl.
	29.453	204.02	260	−14.38	246.92	311.22	Unbehofter Fl.
	»	202.95	258	−14.53	246.62	310.92	,,
	30.480	224.49	434	−13.13	261.55	311.20	,,
	»	221.68	438	−14.41	261.36	311.01	,,

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
	IV	26.625	79°.90	851″	-14°.92	168°.78	273°.42	Kl. Fl.	
		27.632	81.95	722	-15.17	184.34	274.62	Beh. Fl.	
		28.439	84.99	585	-15.02	197.14	275.91	„	
		29.453	93.83	409	-14.80	211.79	276.09	Hof	
		»	94.00	408	-15.34	211.86	276.16	Korngr.	Vgl. R 316.6
		30.480	116.07	240	-15.00	226.20	275.85	Hof	
		»	115.92	240	-14.95	226.19	275.84	Korngr.	
	V	7.400	232.42	939	-15.29	323.91	274.83	Hof	
		»	232.34	939	-15.37	324.02	274.94	Korn	
	IV	28.439	84.21	603	-14.85	195.60	274.37	Kleiner Fl.	
		29.453	89.98	461	-15.00	207.71	272.01	„	
		30.480	109.47	266	-14.88	223.77	273.42	Unregelm. beh. Fl.	
		27.632	80.15	757	-14.18	180.76	271.04	Kleiner Fl.	
		28.439	81.77	642	-13.86	192.14	270.91	Kl. beh. Fl.	
		29.453	87.53	471	-14.06	206.67	270.97	2 Fl. im gl.	
		»	88.33	481	-14.65	206.13	270.43	Hofe	
		30.480	104.02	280	-14.23	222.03	271.68	2 kl. Fl. m.	
		»	103.56	303	-14.95	220.74	270.39	Hoftheilen	
		28.439	82.87	662	-14.88	190.61	269.38		
		29.453	91.08	498	-16.37	205.44	269.74	Unregelm. beh. Fl.	
		30.480	104.59	319	-15.83	220.08	269.73		
		26.625	78.83	897	-14.13	161.48	266.12		
		27.632	80.46	794	-14.78	176.79	267.07	Erst beh. Fleck,	
		28.439	81.25	676	-13.95	189.21	267.98	nach IV 27 nur noch	
		29.453	85.70	499	-13.73	204.48	268.78	mit unregelmässigen	
		30.480	100.52	300	-14.02	220.38	270.03	Hoftheilen	
		28.439	83.33	685	-15.52	188.72	267.49	Kleiner Fl.	
		30.480	99.84	329	-14.80	218.61	268.26	„	
		»	93.48	343	-13.27	216.71	266.36	„	
		28.439	80.33	710	-13.68	186.10	264.87	„	
		29.453	82.74	555	-13.06	200.04	264.34	Kleiner beh. Fl.	
		30.480	90.58	366	-12.85	214.90	264.55	Kleiner Fl.	
		26.625	79.62	922	-14.89	156.36	261.00	„	
		28.439	81.05	744	-14.59	182.91	261.68	„	
		»	79.29	763	-13.40	180.83	259.70	„	
		29.453	81.42	611	-13.04	195.63	259.93	Pore	
5.	V	7.400	243.08	560	- 5.14	278.52	229.44	Kleiner Fl.	
		»	244.89	543	- 4.07	277.29	228.41		
		8.487	244.60	724	- 4.35	293.06	228.48	„	
6.	V	8.487	272.58	593	12.69	278.88	214.30	Sporad. kleiner Fl.	
7.	V	11.476	263.50	762	10.33	298.15	190.92	„	

Nr.	1884	p	ϱ	b	l	L	
8.	V 9.461	261°.40	448″	3°.64	271°.72	193°.24	Kleiner Fl.
	»	262.68	413	3.62	269.25	190.77	„
	10.474	255.92	597	2.62	283.91	190.98	„
9.	V 7.400	120.32	221	−13.82	234.24	185.16	
	8.487	186.58	203	−13.85	249.63	185.05	„
	7.400	116.03	254	−14.69	232.03	182.95	„
10.	V 7.400	37.11	389	8.82	221.66	172.58	„
	»	36.87	413	9.72	220.25	171.17	„
	»	38.39	438	9.90	218.45	169.37	„
	8.487	8.57	237	9.22	236.10	171.52	Gruppe
	9.461	306.38	230	8.87	251.79	173.31	Beh. Fl.
	10.474	277.68	396	9.11	266.93	174.00	Hof
	»	277.47	398	9.10	267.10	174.17	Kern
	11.476	267.26	580	9.10	282.11	174.88	Hof
	»	267.21	581	9.10	282.21	174.98	Kern
	12.473	262.62	732	8.97	296.48	175.03	Hof
	»	262.54	732	8.91	296.44	174.99	Kern
	13.476	260.08	846	8.76	310.24	174.48	Hof
	»	259.93	847	8.64	310.40	174.64	Kern
	7.400	43.91	458	8.15	216.04	166.96	Kleiner Fl.
	»	40.96	491	10.40	214.52	165.44	„
	8.487	14.18	245	8.81	234.65	170.07	„
	»	12.31	281	10.94	233.71	169.13	„
	»	16.04	269	9.71	233.31	168.73	„
	11.476	267.08	551	8.35	280.01	172.78	„
	9.461	324.71	217	9.79	247.49	169.01	
	10.474	286.57	348	10.36	262.35	169.42	
	11.476	269.64	521	9.05	277.44	170.21	„
	12.473	263.09	689	8.52	292.50	171.05	
	10.474	279.87	320	7.38	262.18	169.25	
	11.476	267.19	498	7.32	276.90	169.67	„
	12.473	261.90	663	7.25	290.46	169.01	V 13 mit Hoftheilen
	13.476	259.04	793	7.01	304.03	168.27	
	12.473	264.89	672	9.46	290.79	169.34	
	10.474	289.91	341	10.98	261.21	168.28	
	11.476	274.55	504	11.05	275.35	168.12	V 10 behofte Gruppe, nachher
	12.473	267.01	658	10.58	289.20	167.75	kleiner beh. Fleck
	13.476	263.24	790	10.41	303.09	167.33	
	9.461	332.21	210	9.65	245.73	167.25	
	10.474	291.47	310	10.06	259.33	166.40	Kleiner Fl.,
	11.476	273.17	476	9.61	273.80	166.57	V 10 mit Hoftheilen
	12.473	265.83	644	9.51	288.31	166.86	

Vgl. R 316.11

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	V	12.473	268°.98	605″	10°.64	284°.69	163°.24	Kl. beh. Fl.
		13.476	263.99	761	10.46	300.02	164.26	Kleiner Fl.
		»	263.34	755	9.83	299.51	163.75	„
11.	V	8.487	34.02	147	1.81	236.16	171.58	Sporadischer kl. Fl.
12.	V	7.400	89.56	581	−12.92	206.54	157.46	Kleiner Fl.
13.	V	9.461	13.35	261	10.10	235.18	156.70	
		10.474	312.21	245	10.46	251.99	159.06	„
		11.476	280.01	419	10.74	268.78	161.55	
		10.474	319.43	259	11.97	250.56	157.63	Pore
		11.476	286.00	390	11.81	265.74	158.51	
		10.474	325.17	265	12.83	249.10	156.17	Kleiner Fl.
		11.476	292.20	379	13.28	263.54	156.31	
		10.474	325.10	247	11.67	248.86	155.83	Pore
		9.461	9.45	334	14.41	233.55	155.07	Kleiner Fl.
14.	V	7.400	49.87	771	12.13	190.38	141.30	
		8.487	44.18	612	12.31	206.50	141.92	
		9.461	34.35	457	12.61	220.30	141.82	„
		10.474	11.58	308	12.77	234.93	142.00	
		11.476	326.83	262	12.79	249.64	142.41	
15.	V	7.400	55 24	860	9.55	178.90	129.82	
		8.487	53.07	716	8.79	196.10	131.52	Kleiner Fl.
		10.474	33.73	369	9.87	226.58	133.65	Vgl. R 314.15 und R 316.15
		8.487	52.00	751	10.29	193.02	128.44	
		9.461	46.29	603	11.06	207.66	129.18	„
		10.474	34.96	429	11.57	222.84	129.91	
		7.400	56.52	890	8.98	174.08	125.00	„
		»	57.11	899	8.63	172.38	123.30	
		8.487	54.88	796	8.88	188.01	123.43	„
		12.473	338.82	155	6.68	247.35	125.90	
		13.476	282.79	265	6.40	261.66	125.90	„
		11.476	30.77	294	8.11	232.13	124.90	Kleiner beh. Fl.
		12.473	341.00	172	7.72	246.94	125.49	Unbehofter Fl.
		13.476	285.71	273	7.37	261.61	125.85	„
		7.400	55.44	909	10.43	170.56	121.48	
		8.487	53.55	809	10.25	186.67	122.09	
		9.461	50.56	676	10.02	200.97	122.49	Kleiner Fl.
		10.474	44.66	506	9.69	215.83	122.90	
		11.476	31.15	339	9.73	229.73	122.50	
		8.487	55.93	810	8.24	186.14	121.56	„
		11.476	35.86	331	8.08	229.21	121.98	Pore „

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L	
	V	7.400	57°.14	913″	8°.90	169°.60	120°.52	Unbehofter Fl.
		8.487	56.78	818	7.70	185.13	120.55	„
		9.461	54.63	688	7.39	199.34	120.86	Fl. mit nördl. Hofe
		10.474	50.53	517	6.95	214.08	121.15	Kleiner beh. Fl.
		11.476	41.45	325	7.23	228.59	121.36	Unregelmssg beh. Fl.
		12.473	3.91	150	5.50	243.49	122.04	2 Kerne im gleich.
		»	7.22	159	5.76	242.75	121.30	Hofe
		13.476	287.50	204	5.12	257.91	122.15	„ , Mitte
		16.458	257.92	727	4.78	300.55	122.25	Kleiner Fl.
		10.474	47.24	536	9.20	213.30	120.37	
		11.476	34.81	362	9.48	227.67	120.44	
		12.473	357.64	214	9.56	243.11	121.66	„
		13.476	300.59	256	9.61	257.96	122.20	
		»	287.29	193	4.64	257.40	121.64	„
		»	300.03	203	6.98	255.98	120.22	„
		»	308.27	297	12.99	257.60	121.84	„
16.	V	11.476	49.47	461	6.54	218.99	111.76	
		12.473	32.11	274	7.22	233.91	112.46	„
		11.476	49.08	476	7.05	218.02	110.79	
		12.473	35.01	293	7.17	232.43	110.98	„
17.	V	16.458	259.85	657	5.33	294.25	115.95	
		17.452	257.03	800	4.73	309.08	116.60	„
		16.458	263.10	633	7.15	291.89	113.59	„
		17.452	258.94	753	5.73	303.96	111.48	
		18.477	257.47	867	5.67	318.69	111.58	„
18.	V	10.474	50.84	787	12.53	191.43	98.50	
		11.476	46.10	641	12.63	206.74	99.51	
		12.473	37.46	477	12.62	221.31	99.86	„
		13.476	19.45	321	12.32	235.39	99.36	
		12.473	40.31	517	12.58	218.05	96.60	
		13.476	25.10	362	12.75	232.02	96.26	„
		12.473	41.73	531	12.28	216.81	95.36	
		13.476	27.45	372	12.50	230.90	95.14	„
		17.452	272.98	615	12.93	289.79	97.31	
		18.477	266.95	767	12.11	305.43	98.32	„
		19.479	264.67	874	12.13	320.06	98.66	
		17.452	275.20	594	13.67	287.72	95.24	
		18.477	270.26	738	14.02	301.93	94.82	„
19.	V	9.461	74.65	914	- 7.34	170.31	91.83	Hof
		»	74.77	912	- 7.46	170.54	92.06	Kern

Nr.	1884		p	ϱ	b	l	L		
	V	10.474	75°.12	831″	- 7°.53	184°.44	91°.51	Hof	Grosser beh. Fl. Vgl. R 314.16 und R 316.16
		»	75.08	829	- 7.49	184.61	91.68	Kern	
		11.476	75.77	704	- 7.35	198.68	91.45	Hof	
		»	75.77	702	- 7.33	198.90	91.67	Kern	
		12.473	77.87	544	- 7.47	212.76	91.31	Hof	
		»	77.82	542	- 7.33	212.87	91.42	Kern	
		13.476	82.53	354	- 7.46	226.86	91.10	Hof	
		»	82.70	353	- 7.50	226.95	91.19	Kern	
		16.458	231.65	297	- 7.70	268.58	90.28	Hof	
		»	231.51	298	- 7.78	268.65	90.35	Kern	
		17.452	238.29	486	- 7.81	282.48	90.00	Hof	
		»	238.24	488	- 7.85	282.60	90.12	Kern	
		18.477	241.08	659	- 7.87	296.80	89.69	Hof	
		»	241.06	661	- 7.90	296.99	89.88	Kern	
		19.479	242.28	797	- 8.05	311.07	89.67	Hof	
		»	242.29	797	- 8.04	311.05	89.65	Kern	
		16.458	221.31	168	- 7.05	260.18	81.88	Kleiner Fl.	
		17.452	234.98	432	- 8.68	278.43	85.95	»	
		18.477	248.25	647	- 2.91	296.03	88.92	»	
		19.479	248.28	803	- 3.01	311.89	90.49	»	
		»	246.40	780	- 4.56	309.32	87.92	»	
20.	V	10.474	60.96	938	6.60	164.78	71.85	Kleiner beh. Fl.	
		11.476	59.76	887	7.01	178.13	70.90	Kleiner Fl.	
		12.473	58.32	790	7.02	192.01	70.56	»	
21.	V	11.476	75.79	926	- 7.84	168.98	61.75		
		12.473	76.13	856	- 7.92	183.01	61.56		
		13.476	77.35	739	- 8.19	197.42	61.66	»	
		16.458	100.51	209	- 8.69	240.18	61.88		
		17.452	126.89	191	-11.82	245.70	53.22	»	
22.	V	16.458	70.29	836	- 1.56	189.58	11.28		Beh. Fl. Vgl. R 316.21
		17.452	70.12	710	- 1.50	203.83	11.35		
		18.477	69.99	541	- 1.48	218.44	11.33	Hof	
		»	70.05	540	- 1.52	218.51	11.40	Kern	
		19.479	70.44	341	- 1.94	233.05	11.65	Hof	
		»	70.24	340	- 1.67	233.15	11.75	Kern	
		18.477	70.36	568	- 1.66	216.40	9.29	Kleiner Fl.	
		»	72.73	576	- 3.06	215.82	8.71	»	

Zum Schlusse gebe ich noch eine Fortsetzung des in Nr. XXIX begonnenen, dann wiederholt und zuletzt noch in Nr. LXV fortgesetzten Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher-Sternwarte.

311) Situationsplan der Zürcher-Sternwarte. — Aus dem Archive der Sternwarte.

Nach einer im März 1861 von R. Peter, Geometer in Unterstrass, gemachten Aufnahme.

312) Magnetische Karte von Sabine. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Sie gibt die Declination, Inclination und Intensität für 1840, — sowie zur Vergleichung mit den erstern beiden die nach Hansteen für 1787 und 1780 gültigen, und einige nach der Theorie von Gauss berechnete Linien.

313) Zwei Planisphärien von Franciscus Lamb. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Von diesen beiden Planisphärien, welche einen Radius von 40 cm. besitzen, und für ihre Zeit gar nicht übel ausgeführt sind, zeigt das Eine die Ueberschrift „Planisphærium boreale Stellarum", — und unten eine Widmung von Lamb an einen Gönner, den Londner-Arzt Franc. Bernard, — während die 4 Ecken die Mondkarten von Hevel und Riccioli und Darstellungen des Copernicanischen Weltsystemes (inclusive Saturn mit Ring und drei Monden, so dass die Karten zwischen 1672 und 1684 construirt wurden) enthalten. Das Andere hat die Ueberschrift „Planisphærium australe Stellarum", — während man unten „London. Printed for Francis Lamb and sold at Mr. George Baker, etc." liest, — und in den 4 Ecken Darstellungen des Ptolemæischen und Tychonischen Weltsystemes, sowie zwei nichts als die Contouren der Welttheile enthaltende Darstellungen der beiden Erd-Halbkugeln sieht. — Die von Lalande auf pag. 281 seiner Bibliographie verzeichnete Schrift „Francis Lamb, Astroscopium, or two hemispheres containing all the northern et southern constellations projected upon the poles of the world; with other things pertinent to them. London 1673

in 12" bildete offenbar eine Beigabe zu den von mir beschriebenen, von Lalande nicht speciell erwähnten, vielleicht auch nicht gekannten, und jedenfalls selten gewordenen Karten.

314) Zwei Ansichten des Sternhimmels, entworfen von Ingenieur Oscar Möllinger. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Von den hübschen, transparenten, den vier Jahreszeiten entsprechenden, ein Meter im Durchmesser haltenden, und in stereographischer Projection entworfenen Sternkarten Oscar Möllinger's, sind Obige die „Nr. II Sommergestirne" und die „Nr. IV Wintergestirne".

315) Spektral-Tafel. — Angekauft.

Diese Tafel ist ein zweites Exemplar der unter Nr. 310 besprochenen Tab. 1.

316) Sanduhr. — Geschenkt von Dr. Eduard Gräffe.

Es kann für diese Sanduhr auf Nr. 36 meiner „Astronomischen Mittheilungen" verwiesen werden, wo ich die 1874 damit von mir angestellten Versuchsreihen mitgetheilt und discutirt habe.

317) Photographien von Instrumenten. — Geschenkt von Dr. Nicolaus von Konkoly.

Herr von Konkoly hat die Freundlichkeit gehabt, mir für die Sammlung der Zürcher-Sternwarte nicht weniger als 29 Photographien von Instrumenten zu schenken, und sich sogar die Mühe genommen, denselben eigenhändig die wünschbaren Angaben beizufügen. Man sieht da eine ganze Auswahl von Theodoliten, Meteoroskopen, Kometensuchern, Heliostaten, Photoheliographen, Doppelbildmikrometern, etc., namentlich aber mehrere Dutzende der verschiedensten Spektroskope, und erfährt überdiess nicht nur, dass diese Instrumente zum grossen Theil entweder auf der Sternwarte des freundlichen Gebers in O-Gyalla, oder auf dem astrophysikalischen Observatorium s. Freundes Eugen von Gothard in Hereny bei Stein-amanger stehen, sondern auch dass sie in ihrer Mehrzahl nach den Ideen dieser beiden Herren in ihren eigenen Werkstätten ausgeführt worden sind.

Zoologische Mittheilungen

von

Dr. O. E. Imhof.

I. Neue Resultate über die pelagische und Tiefsee-Fauna der Süsswasserbecken.

Seit nunmehr drei Jahren (October 1882) beschäftige ich mich mit der Erforschung der Fauna der Süsswasserbecken. In einer Reihe von kleineren und grösseren Aufsätzen habe ich einen Theil der gewonnenen Resultate besonders über die sog. pelagische Fauna veröffentlicht. Das Verzeichniss derselben enthält folgende 15 Nummern:

1. Studien zur Kenntniss der pelagischen Fauna der Schweizerseen. Dat. 27. Juni 1883: (Vorläufige Mittheilung.) Zoologischer Anzeiger Nr. 147, p. 466.
2. Sur la faune pélagique des lacs suisses. Jahresversammlung der schweiz. naturforsch. Gesellsch. in Zürich. Archives des sciences physiques et naturelles. Oct.-Nov. 1883, p. 57.
3. Die pelagische und die Tiefsee-Fauna der zwei Savoyerseen: lac du Bourget et lac d'Annecy. Dat. 22. Oct. 1883. Zool. Anz. Nr. 155, p. 655.
4. Resultate meiner Studien über die pelagische Fauna kleinerer und grösserer Süsswasserbecken der Schweiz. Habilitationsschrift. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. 40. Heft I, p. 154.
5. Weitere Mittheilung über die pelagische Fauna der

Süsswasserbecken. Dat. 1. März 1884, Zool. Anz. Nr. 169, p. 321.

6. Nouveaux membres de la faune pélagique. Jahresvers. d. schweiz. naturf. Gesellsch. in Luzern. Archives de sc. phys. et nat. Nov.-Dec. 1884.
7. Weitere Mittheilung über die pelagische und Tiefsee-Fauna der Süsswasserbecken. Dat. 20. Dec. 1884. Zool. Anz. 190, p. 160.
8. Faunistische Studien in achtzehn kleineren und grösseren österreichischen Süsswasserbecken. Sitzungsberichte der kais. Academie der Wissenschaften in Wien. I. Abth. Aprilheft 1885.
9. Notiz bezüglich der Difflugia cratera Leidy. Dat. 7. März 1885. Zool. Anz. Nr. 195, p. 293.
10. Die Rotatorien als Mitglieder der pelagischen und Tiefsee-Fauna der Süsswasserbecken. Dat. 8. April 1885. Zool. Anz. Nr. 196, p. 322.
11. Ueber die blassen Kolben an den vorderen Antennen der Süsswassercalaniden. Dat. 30. April 1885. Zool. Anz. Nr. 197, p. 353.
12. Notiz bezüglich der Verbreitung der Turbellarien in der Tiefsee-Fauna der Süsswasserbecken. Dat. 21. Juni 1885. Zool. Anz. Nr. 200, p. 434.
13. Faune profonde et pélagique de divers lacs de la Suisse. Jahresv. d. schw. naturf. Ges. in Locle. Archives d. sc. phys. et nat. Sept. 1885.
14. Ueber die pelagische und Tiefsee-Fauna einer grösseren Zahl oberbayerischer Seen und Vorweisung neuer Apparate zur Erforschung dieser Faunen. — Ueber pelagische Thiere aus der Ostsee und deren Verwandtschaft mit Süsswasserbewohnern. — Ueber die Herkunft der Thierwelt der Süsswasserbecken.

Tagblatt der 58. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Strassburg. 18.—23. Sept. 1885, p. 393, 403—404.

15. Pelagische Thiere aus Süsswasserbecken in Elsass-Lothringen. Dat. 31. Oct. Zool. Anz. Nr. 211, p. 720.

Bis zum heutigen Tage sammelte ich Material in 90 Süsswasserbecken, von denen 40 ganz oder zum Theil der Schweiz angehören. Luganersee, Langensee, Genfersee, lac des Brenets und Bodensee liegen an der Grenze. Die übrigen 50 Seen vertheilen sich folgendermassen: Frankreich 4, Oberitalien 7, Oesterreich 18 und Deutschland 21.

Heute möchte ich mir erlauben, unsere Kenntnisse über die pelagische und die Tiefsee-Fauna einiger südlich der Alpen gelegener Seen zu erweitern.

Die ersten ausgedehnteren Untersuchungen über diese Thierwelt wurden von Pavesi (pelagische Fauna) angestellt. Dann haben auch Weissmann, Maggi (Cilioflagellata) und Asper (besonders über die Tiefsee-Fauna) Beiträge auf diesem Gebiete geliefert. Gegen Ende 1883 erschien von Pavesi eine Abhandlung: Altra serie di ricerche e studii sulla fauna pelagica dei laghi italiani, welche die erste Zusammenfassung unserer gesammten Kenntnisse über die pelagische Fauna der Süsswasserbecken enthält.

Im Juli 1883 untersuchte ich selbst den Langensee, Luganersee, Comersee und Gardasee. Die gewonnenen Resultate veröffentlichte ich z. Th. (nämlich nur über die pelagische Fauna) im zool. Anz. Nr. 169. Im October d. J. setzte ich diese Bearbeitung fort und besuchte ausser diesen 4 Seen noch 5 neue, über deren Fauna wir bis dahin nur die Ergebnisse der von Pavesi gesammelten Materialien über deren pelagische Fauna besitzen. Es

sind die folgenden: Annone, Pusiano, Comabbio, Monate und Varese, alle in der Provinz Como gelegen.

Im Flussgebiet des Po, wohin alle diese 9 Seen gehören, habe ich bis jetzt nur noch einen See untersucht, den Lej Cavloccio im Ober-Engadin in der Nähe von Maloja (1908 M. ü. M. = 6359 Pariser Fuss) und zwar zweimal, am 22. August und 30. December 1883.

In meiner umfassenden Bearbeitung des gesammten Materiales aus den 90 Süsswasserbecken werde ich, wie ich es schon in meinen der Academie der Wissenschaften in Wien unterbreiteten Resultaten aus den 18 österreichischen Seen gethan habe, die Seen nach Flussgebieten anordnen. Diese Gruppirung wähle ich desswegen, weil die Seen eines Flussgebietes durch ihre Abflüsse in directem Zusammenhange stehen und meine früheren Untersuchungen gezeigt haben, dass durch den Abfluss eines Sees stets und besonders bei Nacht die Mitglieder (die Kleinen wie die Grossen) stromab entführt werden und auf diese Weise ein natürlicher Transport jahraus jahrein fortdauert. Ein diesbezüglicher Passus findet sich in meiner ersten Publication über die oberitalienischen Seen vom 1. März 1884 datirt.

Ich benutze daher hier die Gelegenheit, die im Lej Cavloccio erzielten Resultate bekannt zu geben.

A. Pelagische Fauna:

Vermes: Rotatoria: Conochilus volvox Ehrbg.
Anuraea longispina Kellicott.

Arthropoda: Cladocera: Bosmina spec.
Copepoda: Cyclops spec.

B. Tiefsee-Fauna:

Protozoa: Rhizopoda: Amoeba radiosa.
Difflugia pyriformis.
Euglypha alveolata.

Protozoa: Heliozoa: Actinosphaerium Eichhornii.
Ciliata: Vorticella spec. (auf Fredericella).
Epistylis spec.
Lagenophrys ampulla Stein } auf Cypris.
Vermes: Turbellaria: Mesostomum rostratum Dujès.
Arthropoda: Ostrakoda: Cypris spec.
Copepoda: Cyclops spec.
Molluscoidea: Bryozoa: Fredericella.

Zu dieser Liste habe ich zu bemerken, dass die Individuenzahl beider Faunen sowohl im August als im December unter einer doppelten Eisdecke, eine ganz bedeutende war. Auffallend zahlreich erwiesen sich in der pelagischen Fauna die Bosmina und die Anuraea longispina. In der Tiefsee-Fauna fiel das Vorkommen von Bryozoencolonien (Fredericella) auf, die auch hier, wie Asper aus dem Silvaplaner- resp. Campfèrsee gemeldet hatte, sich in üppiger Weise entwickeln.

Ich gehe nun über zu den neuen Resultaten aus den südlich der Alpen gelegenen Seen. Den Schluss der Sommerferien verwendete ich nämlich dazu, um mit meinem neuen verschliessbaren pelagischen Netz Materialien zu sammeln und bei dieser Gelegenheit die Zahl der bisher untersuchten Seen in Italien zu vermehren, um ein grösseres Vergleichungs-Material zu gewinnen. So arbeitete ich mit dem neuen pelagischen Netz am 6. October im Thunersee, am 7. Oct. im Brienzersee, am 10. im Langensee und am 17. im Comersee.

Die folgende Tabelle gibt vorerst eine Uebersicht über die von Pavesi, Weissmann, Maggi und Asper gefundenen Mitglieder der pelagischen Fauna der oben genannten 9 Seen.

	Gardasee	Comersee	Luganer-See	Langen-See	Annone	Pusiano	Comabbio	Monate	Varese
	11.	10.	14.	11.	13.	6.	2.	2.	4.
Protozoa: Dinoflagellata: Ceratium furca Cl. u. Lchm.	·	·	·	·	×	·	·	·	·
Ceratium longicorne Perty	·	×	×(?)	×	×	×	·	·	·
Peridinium tabulatum	·	·	·	·	·	·	·	·	×
Arthropoda: Cladocera: Sida crystallina	·	·	×	×	·	·	·	·	·
Daphnella brachyura	×	×	×	×	×	·	·	·	·
Daphnia pulex	·	·	·	·	×	×	·	·	·
„ longispina	·	·	·	·	×	·	×	×	·
„ hyalina	·	×	×	×	×	·	×	·	·
„ cristata	·	×	×	×	·	·	·	·	·
„ galeata	×	×	×	×	·	·	·	·	×
„ Kahlbergensis	×	·	×	·	·	·	·	·	×
Ceriodaphnia quadrangula	·	·	·	·	×	·	·	·	·
Bosmina longirostris	·	·	·	·	×	·	·	·	·
„ longispina	·	×	×	×	×	×	×	×	×
„ longicornis	×	×	·	×	×	×	×	×	·
Bythotrephes longimanus	×	×	×	·	×	·	·	·	·
Leptodora hyalina	×	×	×	×	×	·	·	·	·
Ostrakoda: Cypris ovum	·	×	×	×	×	·	·	·	·
Copepoda: Diaptomus castor	×	×	×	×	·	·	·	·	·
„ gracilis	×	×	×	×	·	·	·	·	·
Cyclops signatus	×(?)	×(?)	·	·	·	·	·	·	·
„ serrulatus	·	·	×	·	×	×	·	·	·
„ tenuicornis	·	·	×	×	×	·	·	·	·
„ brevicornis	·	×	·	×	×	×	·	·	·
„ minutus	×	·	×	·	×	×	·	·	·
Argulus foliaceus	×	·	×	·	×	·	·	·	·
Acarina: Atax crassipes	·	·	·	·	·	·	·	·	·

Diese Liste enthält 27 Arten: 3 Dinoflagellata, 14 Cladocera, 1 Ostrakoda, 8 Copepoda und 1 Acarina (Hydrachnide).

Die zweite Tabelle gibt den Ueberblick meiner im Juli 1883 erzielten neuen Resultate in den 4 ersten Seen (vid. Zool. Anzeiger 169, p. 325).

	Gardasee	Comersee	Luganersee	Langensee
Protozoa: Flagellata: Dinobryon divergens Imh.	×	.	×	.
Dinoflagellata: Ceratium hirundinella Müller	×	.	.	.
Vermes: Rotatoria: Conochilus volvox Ehrbg. .	.	×	.	.
Polyarthra platyptera „ .	.	.	.	×
Anuraea cochlearis Gosse .	.	.	.	×
„ longispina Kellic. .	.	×	×	×
Asplanchna helvetica Imh. .	×	.	.	×
Arthropoda: Cladocera: Daphnia spec.	.	×	.	.
Bythotrephes longim. Leyd.	.	.	.	×
Copepoda: Heterocope spec. . . .	.	×	×	.

Die Zahl der in diesen 9 Seen gefundenen Species ist somit von 27 auf 36 angewachsen.

Meine im October 1885 auf diesem Gebiete fortgesetzten Studien liefern folgende neue Materialien.

Das am 16. October Morgens von 7—9 Uhr im Gardasee gesammelte Material ergab als neuen Aufenthalter in der pelagischen Fauna eine Vorticella auf den Colonien von Dinobryon divergens befestigt. Ferner fischte ich die Anuraea longispina K. in zahlreichen Exemplaren und eine zweite Bosminaspecies.

Im Comersee nahm ich Untersuchungen an verschiedenen Tagen und an verschiedenen Orten vor: Am Samstag den 17. October zwischen Torrigia und Brienno; hier ist der See am tiefsten, nämlich 414 Meter und zu-

gleich auch am schmälsten, circa 500 Meter breit. Ferner am 20. October Mittags 1 Uhr bei Lecco; an demselben Tage und an demselben Orte Abends um 8½ Uhr; am 21. Morgens circa 5 Uhr bei Lierna, circa um 6 Uhr mitten im See zwischen Bellaggio und Cadenabbia. Auch aus diesem See kann ich unser bisheriges Verzeichniss der Mitglieder der pelagischen Fauna um einige Formen erweitern. Eine Flagellatencolonie, die ich zuerst in österreichischen Seen entdeckt und als Dinobryon elongatum bezeichnet habe, 2 Dinoflagellaten (Ceratien); von Infusorien eine Vorticella und eine Acineta auf Fragillarienketten fixirt; eine neue Tintinnodea, die ich als Codonella acuminata benenne; von Entomostraken die Daphnia Kahlbergensis und 2 Copepoden, Diaptomus gracilis und ein Cyclops.

Das am 21. October im Luganersee zwischen Porlezza und Lugano gefischte Material ergab wenig Neues: Eine Heliozoe und eine auf pelagischen Algen fixirte Vorticella.

Am 9. October untersuchte ich zwischen 4—5 Uhr den obern Theil des Langensees; am darauffolgenden Tag zwischen Stresa und Laveno, wo der See am breitesten ist. Als neue Mitglieder der pelagischen Fauna sind zu nennen: Dinobryon elongatum, eine Kragenmonade Salpingoeca auf pelagischen Pflanzen (Asterionella), eine Vorticella auf Fragillarien und Anabaena circinalis, eine Heliozoe Acanthocystis viridis wie im Luganersee und eine Codonella.

Ueber die pelagische Fauna der übrigen 5 Seen (meine Untersuchungen wurden in den laghi di Pusiano und Annone am 20. October und in den laghi di Comabbio, Monate und Varese am 18. October vorgenommen) besitzen wir bis jetzt nur die Resultate von Maggi (Cera-

tium longicorne Perty: Annone und Pusiano; Ceratium furca Clap. Lachm.: Annone; Peridinium tabulatum Schm. Varese) und Pavesi.

Lago di Annone.

Pavesi hatte hier 11 Species gefunden, denen ich 5 Rotatorien als neue Aufenthalter anschliessen kann: Polyarthra platyptera, Pedalion mira, Anuraea cochlearis, An. longispina und Asplanchna helvetica.

Lago di Pusiano.

Aus diesem See nannte Pavesi 6 Species. Meine Untersuchungen ergeben weitere 10 Mitglieder dieser Thierwelt: 1 Flagellate, 1 Dinoflagellate, 6 Rotatorien und 2 Cladoceren: Dinobryon divergens, Peridinium spec., Synchaeta pectinata, Polyarthra platyptera, Pol. trigla, Anuraea cochlearis, An. longispina, Asplanchna helvetica, Daphnella brachyura, Daphnia spec.

Lago di Comabbio.

Zum ersten und einzigen Male wurde dieser kleine See von Pavesi am 18. September 1879 auf die pelagische Fauna geprüft. Er fand nur 2 Cladoceren: Daphnia hyalina und Leptodora hyalina. Das Ergebniss meiner Untersuchung vom 18. October ist ein verhältnissmässig dürftiges. Dicht unter der Oberfläche sammelte das pelagische Netz Vormittags 11 Uhr bei Sonnenschein auffallend viele pflanzliche Gebilde, so besonders zahlreiche Fragillarien, Micrasterias und Fadenalgen. Von thierischen Organismen zeigten sich ein Ceratium, eine Heliozoe, Rhaphidiophrys pallida, Daphnella brachyura, junge Exemplare einer Daphnia und zahlreiche Copepodenlarven. Die Resultate aus tieferen Wasserschichten ergaben geschlechtsreife Individuen der Daphnia, Fragmente einer Bosmina und aus den Genera Cyclops und Diaptomus je eine Art.

Lago di Monate.

Auch dieser kleine See ist nur einmal auf die pelagische Fauna ebenfalls von Pavesi am 18. September 1879 untersucht worden. Bloss zwei Arten werden von ihm genannt: Daphnia hyalina und Leptodora hyalina. Der Inhalt des pelagischen Netzes vom 18. October von der Oberfläche Mittags 2¼ Uhr bei Sonnenschein liess zahlreiche pflanzliche Gebilde, von denen besonders eine sehr lange Fäden bildende Alge auffallend war, erkennen. Auf derselben waren zahlreiche Vorticellen mit einem ganz kurzen Stiel, der sich nicht in Spiralen zusammenschnellen kann, befestigt. Eine Ceratiumspecies, eine Rotatorie, eine Bosmina und eine kleine Cyclopsart bildeten die Vorkommnisse dicht unter der Oberfläche. Die Rotatorie bewohnt ein durchsichtiges gallertartiges Gehäuse von ovaler Gestalt. Sie gehört höchst wahrscheinlich in das Genus Floscularia.

Lago die Varese.

In diesem See erzielte ich ein ausserordentliches, zum Theil sehr interessantes Ergebniss. Die grösseren Mitglieder der pelagischen Fauna waren nämlich wenig zahlreich, um so reicher war der Fang an kleinen und kleinsten mikroskopischen Thieren. Pavesi hatte diesen See ebenfalls nur einmal untersucht und nur zwei Thierformen angetroffen: Daphnia galeata und Leptodora hyalina. Meine am 18. October gesammelten Materialien liessen bisher 19 Thierformen auffinden: 2 Heliozoen, 5 Flagellaten, 2 Dinoflagellaten, 6 Rotatorien, 2 Cladoceren und 2 Copepoden. Direct unter der Oberfläche fischte ich bei Sonnenschein Nachmittags 3½—4 Uhr folgende Arten: Acanthocystis viridis, Rhaphidiophrys pallida, Dinobryon divergens, D. elongatum, D. petiolatum, Ceratium hirundinella, Polyarthra platyptera, Pol. latiremis, Anuraea cochlearis, An. longispina, Asplanchna helvetica,

Daphnella brachyura, Bosmina spec., Cyclops spec. und Diaptomus spec. Aus tieferen Wasserschichten sind diesen 15 Arten noch anzureihen: Mallomonas Ploesslii, Dinobryon sociale, Peridinium spec., Pedalion mira. Ich füge hier bei, dass das Verzeichniss aus dieser Localität noch nicht abgeschlossen ist. Alle die genannten Species waren in bedeutender Individuenzahl vorhanden und ganz besonders das Ceratium. Ich besitze mikroskopische Präparate mit 12 mm. Deckgläschen, in denen über hundert Exemplare enthalten sind. Ein ähnliches massenhaftes Vorkommen des Ceratiums findet sich in meinem Tagebuche unter dem 25. Juni 1885 aus dem Zürichsee notirt. Während ich das an der Oberfläche bei Sonnenschein gefischte Material conservirte und einer vorläufigen Prüfung unterzog, liess ich mein Netz trocknen. Wie ich dasselbe wieder verwenden wollte, zeigten sich fast alle Maschen verstopft. Mit einem Scalpell schabte ich den Ueberzug ab und die mikroskopische Prüfung liess unzählige Panzer von Ceratium erkennen. An demselben Tage traf ich auch eine ziemlich weit ausgedehnte Fläche, die milchig aussah. Durch blosses Schöpfen mit einem Glascylinder erhielt ich an dieser Stelle unglaubliche Mengen der zierlichen Kugeln von Conochilus volvox.

An dieser Stelle möchte ich mir erlauben, die italienischen Erforscher der mikroskopischen Fauna auf die weit ausgedehnten südlich vom Lago di Varese gelegenen Torfmoore aufmerksam zu machen, die jedenfalls ein reiches mikroskopisches Thierleben beherbergen werden; meine Mittel und meine Zeit waren leider zu kurz gemessen, um auch hier Untersuchungen vorzunehmen.

Die folgende Tabelle gibt nun eine Zusammenstellung dieser im October in den grösstentheils zu Italien gehörenden Süsswasserbecken erzielten Resultate.

		Gardasee	Comersee	Luganersee	Langensee	Annone	Pusiano	Comabbio	Monate	Varese
Protozoa: Heliozoa:	Acanthocystis viridis	.	.	×	×	.	.	.	.	×
	Rhaphidiophrys pallida	.	.	.	.	.	.	×	.	×
Flagellata:	Mallomonas Ploesslii Perty	.	.	.	.	.	.	.	.	×
	Dinobryon sociale Ehrbg.	.	.	.	.	.	.	.	.	×
	„ divergens Imh.	.	.	.	.	.	×	.	.	×
	„ elongatum „	.	×	.	×	.	.	.	.	×
	„ petiolatum Duj.	.	.	.	.	.	.	.	.	×
Dinoflagellata:	Ceratium hirundinella Müller A.	.	×	.	×	×	×	×	×	×
	„ „ „ B.	.	×	.	×	.	.	.	.	.
	Peridinium	.	.	.	.	.	×	.	.	×
Ciliata:	Vorticella	×	×	×	×	.	.	.	×	.
Tintinnodea:	Codonella acuminata Imh.	.	×	.	.	.	.	.	.	.
	„ cratera Leidy	.	.	.	×	.	.	.	.	.
Suctoria:	Acineta	.	×	.	.	.	.	.	.	.
Vermes: Rotatoria:	Synchaeta pectinata Ehrbg.	.	.	.	.	.	×	.	.	.
	Floscularia spec.	.	.	.	.	.	.	.	×	.
	Polyarthra platyptera Ehrbg.	.	×	.	.	×	×	.	.	×
	„ trigla „	.	.	.	.	.	×	.	.	.
	„ latiremis Imh.	.	.	.	.	.	.	.	.	×
	Pedalion mira Hudson	.	.	.	.	×	.	.	.	×
	Anuraea cochlearis Gosse	.	×	.	.	×	×	.	.	×
	„ longispina Kellic.	×	.	.	.	×	×	.	×	×
	Asplanchna helvetica Imh.	.	×	.	.	×	×	.	.	×
Arthropoda: Cladocera:	Daphnella brachyura Liév.	.	.	.	.	.	×	×	×	×
	Daphnia spec.	.	.	.	.	.	×	.	.	.
	Daphnia Kahlbergensis Sch.	.	×	.	.	.	.	.	.	.
	Bosmina spec.	×	.	.	.	.	.	×	×	×
Copepoda:	Cyclops spec.	.	×	.	.	.	.	×	×	×
	Diaptomus gracilis	.	×	.	.	.	.	.	.	.
	Diaptomus spec.	.	.	.	.	.	.	×	×	×

In dieser Uebersicht begegnen wir 17 Thierspecies, die für diese 9 Seen als neue Mitglieder zu bezeichnen sind. Die Zahl der im Gebiete der pelagischen Fauna dieser 9 Seen nunmehr bekannt gewordenen Thierformen beläuft sich somit auf 53.

Ich knüpfe an diese Tabelle einige Bemerkungen.

In meiner Mittheilung über Heliozoen in der zoologischen Section in Locle erwähnte ich das Vorkommen einer Acanthocystis in der pelagischen Fauna. Im Zürichsee finde ich dieselbe regelmässig, es ist Ac. viridis, wie in den drei oberitalienischen Seen. Auch in anderen Schweizerseen begegnete ich derselben Species. — Rhaphidiophrys pallida, die ich bisher nur in der Tiefsee-Fauna angetroffen hatte, kommt also auch im Gebiete der pelagischen Fauna vor, doch wie es scheint, nur in weniger tiefen Seen. Ich hebe diesen Umstand hervor, um in späteren Publicationen darauf zurückzukommen.

Auch das Genus Mallomonas Perty kannte ich bis zu dem vergangenen Sommer nur aus der Tiefsee-Fauna, fischte dasselbe aber seither regelmässig in der pelagischen Fauna. Die früher aus dem Zürich- und Vierwaldtstättersee angeführte Species ist nicht Ploesslii, sie ist neu.

Das colonienbildende Flagellaten-Genus Dinobryon und besonders das D. divergens scheint eine weite geographische Verbreitung in der pelagischen Fauna zu haben. Von besonderem Interesse dürfte das Auffinden des D. petiolatum Duj. im Lago di Varese sein. Die hier gesammelten Colonien stimmen vollständig mit der Beschreibung und Abbildung in der Histoire naturelle des Zoophytes, Infusoires (p. 322, Taf. I) überein, so dass sich meine Vermuthung*): «que l'identification, tentée par

*) Archives des sciences physiques et naturelles, Genève, Nov. bis Dec. 1884, p. 103.

Kent. du Din. petiolatum Duj. avec le Poteriodendron petiolatum Stein, n'est pas juste», bestätigt hat.

Dinoflagellata. Die mit den längeren Hörnern ausgestatteten Ceratien habe ich in meinen späteren Publicationen seit dem Erscheinen meiner Habilitationsschrift unter der Bezeichnung Ceratium hirundinella O. Fr. Müller aufgeführt. Demnächst aber werde ich zeigen, dass ich die Ansicht Bütschli's, dass alle im Süsswasser bisher gefundenen Ceratien (mit Ausnahme des C. cornutum Ehrbg.) blosse Variationen dieser Müller'schen Species seien, nicht bestätigen kann. Dann sei hier erwähnt, dass ich immerhin, weder in den Seen des Salzkammergutes noch in oberitalienischen Seen ein Ceratium gefunden habe, das als C. furca Clap. Lachm. zu bestimmen wäre. Ausserdem möge hier die Mittheilung Platz finden, dass es mir zu wiederholten Malen gelungen ist, die Existenz von 2 Flagellen als einzigen Locomotionsorganen festzustellen; dass der Panzer dieser Süsswasser-Ceratien ebenfalls aus Platten zusammengesetzt ist und endlich, dass ich schon im Sommer 1883 Vermehrung durch schiefe Quertheilung angetroffen habe und von solchen in Theilung begriffenen Dinoflagellaten Dauerpräparate besitze.

Tintinnodea. Kurze Zeit nach meiner Notiz über Difflugia cratera Leidy, erschien die Bestätigung meiner Beobachtung, dass nämlich die Leidy'schen Schalen nicht einem Rhizopoden, sondern einer Süsswasser-Tintinnode angehören, durch Entz. Es sind somit bisher zwei Species des Genus Codonella im Süsswasser gefunden worden: C. cratera Leidy = C. lacustris Entz und meine Codonella aus dem Zürich- und Vierwaldstättersee. Codonella cratera fand ich seither noch im Mittersheimerweiher in Elsass-Loth-

ringen und im Langensee. Im Comersee entdeckte ich eine neue Art, der ich die Bezeichnung acuminata gegeben habe. Das Gehäuse dieser Species besteht aus 3 Abschnitten, dem vordersten wie bei C. cratera geringelt, dem mittleren grösseren Theil als eigentlichem Wohnfach, und dem hinteren kegelförmig ausgezogenen Endstück. Diese Art zeigte sich in der pelagischen Fauna sowohl im Arme von Lecco als in dem von Como.

Rotatoria. Im Verlaufe meiner fortgesetzten Studien über die pelagische Fauna hat es sich herausgestellt, dass eine ziemlich beträchtliche Zahl von Rotatorien in dieser Thierwelt der Süsswasserbecken vorkommt. Sie sind alle gute Schwimmer und z. Th. mit äusseren Anhängen, Rudern und Flossen, ausgestattete Formen, die sich auch sprungweise zu bewegen im Stande sind. Aus dieser Gruppe hatte Schmarda in den Natronteichen bei El Kab in Aegypten im März 1853 eine ganz eigenthümliche Form, die Hexarthra polyptera, entdeckt. Seither fand Hudson bei London ein Thierchen, das ebenfalls mit gefiederten Borsten versehene, bewegliche Anhänge besitzt, Pedalion mira. Deby glaubte dann diese Hudson'sche Art mit Hexarthra polyptera identificiren zu dürfen, wogegen aber Hudson eine dieses Vorgehen zurückweisende Notiz publicirte. In der Abhandlung von Eckstein über die Rotatorien der Umgebung von Giessen finden wir die Identification beim Genus Polyarthra aufgenommen. Einstweilen möchte ich diesbezüglich nur hervorheben, dass die Polyarthra von Schmarda $^1/_4'''$ = 0,833 mm. misst, während Pedalion mira Hudson bloss 0,233 mm. an Körperlänge aufweist. Meine Exemplare aus den laghi di Annone und di Varese stimmen mit Hudson's P. mira überein. In neuerer Zeit ist das Vorkommen einer dieser

beiden Formen [Hexarthra polyptera (?)] von Entz bei Budapest gemeldet worden. Die Arbeit von Barrois, l'embryogenie du genre Pedalion, war mir noch nicht zugänglich.

Cladocera. Aus der Abtheilung der Cladoceren erweisen sich die Arten des Genus Bosmina von grosser Wichtigkeit für die von mir in Strassburg vorläufig skizzirte Theorie über die Herkunft der Fauna unserer Süsswasserbecken (hauptsächlich der nördlich der Alpen gelegenen). Ich werde demnächst in der Lage sein, mich in dieser Richtung eingehender auszusprechen.

Ich reihe hier einige Resultate über die Tiefsee-Fauna der oberitalienischen Seen an.

Aus 349 Meter Tiefe erhielt ich im Langensee zwischen Stresa und Laveno folgende Protozoen und Rotatorien:

Protozoa: Rhizopoda: Difflugia pyriformis Perty.
Nebela globulosa Imh.
Euglypha alveolata Duj.
Cyphoderia ampulla Ehrbg.
Trinema acinus Duj.
Heliozoa: Acanthocystis turfacea Carter.
Dinoflagellata: Ceratium hirundinella O. Fr. Müller.
Tintinnodea: Codonella cratera Leidy (leere Gehäuse).
Vermes: Rotatoria: Philodina aculeata Ehrenberg.
Euchlanis lynceus »
Colurus caudatus »

Ausser diesen genannten Arten fand ich hier noch einige Cladoceren, Lynceiden.

Euchlanis lynceus unter den Räderthierchen scheint seit der einmaligen Beobachtung am 14. Juni 1834 bei Berlin durch seinen Entdecker von keinem der zahlreichen

Rotatorienforscher gesehen worden zu sein. Die Gestalt des Panzers ist ganz charakteristisch, wie Ehrenberg schon hervorgehoben hat, indem dieselbe einer zweiklappigen Schale, «unten der Länge nach klaffend», ähnlich sieht. Der Fuss tritt ungefähr in der Hälfte der Längsfurche aus und zeigt eine deutliche Querringelung, wie sie schon von Ehrenberg in der Zeichnung angedeutet ist. Meine Exemplare sowohl aus dem Wallersee (Salzburg) als aus dem Langensee stimmen miteinander überein und lassen ausser den deutlich hervortretenden Längsleisten des Panzers eine feine reticuläre Zeichnung erkennen, gerade wie bei Anuraea cochlearis.

Im Gardasee sammelte ich eine Anzahl von Mollusken aus 60 Meter Tiefe. Herr Clessin hat die Freundlichkeit die Bestimmung und die Beschreibung der neuen Formen zu übernehmen. Das Ergebniss ist:

Neritina intertexta Villa var.
Pyrgula annulata Mühlf.
Bythinia tentaculata L.
Pisidium Imhofi Clessin n. sp.
Valvata imbuta » n. sp.
Vivipara immersa » n. sp.

Bei dieser Gelegenheit demonstrire ich hier ein lebendes Exemplar des Palaemonetes varians aus diesem See. Schon im Jahre 1883 brachte ich im Juli ein lebendes Exemplar dieses Krebses nach Zürich und wies dasselbe in der zoologischen Section der Jahresversammlung der schweiz. naturf. Gesellschaft hier vor. Dieser Caride*)

*) Die folgenden Angaben entnehme ich dem Aufsatze von Prof. C. Heller: Zur näheren Kenntniss der in den süssen Gewässern des südlichen Europa vorkommenden Meerescrustaceen. Zeitschrift f. wiss. Zoolog. Bd. 19, 1869.

hat eine sehr weite Verbreitung in den süssen Gewässern des Mittelmeerbeckens und ist ausserdem eine wahre Meeresform, die noch jetzt in der Nord- und Ostsee vorgefunden wird. Dieser Krebs wurde zuerst von Leach als Palaemon varians beschrieben und auch von Bell in seinem Werke: British stalkeyed Crustacea, aufgeführt. Nach den Angaben dieser englischen Forscher findet sich das Thier in der Nordsee, hauptsächlich in den Einschnitten und Fiords längs der britischen Küste. Von Martens beschrieb dann den Palaemon lacustris = P. varians aus dem Albanosee. Lütken traf diesen Krebs in der Ostsee. Ferner kommt er im lago Trasimeno, in den Süsswassergruben der terra ferma von Venedig, namentlich bei Villanova unweit Padua, in Sümpfen in der Umgebung von Pavia vor. Von Siebold erhielt ihn aus dem Gardasee bei Riva. (Ich selbst fand ihn in demselben See im Juli 1883 unweit Desenzano und im October 1885 bei Salò.) Erber sammelte ihn in Dalmatien in Bächen, die der Narenta zufliessen und in Corfu. Steindachner brachte ihn aus dem Albuferasee in Spanien. Endlich wurde er auch an der afrikanischen Küste in Aegypten von Kotschy gesammelt.

(Demonstration der interessanteren mikroskopischen pelagischen Thiere).

II. Ueber mikroskopische pelagische Thiere aus den Lagunen von Venedig.

Bei Anlass meines erneuten Besuches an den oberitalienischen Seen nahm ich auch Untersuchungen über mikroskopische Bewohner der Lagunen von Venedig am

12.—14. October vor. So weit mir die Literatur bekannt ist, scheinen, mit Ausnahme der Angabe von Schmarda über das Vorkommen des Peridinium adriaticum, bis jetzt noch keine Kenntnisse über Dinoflagellaten und Tintinnodeen, welche beiden Abtheilungen ich vorher specieller berücksichtigt habe, aus dieser Localität vorzuliegen. Trotz der ungünstigen Jahreszeit und trotz besonders ungünstiger Witterungsverhältnisse während dieser 3 Tage fischte ich mit dem pelagischen Netze im Canale grande, Porto di Lido und Porto di Chioggia eine ansehnliche Zahl pelagischer Thiere.

Ausser Vertretern der genannten zwei Thiergruppen zeigten sich zahlreiche Larven von Tunicaten und Mollusken, Hydrachniden, zahlreiche Copepoden (keine Cladoceren), Larven von Echinodermen, zahlreiche Sagitten, wenige Radiolarien und Noctiluken.

Die sofort vorgenommene mikroskopische Prüfung der am 12. Vormittags zwischen S. Elena und S. Servolo gemachten Ausbeute erfüllte meinen Wunsch, marine Ceratien und besonders Exemplare von C. furca in grösserer Zahl zu finden, da diese Art in Bezug auf die pelagischen Ceratien der Süsswasserbecken für mich von besonderem Interesse ist. Es hat sich mir dann auch die Ansicht aufgedrängt, dass man in Bezug auf die Variabilität und Inconstanz der Dinoflagellatenspecies etwas zu weit geht, besonders da ja unsere bisherigen Kenntnisse über die charakteristischen Kennzeichen dieser Organismen noch ziemlich geringe sein dürften.

Aus dieser Gruppe der Dinoflagellaten habe ich folgende Aufenthalter in den Lagunen zu nennen:

Goniodoma acuminatum Stein.

Dinophysis homunculus Stein.

Peridinium Michaelis Ehrenberg.
» divergens »

Aus dem Genus Ceratium lernte ich hier mehrere Formen kennen, die ich einstweilen als gute Arten ansehe. Da mir wahrscheinlich demnächst auch auf diesem Gebiete ein ausgedehnteres Material zur Verfügung stehen wird, so werde ich auf diesen Punkt später wieder zurückkommen können.

Von den bisher unter der Bezeichnung Ceratium furca bekannt gewordenen Gestalten fand ich zwei. Nämlich C. furca von Stein auf Taf. XV, Fig. 7—9 abgebildet und C. furca var. contorta Pouchet = C. dilatatum Gourret.

Von Formen, die als Varietäten des C. tripos aufgefasst werden könnten, habe ich zu nennen: C. hexacanthum Gourret. Die 7 Dornen dürften wohl nicht isolirte Vorsprünge, sondern durch eine allerdings nicht leicht zu erkennende Lamelle mit einander verbunden sein, wie Stein auf Taf. XVI, Fig. 10 an einem Bruchstücke einer Form aus dem atlantischen Meer abbildet. Ferner C. tripos, vollkommen den von Ehrenberg in seinem Infusorienwerk auf Taf. XXII, Fig. XVIII 1 und 3 gegebenen Abbildungen entsprechend. Ausser diesen 2 Arten zeigten sich noch zwei weitere Formen — davon später.

Auch das C. fusus war durch mehrere Gestalten vertreten, auch hierüber behalte ich mir eine spätere Mittheilung vor.

Ich habe schliesslich über das Vorkommen der angeführten Dinoflagellaten in den Lagunen von Venedig zu bemerken, dass mit Ausnahme der vier zuerst genannten Species alle ungefähr gleich zahlreich und häufig angetroffen wurden.

Die zweite Gruppe von pelagischen Thieren, Tintin-

nodea, war in den Lagunen durch 4 Species repräsentirt. Drei Species aus der Gattung Codonella:

C. campanula Ehrenberg,

C. ventricosa Clap. u. Lach.;

die venetianischen Exemplare dieser Art erreichen die Dimensionen der neapolitanischen (vide Entz), während die von Fol bei Villafranca zahlreich gefundenen eine bedeutere Grösse besitzen. Die dritte Art dürfte neu sein, ich nenne sie C. radix. Das mit Fremdkörpern incrustirte Gehäuse zeigt die Gestalt einer Pfahlwurzel von einer Länge bis zu 0,480 mm. Die vordere Hälfte ist beinahe cylindrisch von 0,048 mm. Quermesser, während die hintere Hälfte sich in einen spitzen Kegel auszieht. Die genannten drei Arten waren an Individuen sehr zahlreich. Die vierte seltenere Form aus dieser Thiergruppe ist die zierliche Dictyocysta templum Haeckel, mit der Abweichung von den in neuerer Zeit beschriebenen, dass der Aufsatz des Gehäuses zwei Kränze von Oeffnungen besitzt, gerade wie Heinrich Müller*) im Jahre 1841 eine Abbildung lieferte.

Alle die genannten Vertreter aus diesen zwei Thiergruppen fischte ich auch im Canale grande zwischen dem Ponte di Rialto und der Eisenbahnstation, aber hier spärlicher als beim Porto di Lido und Porto di Chioggia.

(Mikroskopische Demonstration dieser Thierformen.)

---

*) Ueber den Bau des Pentacrinus caput Medusae. Abhandlungen der Academie der Wissenschaften zu Berlin.

Ueber die Büschel gleichseitiger Hyperbeln, den Feuerbach'schen Kreis und die Steiner'sche Hypcycloide

von

Prof. W. Fiedler.

In Gergonne's Annalen von 1821 behandelten die Geometer Brianchon und Poncelet zuerst die gleichseitige Hyperbel nach ihrer Construction aus vier Elementen und gaben dabei unter vielen anderen neuen Ergebnissen den Satz: Die gleichseitigen Hyperbeln, welche durch die Ecken E_1, E_2, E_3 eines Dreiecks gehen, haben den Kreis durch die Mitten M_1, M_2, M_3 der Seiten $E_2 E_3$, .. desselben zum Ort ihrer Mittelpunkte. Sie bemerkten auch, dass alle diese Hyperbeln durch den Schnittpunkt H der Höhenperpendikel $E_1 H_1$, $E_2 H_2$, $E_3 H_3$ des Dreiecks gehen, woraus sich sofort folgern lässt, dass jener Ortskreis die Mitten M_1^*, M_2^*, M_3^* der Strecken $E_1 H$, $E_2 H$, $E_3 H$ enthalten muss. Und da eine Seite des Dreiecks und das von der Gegenecke ausgehende Höhenperpendikel eine specielle dem System angehörige gleichseitige Hyperbel bilden, deren Mittelpunkt der bezügliche Höhenfusspunkt ist, so geht derselbe Kreis auch durch die Höhenfusspunkte H_1, H_2, H_3. Nach den neun Punkten, die man so von ihm kennt, hat man ihn später den Neunpunktekreis genannt. Es ist klar, dass mit seiner Hilfe die Construction der durch vier Punkte 1, 2, 3, 4 gehenden gleichseitigen Hyperbel geleistet werden kann, da man aus den Kreisen für die Dreiecke 123, 124 z. B. den

Mittelpunkt und durch ihn neue Punkte der Hyperbel findet; und dies ist die Art seiner Verwendung bei Brianchon-Poncelet. Ihre Abhandlung ist 1828 und 1843 durch Bobillier und resp. Seydewitz ergänzt und revidirt worden, ohne dass dabei die methodische Stellung des Satzes anders bestimmt worden wäre.

Unabhängig und fast gleichzeitig mit Brianchon-Poncelet bewies in seinem Buche vom geradlinigen Dreieck 1822 Feuerbach von demselben Kreise den merkwürdigen Satz, dass er die vier Kreise berührt, welche die drei Seiten des Dreiecks zu Tangenten haben, nämlich den eingeschriebenen umschliessend und die drei anderen ausschliessend; woraus in Verbindung mit dem vorigen sofort noch folgt, dass er auch die zwölf Kreise berührt, welche die Seiten der Dreiecke $E_1 E_2 H$, $E_2 E_3 H$, $E_3 E_1 H$ zu Tangenten haben.

J. Steiner, der sich auch schon vor 1828 mit diesem Kreise beschäftigte (vergl. Gergonne's Ann. Bd. 19), lehrte ihn als Specialform vom Mittelpunkt-Kegelschnitt der Kegelschnitte eines allgemeinen Büschels auffassen, und es ist in der That bemerkenswerth, wie vollständig er die Charaktere des allgemeinen Falles besitzt: Der Ort der Mittelpunkte der Kegelschnitte, welche durch vier Punkte gehen, ist ein Kegelschnitt, welcher die Diagonalpunkte ihres Vierecks — im Specialfalle die Höhenfusspunkte H_1, H_2, H_3 des Dreiecks — und die Mitten ihrer sechs geraden Verbindungsstrecken, die M_i, M_i^* des Specialfalles, enthält. Jedes Paar seiner conjugirten Durchmesser ist den Asymptoten einer im Büschel enthaltenen Hyperbel parallel und seine Axen insbesondere haben die Richtungen der Asymptoten der einzigen gleichseitigen Hyperbel, die durch die vier Punkte geht. Im Specialfalle ist die Rechtwinkligkeit

aller Paare conjugirter Durchmesser des Kreises der Ausdruck der besonderen Natur des Büschels von lauter rechtwinkligen oder gleichseitigen Hyperbeln. Selbst die Constructionsregel für den Mittelpunkt des Mittelpunkt-Kegelschnittes erscheint im Specialfall unverändert, wonach er der Durchschnittspunkt der drei geraden Linien ist, die die Mitten der drei Gegenseitenpaare des Vierecks verbinden. Und mit Wiederanknüpfung an den Ausgangspunkt bei Brianchon-Poncelet fügt Steiner 1856 in seiner Abhandlung über eine besondere Curve dritter Classe hinzu, dass die Enveloppe der Asymptoten der gleichseitigen Hyperbeln des Büschels eine Curve dritter Classe und vierter Ordnung mit zahlreichen merkwürdigen Eigenschaften ist, die dreispitzige Hypocycloide, die Enveloppe der Fusspunktlinien des Dreiecks in seinem umgeschriebenen Kreis. Das ist die Geschichte des Problems.

Ich habe bei anderer Gelegenheit gezeigt, wie alle diese Beziehungen durch den Grundgedanken meiner «Cyklographie», also auf einem Wege elementarer Construction, zusammengefasst werden können.

Ich will heute zeigen, dass ihre systematische Stellung in der projectivischen Theorie der Kegelschnitte sich ebenfalls leicht aus der Construction ableiten lässt und dass von da aus noch einige neue Ergebnisse erhalten werden.

Besonders veranlasst mich dazu der Hinblick auf die entsprechende Behandlung der Sache in Schröter's, auf Grund der Steiner'schen Vorlesungen und Manuscripte veröffentlichtem Werke «Theorie der Kegelschnitte, gestützt auf projectivische Eigenschaften», 2. Aufl., p. 233. Dort wird der Satz Brianchon-Poncelet's von 1820 mit Hilfe eines zuerst 1860 von Faure ausgesprochenen und von G. Salmon

sofort invarianten-theoretisch d. h. algebraisch-projectivisch begründeten Satzes bewiesen, der so lautet: Der Ortskreis der Scheitel der einem Kegelschnitt umgeschriebenen rechten Winkel wird von allen denjenigen Kreisen rechtwinklig geschnitten, welche Tripel harmonischer Pole des Kegelschnittes enthalten. Für die Kegelschnitte eines Büschels sind daher die sämmtlichen Ortskreise orthogonal zu dem Kreise, welcher ihrem gemeinsamen Tripel harmonischer Pole, dem Diagonaldreieck des Vierecks der Grundpunkte umgeschrieben ist. Für die gleichseitige Hyperbel reducirt sich dieser Ortskreis offenbar auf den Mittelpunkt, und der um das gemeinsame Tripel harmonischer Pole des Büschels von lauter gleichseitigen Hyperbeln oder das Diagonaldreieck $H_1 H_2 H_3$ von $E_1 E_2 E_3 H$ beschriebene Kreis muss, als zu allen diesen unendlich klein gewordenen Kreisen rechtwinklig, durch die Mittelpunkte sämmtlicher Hyperbeln hindurchgehen. Aber einerseits knüpft sich jener Kreis der Schnittpunkte rechtwinkliger Tangenten nicht an die Erzeugung des Kegelschnittes durch seine Punkte, sondern vielmehr an die Construction desselben durch seine Tangenten an; und anderseits involvirt der auf ihn gestützte Schluss keine Ausdehnung von der gleichseitigen Hyperbel auf beliebige Kegelschnitte eines Büschels, weil er für solche eben nicht der Mittelpunkt, sondern ein wirklicher Kreis ist. Und was die neun Punkte betrifft, so ergeben sich auf diesem Wege weder die Seitenmitten M_1, M_2, M_3, noch die Mitten der Höhenabschnitte M_1^*, . . als dem Mittelpunktsorte angehörig.

Die Methode der projectivischen Construction liefert aber einen völlig directen sehr einfachen Beweis.

Derselbe knüpft sich an die Construction des Kegel-

schnitte aus fünf Punkten und den an zweien von ihnen durch die übrigen bestimmten projectivischen Strahlenbüscheln. (Vergl. meine «Darstell. Geometrie», 3. Aufl., Bd. I, § 27.) Denn für T, T' als jene zwei und A, B, C als die drei übrigen Punkte, sowie a, b, c als die von T und a', b', c' als die von T' nach ihnen resp. gehenden Strahlen liefern die geraden Verbindungslinien der Punktepaare ab', $a'b$; bc', $b'c$; ca', $c'a$ einen Punkt, nach welchem auch die Tangenten des durch die fünf Punkte bestimmten Kegelschnittes in T, T' laufen. Insbesondere für T, T' als die unendlich fernen Punkte oder die Asymptotenrichtungen der Hyperbel ist er der Schnittpunkt ihrer Asymptoten oder ihr Mittelpunkt. Und wenn die Hyperbel durch die Punkte A, B, C rechtwinklig sein soll, so dass nur die eine ihrer Asymptotenrichtungen willkürlich gewählt werden kann, weil die andere damit bestimmt ist, so spricht sich diese Construction auch so aus: Man bildet mit A, B; B, C; C, A als Gegenecken drei Recktecke von den bestimmten Seitenrichtungen T, T'; die Verbindnngsgeraden der drei neuen Eckenpaare derselben schneiden sich im Mittelpunkt M der gleichseitigen Hyperbel $ABCTT'$. Es ist klar, dass diese drei Geraden sich mit der Veränderung der Richtung T und also T' um die Mitten C_1, A_1, B_1 der Strecken AB, BC, CA resp. drehen; zugleich aber fällt in die Augen, dass die neuen Eckenpaare dieser Rechtecke die über den Strecken AB, BC, CA als Durchmessern beschriebenen Kreise K_C, K_A, K_B durchlaufen. Und wenn wir noch die Relation von Peripherie- und Centri-Winkel über demselben Bogen eines Kreises in der Form aussprechen: Die Sehne eines Kreises dreht sich um ihren einen Endpunkt mit der Hälfte der Geschwindigkeit, welche der Radius ihres andern Endpunktes um den Mittelpunkt hat — so erkennen wir, dass die

Strahlenbüschel um C_1, A_1, B_1, welche durch den Schnitt ihrer entsprechenden Strahlen den Ort der Mittelpunkte M hervorbringen, gleiche entsprechende Winkel von einerlei Drehungssinn haben und dass somit dieser Ort der durch die Seitenmitten gehende Kreis ist.

Dass der Mittelpunktsort eines Kegelschnittbüschels überhaupt ein Kegelschnitt ist, der die Mitten der zwischen den Grundpunkten gelegenen Strecken enthält, kann man übrigens auf analoge Art direct aus der Construction mit Hilfe der durch das Viereck bestimmten Involution auf der unendlich fernen Geraden erweisen.

Dass unser Kreis auch durch die Höhenfusspunkte des Dreiecks geht, folgt nicht nur aus der schon angeführten Bemerkung, dass Seiten und Höhen die drei degenerirten Hyperbeln des Systems bilden, sondern auch direct daraus, dass die Höhenfusspunkte die zweiten Schnittpunkte der respectiven Kreispaare K_B, K_C; K_C, K_A; K_A, K_B sind. Die letzten drei Punkte liefert dann die Einsicht, dass alle dem Dreieck umgeschriebenen gleichseitigen Hyperbeln auch durch seinen Höhenschnittpunkt gehen — wovon nachher.

Unsere Entwickelung liefert zugleich die einem bestimmten Punkte M des gefundenen Ortskreises entsprechenden Asymptoten. Man zieht die von M ausgehenden Durchmesser der Kreise K_C, K_A, K_B und erhält in den Seiten der von ihren Endpunkten mit A, B; B, C; C, A resp. bestimmten Rechtecke Parallelen der fraglichen Asymptoten; natürlich genügt die Benutzung eines dieser Kreise. Augenscheinlich erhält man für die Seitenmitten als Mittelpunkte der Systemshyperbeln die Asymptoten resp. parallel den Halbirungslinien der Winkel an den entsprechenden Gegenecken des Dreiecks.

Weiteres erhält man nun aus einer ebenso einfachen neuen Construction der gleichseitigen Hyperbel durch vier beliebige Punkte A, B, C, D. (Vergl. «Darstell. Geom.», 3. Aufl., Bd. I, § 29,8.) Seien A, D die Scheitel der projectivischen Strahlenbüschel, welche dieselbe erzeugen, so sind diese Büschel durch die beiden Strahlenpaare AB, DB; AC, DC und durch die Forderung bestimmt, dass ihre Doppelstrahlen bei sich selbst paralleler Zusammenschiebung an ein Centrum zu einander rechtwinklig sein sollen. Denken wir das zweite Büschel parallel sich selbst nach A verschoben, so erhalten wir z. B. im Kreise K_c durch AB, AC die Punkte B', C' und durch die Parallelen aus A zu DB, DC die Punkte B'', C'' und der Schnittpunkt der Geraden $B'C''$, $B''C'$ ist nothwendig ein Punkt P der Geraden, welche aus K_c die Punkte ausschneidet, nach denen die Doppelstrahlen gehen; so dass, wenn diese zu einander rechtwinklig sein sollen, jene Gerade nur der durch den Punkt P gehende Durchmesser PC von K_c sein kann. In unserem Falle ist sein zweiter Schnittpunkt mit dem Ortskreise des Dreiecks ABC, welcher ja als ersten Schnittpunkt C_1 enthält, schon der Mittelpunkt der gewünschten Hyperbel und man erhält nach dem Vorigen zugleich ihre Asymptoten parallel den Doppelstrahlen.

Wenn der vierte Punkt D aber mit dem Höhenschnittpunkt H des Dreiecks der drei übrigen zusammenfällt, was zur Folge hat, dass jeder der vier Punkte der Höhenschnitt des Dreiecks der drei andern ist, so sind AB und die Parallele durch A zu HC und wiederum AC und die Parallele durch A zu BH rechtwinklig zu einander, die zugehörigen Sehnen im Hilfskreis K_c sind zwei Durchmesser desselben, ihr Schnittpunkt P ist also sein Mittel-

punkt C_1 selbst, und jede durch ihn gehende Gerade ist ein Durchmesser und liefert zwei zu einander rechtwinklige Doppelstrahlen; oder die Asymptoten aller durch A, B, C, H gehenden Hyperbeln sind rechtwinklig zu einander. In Folge dessen gehört auch der Ortskreis ihrer Centra in gleicher Weise zu den Dreiecken ABC, BCH, CAH, ABH.

Wählt man aber den vierten eigentlich fünften Punkt speciell in einem der Mittelpunkte der das Dreiseit ABC berührenden Kreise, so wird der zugehörige Hyperbelmittelpunkt im Ortskreis zugleich der Berührungspunkt derselben mit dem entsprechenden berührenden Kreise des Dreiseits ABC. Immer ist der zum rechten Winkel der Asymptoten gehörige Durchmesser im Ortskreis parallel dem Durchmesser der zugehörigen Punkte im umgeschriebenen Kreis, d. h. derjenigen, welche die Asymptoten zu Fusspunktlinien haben.

Damit ist der ganze Bereich des Satzes wieder durch projectivische Constructionen umschrieben.

Zu der neuen Construction der Hypocycloide mit drei Spitzen aus den Paaren ihrer rechtwinkligen Tangenten durch die Punkte des Hauptkreises mag noch bemerkt werden, dass dafür der Kreis K_C nicht eigentlich gebraucht wird. Die Hypocycloide ist bestimmt durch ihren Hauptkreis, einen Punkt C_1 seiner Peripherie und eine durch diesen gehende Gerade g; für jeden Punkt M des Hauptkreises als Mittelpunkt einer gleichseitigen Hyperbel sind die Asymptoten parallel den Halbirungslinien der von der Geraden MC_1 mit g gebildeten Winkel und für gegebene Asymptotenrichtungen liefert der durch C_1 gehende zweite Schenkel des Winkels mit g, der sie zu Halbirungsrichtungen hat, den Mittelpunkt M auf den Hauptkreis. Man

sieht daraus, dass für die drei Punkte des Hauptkreises, welche die Bögen zwischen dem zweiten Endpunkt des Durchmessers von C_1 und dem zweiten Schnitt mit g dreitheilen, die Hyperbelasymptoten je zum Durchmesser und zur Tangente des Kreises werden; erstere offenbar die Tangenten in den drei stationären Punkten der Enveloppe und die Normalen in ihren Berührungspunkten mit dem Kreise oder ihren Scheiteln. Das Gesetz der Berührungspunkte der Hyperbel-Asymptoten mit ihrer Enveloppe ergibt sich dahin, dass der zweite Schnittpunkt jeder Tangente eines Paares mit dem Hauptkreis die Mitte zwischen ihrem Berührungspunkt und dem Schnittpunkt des Paares ist; so dass die Rückkehrpunkte der Curve auf dem concentrischen Kreis vom dreifachem Radius liegen. Denn von jenen Scheiteldurchmessern aus können die Asymptoten für jeden Mittelpunkt auch nach dem Gesetze bestimmt werden, dass ihre Endpunkte im Hauptkreise sich mit Geschwindigkeiten im Verhältniss 1:2 nach entgegengesetzten Seiten um den Mittelpunkt desselben drehen. Für jeden der imaginären Kreispunkte im Unendlichen ergibt sich die unendlich ferne Gerade, so dass diese in beiden Kreispunkten die Curven berührt. Die Ecken A, B des Dreiecks ABC in g sind zur Bestimmung der Hypocycloide nicht erforderlich; wählt man sie in gleichen Abständen von C_1 so, dass der eine im Innern des Hauptkreises liegt, so ist die dritte Ecke C des Dreiecks reell und zweideutig bestimmt, weil auf der im zweiten Schnittpunkt von AB mit dem Hauptkreis aufstehenden Höhe so gelegen, dass ihre Verbindungsgerade mit B in jenem halbiert wird. Man hat A^*, B^* als Schnitte des Hauptkreises mit K_c und erhält H und C in AA^* und AB^* auf der Senkrechten zu AB in C_1. Jeder der zwei so erhaltenen

Punkte C, H ist der Höhenschnitt des Dreiecks der drei andern, H von ABC und C von ABH. Wird aber B ausserhalb des Hauptkreises gewählt, so werden C und H nicht reell, ohne dass die Construction irgend welche Beschränkung erlitte. Wir wollen von diesem zweiten Hauptfalle sogleich noch eingehender sprechen, nachdem der Grenzfall erwähnt ist, in welchem das B auf der Peripherie des Hauptkreises liegt und somit das Dreieck ABC bei B rechtwinklig ist. Dann fallen die Fusspunkte der Höhen aus C und A und daher auch der Höhenschnitt H nach B und weil die Verbindungslinie von B mit H die zu AB gehörige Höhe ist, so hat man einerseits den Satz, dass die einem rechtwinkligen Dreieck umgeschriebene gleichseitige Hyperbel immer die zur Hypothenuse gehörige Höhe zur Tangente in der Ecke des rechten Winkels hat; und man erhält ein Büschel gleichseitiger Hyperbeln durch A, B, C die Ecken eines rechtwinkligen Dreiecks mit fester Tangente in der Ecke des rechten Winkels; die zu dieser Ecke als Punkt des Hauptkreises gehörige Hyperbel ist das Paar der Katheten und repräsentirt zwei der degenerirten Hyperbeln im Büschel. Man sieht aber sofort, dass durch zwei beliebige Punkte A, B und die Tangente t des einen B — in der dann C dem B unendlich nahe ist, auch ein Büschel gleichseitiger Hyperbeln bestimmt sein muss; der vierte ihnen gemeinsame Punkt ist der Höhenschnitt des Dreiecks ABC, also der Schnittpunkt des von A auf t gefällten und des in B auf AB errichteten Perpendikels und der Poncelet-Feuerbach'sche Hauptkreis wird noch immer durch fünf verschiedene Punkte bestimmt. Mittelpunkt und Asymptoten der gleichseitigen Hyperbel durch zwei Punkte mit gegebenen Tangenten bestimmen sich darnach

sehr einfach. Weiteres für diesen Grenzfall zu wiederholen ist unnöthig.

Wenn aber die beiden Grundpunkte C und H des Büschels der gleichseitigen Hyperbeln conjugirt imaginär sind, so liegen sie auf einer rellen zu AB rechtwinkligen Geraden und werden durch eine elliptische Involution bestimmt, die wir durch ihren Mittelpunkt und ihr symmetrisches Paar gegeben denken. (Das letztere oder die Potenz der Involution ist, wie leicht ersichtlich, nicht willkürlich; aber da nur der Mittelpunkt, der jene in der That bestimmt, gebraucht wird, so haben wir nicht dabei zu verweilen.) Verbinden wir diesen Mittelpunkt mit der Mitte der Strecke AB durch eine Gerade, so ist diese und die so in ihr bezeichnete Strecke ein Durchmesser des Hauptkreises, der überdiess durch den Schnittpunkt C_1 von AB mit CH gehen muss. Man sieht, dass unsere Constructionen auch dadurch in keiner Weise alterirt werden; der Hauptkreis ist der Mittelpunktsort; für jeden Mittelpunkt werden die Asymptoten wie vorher erhalten und mit diesen genügt schon ein Punkt A oder B der gleichseitigen Hyperbel zu ihrer Construction.

Man darf nun aber nicht schliessen, dass auch A und B conjugirt imaginär sein könnten, weil von zwei zu einander rechtwinkligen Geraden wenigsten die eine von jeder in ihren Ebenen gelegenen gleichseitigen Hyperbel in zwei reellen Punkten geschnitten werden muss. Aus demselben Grunde müssen sich auch zwei gleichseitige Hyperbeln in der nämlichen Ebene mindestens in zwei reellen Punkten schneiden. Es gibt also keine Büschel gleichseitiger Hyperbeln mit vier nicht reellen Grundpunkten, sondern nur solche Büschel mit vier resp. zwei reellen

Grundpunkten. (Den allgemeinen Satz, dass der Mittelpunkt-Kegelschnitt eines Büschels mit nicht reellen Grundpunkten stets eine Hyperbel ist, brauchen wir nicht heran zu ziehen.)

Wir können dies noch durch eine andere nützliche Constructionsbetrachtung erläutern. (Vergl. «Darstellende Geom.», 3. Aufl., Bd. I, § 33, 20.) Wenn man ein Büschel von Kreisen so projicirt, dass die Bilder aller Kreise gleichseitige Hyperbeln werden, so bilden diese ein Büschel mit zwei imaginären und zwei reellen Grundpunkten, wenn die Kreise zwei reelle Schnittpunkte hatten; sie würden ein Büschel von lauter imaginären Grundpunkten bilden für ein Büschel von Kreisen ohne reelle Schnittpunkte. Aber man sieht leicht, dass im letzteren Falle jene Abbildung nicht reell ausgeführt werden kann. Denn für das Büschel der Kreise als Original fordert dieselbe für eine Gerade als Gegenaxe r der centrischen Collineation die Bestimmung des Centrums $\mathfrak{C}$ in der Art, dass von ihm aus die Paare ihrer Schnittpunkte mit Kreisen des Büschels durch rechtwinklige Strahlenpaare projicirt werden, weil diese die Asymptotenrichtungen der aus den schneidenden Kreisen entstehenden Hyperbeln liefern. Solche Centra $\mathfrak{C}$, C^* besitzen aber nur die elliptischen Involutionen — nämlich in den Schnittpunkten der über den Sequenten und zweier beliebiger Paare als Durchmessern beschriebenen Kreise; da ein Kreisbüschel ohne reelle Grundpunkte von allen Geraden seiner Ebene und ein Kreisbüschel mit zwei reellen Grundpunkten von allen den Geraden seiner Ebene, die nicht zwischen den letzteren hindurchgehen, in hyperbolischen Involutionen geschnitten wird, so ist jene Abbildung bei Kreisbüscheln mit imaginären Grundpunkten nicht möglich und ergibt sich bei denen mit zwei reellen

Grundpunkten nur für diejenigen Gegenaxen r, die die Potenzlinie zwischen den Grundpunkten treffen. Lässt man in einer solchen Geraden beide Gegenaxen q', r zusammenfallen, so ist die bezügliche centrische Collineation vollkommen bestimmt (Charakteristik $\Delta = -1$); ihre Axe s geht für $\mathfrak{C}$ als Centrum durch $\mathfrak{C}^*$ und das Bild der Potenzlinie mit den Bildern $1', 2'$ der beiden reellen Grundpunkte 1, 2 des Kreisbüschels ist das auf ihr im Durchschnitt mit der Potenzlinie errichtete Perpendikel, weil $\mathfrak{C}$ in dem Perpendikel auf $q'r$ in ihrem Schnitt mit der Potenzlinie liegt. Die gerade Strecke zwischen diesem Punkte und dem Halbirungspunkte der Strecke $1'2'$ ist ein Durchmesser des Ortskreises der Mittelpunkte für das Büschel gleichseitiger Hyperbeln, welches das Kreisbüschel abbildet; natürlich bilden die Geraden q', r und $1'2'$ die einzige reelle degenerirte Hyperbel des Büschels. (Auf die weiteren nützlichen Verwendungen dieser Ableitung von Kegelschnittbüscheln aus Kreisbüscheln sei nur hingewiesen.)

Es ist oben in zwei Formen, nämlich für den Kreis als Ort und für die Hypocycloide mit drei Spitzen als Enveloppe die Erzeugung durch zwei Drehungen mit Winkelgeschwindigkeiten im Verhältniss 1 : 2 (für jenen bei gleichem, für diese bei entgegengesetztem Sinn) ausgesprochen worden. Und ich will zum Schluss bemerken, dass solche Drehungen mit proportionalen Winkelgeschwindigkeiten in mannichfacher Weise — in der Ebene z. B. mit Strahlenbüscheln, im Raum von drei Dimensionen mit Ebenenbüscheln zur Erzeugung von ebenen Curven (als Orten und Enveloppen), von Regelflächen und doppeltgekrümmten Curven verwendet werden können. Ich habe diese Erzeugungsweise schon 1878 näher untersucht und sie nicht uninteressant gefunden.

Notizen.

Die Zeichnung im Dienste der Naturwissenschaft und die Masszeichen insbesondere. — Nicht die Sprache, nicht das Rechnen sind ein vollständiger Ausdruck menschlichen Vorstellens; beide vermögen gleichzeitige und stetige Anschauungen nur bruchstückweise wiederzugeben.

Die Sprache hebt in ihren Namen einzelne Merkmale der Dinge hervor; das Rechnen bestimmt ihre Ausdehnung; die Zeichnung führt die ganze Erscheinung des Gegenstandes vor Augen. Die Sprache hat in der Grammatik, das Rechnen in der Arithmetik ihre logische Begründung gefunden; die Zeichnung entbehrt derselben noch. Doch beweisen die zahlreichen Abbildungen von Naturgegenständen, deren sich die beschreibenden Naturwissenschaften bedienen, die Darstellungen von Bewegungen und Vorgängen der Mechanik, Physik, Physiologie, die Pläne und Karten der technischen und geographischen Wissenschaften, dass die Zeichnung ein ebenso wichtiges Verkehrsmittel geworden ist, wie Sprache und Rechnen. Nebst den Technikern haben die Künstler und Mathematiker sich bisher am meisten um die principielle Ausbildung der Zeichenkunde verdient gemacht; die ersten legen dabei den Werth hauptsächlich auf die individuellen Erscheinungen, die Charakteristik des Einzelnen; die Mathematiker dagegen heben die allgemeinen Verhältnisse als das Wesentliche hervor. Die Zeichnung als Zeichen zur Vermittlung des Gedankenaustausches, soll nach beiden Seiten dienen.

Zeichen heisst der sinnlich wahrnehmbare Ausdruck unserer Vorstellungen. Im engeren Sinne ist Zeichen die sichtbare Darstellung räumlicher Vorstellungen zunächst durch Geberden: Zeigen, heben und senken der Hand als Zeichen der Richtung; ferner die Flächenzeichen: des Ausbreitens, Umfassens. Hinterlässt die Bewegung eine sichtbare Spur (Gerade, Punkt, Kreis), so führen diese zum Vergleichen (Messen) von Entfernungen, Richtungen und damit zu einer principiellen Ordnung der Zei-

chen. Die Masszeichen gliedern sich entsprechend den Abbildungen von Gegenständen, Darstellungen von Bewegungen und den Uebersichten in Massformen, Massorte, Massnetze. Die Massformen sind feste Gestalten, welche das Gleichmass von Entfernungen und Richtungen, die Verhältnissgleichheit derselben und die Aehnlichkeit der Formen, die Umrisse von Körpern darstellen.

Die Massorte sind zunächst Bahnen einzelner beweglicher Punkte oder umhüllender Linien. Schliesst man die Raumelemente, welche die Art der Bewegung bedingen, z. B. die Mittelpunkte der Drehung, die Leitlinien, mit in das Zeichen ein, so sind im Weiteren auch Gelenke (Kurbelviereck) Regel- und Umdrehungsflächen zu den Massorten zu rechnen. Fassen wir endlich alle gleichartigen Raumelemente (Punkte, Strahlen, Ebenen), welche denselben Massverhältnissen genügen, zusammen, so bilden dieselben ein Netz, welches durch einzelne Gestalten (Strahlenbüschel etc.) der vorgeschriebenen Art sinnbildlich vertreten wird. Die Massnetze sind vom ersten Gerade, wenn jeder Punkt (A) der Zeichenebene nur einen Punkt in der Senkrechten zur Zeichenebene bedeutet, welche durch A geht: so bei der Verbindung einer Geraden mit einem Ebenenbüschel. Die Massnetze sind dagegen vom zweiten Gerade, wenn der Punkt A zwei Punkte seines Lotes vorstellt, wie bei Darstellungen einer Kugel.

Das Masszeichen erhält seine volle Bedeutung erst, wenn wir gelernt haben aus der Linienverbindung selbst ohne weitere Erklärung die Massverhältnisse zu erkennen, die in dem Zeichen enthalten sind. [Fr. Graberg.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Sitzung vom 9. November 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von den Herrn Verfassern:

Imhof, Dr. O. E., Faunistische Studien in 18 kleineren und grösseren österreichischen Süsswasserbecken.

Brezina, Dr. A., Die Meteoritensammlung d. k. k. mineralog. Hofcabinets in Wien am 1. Mai 1885. Sep.-Abdruck aus d. Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt.

Kreysler, E., Ueber einige Phenolester der Phosphorsäure. (Diss.)

— Reactionsverhältnisse der neutralen Phosphorsäureester einiger Phenole.

Kölliker, Prof. A., Stiftchenzellen in der Epidermis der Froschlarven.

Von Herrn Prof. R. Wolf:

Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 30. Heft 1.

Astronomische Mittheilungen Nr. 64.

Von Herrn Prof. A. Heim:

2 Exempl. Entgegnung der erweiterten Wasser-Commission auf die Angriffe etc.

Von Herrn med. Dr. Rahn-Meyer:

Descriptive and illustrated catalogue of the physiolog. series of comparative anatomy. Vol. 1—5. 4°. London 1883.

Von der tit. Stadtbibliothek:

Annuaire du bureau des longitudes pour 1869—73 et 1875—85.

de Martins: Conspectus regni vegetabilis.

Von Herrn W. Burkhardt:

Burkhardt, W., Traité de la lumière avec un discours de la pesanteur.

Vom hohen Bundesrathe resp. Direction der Gotthardbahn:

Geologische Uebersichtskarte der Gotthardbahnstrecke, bearbeitet von Dr. F. M. Stapff.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 11. Nr. 11—16.

Atti della reale accademia dei Lincei. Serie 4. Vol. 1. Nr. 13—20.

Osservazioni meteorologiche 1884.

Mémoires du comité géologique de St. Petersbourg. Vol. I. Nr. 1—4 et Vol. II. Nr. 1 mit 2 Karten. (Theils russisch, theils deutsch.)

Bericht des geologischen Comités. 1 Heft v. 1882, 9 Hefte v. 1883, 10 Hefte v. 1884 und 7 Hefte v. 1885. (Alle russisch).

Jahreshefte d. Vereins f. vaterländische Naturkunde in Würtemberg. Jahrg. 41.

Proceedings of the scientific meetings of the zoolog. soc. of London. 1885. Part. 1. 2.

Rendiconti del circolo mathematico di Palermo. 1884/85.

Öfersigt af kongl. Vetenskaps-Academiens Förhandlingar. 1881 bis 1883.

Bihang till kongl. Svenska Vetenskaps-Academiens Handlingar. Vol. 6–8 je Part. 1 u. 2.

Observations météorologiques suédoises. Vol. 20 u. 21. 1878/79.

Handlingar till kongl. Svenska Vetenskaps-Academiens. 1880/81.

Lefnadsteckningar öfver kongl. Svenska Vetenskaps-Academiens.

Bulletino della soc. Veneto-Trentina di scienze nat. 1885. T. 3. Nr. 3.

Recueil des mémoires et des travaux de la soc. bot. de Luxembourg. Nr. 9 u. 10. 1883/84.

Bulletin de la soc. impériale des naturalistes de Moscou. Tome LX. 1884. Nr. 3.

Jahresbericht des physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. für 1883/84.

Proceedings of the royal geograph. soc. of London. Vol. 7. Nr. 7–10.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft in Leipzig. Jahrg. 20. Heft 1 u. 2.

Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. Neue Folge. 6. Band. 2. Heft.

Atti della società italiana di scienze naturali. Vol. 27. fasc. 1—4.

Report of the Jowa Weather Service. 1882 and Calendar for 1884.

Boletim da sociedade de geographia de Lisboa. 4. Serie. Nr. 12.

Leopoldina. Heft 21. Nr. 9—12.

Zeitschrft für Naturwissenschaften. 4. Folge. 4. Bd. Heft 2. 3.

Annuaire de l'académie r. des sciences etc. de Belgique. 1884 u. 1885.

Bulletins de l'académie r. des sciences. 1884. T. 7 u. 8. 1883. T. 6.

Jours de solitudes pr. Oct. Pirmez. 8°. Paris. 1883.

Jahresbericht, 13. bis 15., d. naturwissenschaftlichen Vereins zu Magdeburg, 1882—84.

Geodätische Arbeiten d. norweg. Commission d. europ. Gradmessung, Heft 4 und Vandstandsobservationer, Heft 3.

Schriften der physical.-öconom. Gesellschaft zu Königsberg. Jahrg. 25. 1884. Heft 1 u. 2.

Jahrbuch d. k. k. geologischen Reichsanstalt. 1885. Bd. 35. Heft 2 u. 3.

62. Jahresbericht d. schles. Gesellschaft für vaterländische Cultur. 1884.

Prospecto por la soc. de geographia de Lisbao.

Section des travaux géologiques du Portugal.

Description de la faune jurassique du Portugal pr. P. Choffat.

Sur le système crétacique du Portugal pr. P. Choffat.

Jahrbücher d. k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus für 1883. Bd. 20.

Verhandlungen d. naturhistor.-medicin. Vereins zu Heidelberg. 3. Bd. Heft 4.

Abhandlungen d. mathemat.-phys. Classe d. k. sächs. Gesellschaft für Wissenschaften. Bd. 13. Nr. 2—4.

Atti della società dei naturalisti di Modena. 3. Serie. Vol. 1—3.

Bulletin de la soc. des sciences etc. de la Basse-Alsace. Tome 19. Nr. 7.

Mémoires de l'académie des sciences et lettres de Montpellier. Tome X. Nr. 3. 1883/84.

Journal de l'école polytechnique. Cahier 54.

Bulletin de la soc. des sciences de Nancy. II. Série, tome VII, fasc. XVII.

Mémoires de la soc. d'émulation de Montbéliard. Vol. XIII.

Washington observations for 1881.

Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. 11. Nr. 11.

Transactions of the Connecticut academy. Vol. 6. Part 2.

Neues Lausitzisches Magazin. Bd. 61. Heft 1.

Festschrift d. naturwiss. Gesellschaft „Isis“ in Dresden.

Notizblatt d. Vereins f. Erdkunde zu Darmstadt. 4. Folge. H. 5.

Nederlandsch kruidkundig archief. 2. Serie. 4. deel. Nr. 3.

Abhandlungen des thüringischen botanischen Vereins „Irmischia“ zu Sondershausen. Heft 1, 2 und vom Heft 3 Nr. 1, 2, 3.

„Irmischia", Correspondenzblatt desselben Vereins. Jahrg. 1—4 und Jahrg. 5 Nr. 1—9.
Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. 12. Nr. 1.
Report of the Jowa weather service for 1882. Sept.-Dec.
Stettiner entomologische Zeitung. Jahrg. 46. Nr. 7—9.
Verhandlungen d. naturhistor. Vereins d. preuss. Rheinlande etc. Jahrg. 42. Heft 1 mit Autoren- und Sachregister v. 1—40 Jahrg.
Boletim da sociedade de geographia de Lisboa. 5. Serie. Nr. 1, 2.
Bericht d. naturwiss.-medicin. Vereins in Innsbruck. Jahrg. 14. 1883/84.
Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft. Bd. 37. H. 2.
Bidrag till kännedom af Finlands Natur och Folk. Heft 39—41.
Öfersigt af finska vetenkaps-societetens förhandlingar. XXVI. 1883—84.
Acta societatis scientiarum Fennicae. Tomus XIV.
Journal of the Linnean society. Zoology. Vol. XVII. Nr. 103. Vol. XVIII. Nr. 104—107 und Vol. XIX. Nr. 108.
Journal of the Linnean society. Botany. Vol. XXI. Nr. 134—37.
Memoirs of the geological survey of India. Vol. XXI. Part. 1 u. 2.
— — Palaeontologia. IV. Series. Vol. 1. Series X. Vol. 3.
— — Palaeontologia. XIII. Part. I.
Report of the british association for the advancement of science. 1884.
Jahresbericht d. naturhistorischen Gesellschaft zu Hannover f. 1882/83.
Jahresbericht (50 u. 51) d. Vereins f. Naturkunde in Mannheim für 1883/84.
Mittheilungen d. k. k. geographischen Gesellschaft in Wien f. 1884.
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome 20. Liv. 1. 2.
Sitzungsberichte der naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig. Jahrg. 11. 1884.
Verhandlungen d. k. k. zoolog.-botan. Gesellschaft in Wien. Jahrg. 1885. Bd. 35. 1. Halbjahr.
Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indie für 1884.
Records of the geolog. survey of India. Vol. XVIII. Part. 3.
Bulletin of the Essex institute. Vol. 15. Nr. 1–12 u. Vol. 16. Nr. 1-12.

Proceedings of the american philosophical society. Vol. XXI. 1884 und Register.
Bulletin of the U. S. geolog. survey. Nr. 2—6.
Observations, astronomical and meteorol. of Washington. Nr. 13.
Professional papers of the signal service. Nr. XV.
Report, 3d annual of the U. S. geolog. survey by J. W. Powell. 1881/82.
Monographs of the U. S. geolog. survey by C. King. Vol. III—V.
Atlas of the geology of the Comstock Lode and the Washoe district.
Publications of the bureau of ethnology by J. W. Powell. Vol. 2.
Report of the chief-signal-officer for 1883.
Report, annual, of the geological and natural history. 1, 7, 10 to 12 for 1872, 1878, 1881—1883.
Schriften d. naturwiss. Vereins Schleswig-Holstein. Bd. 6. H. 1.
Procès-verbaux des séances de la société r. malacologique de Belgique. Tome XIV. séances: Janvier-août 1885.
Bulletin de la soc. vaudoise des sciences nat. 2. Serie. Vol. XXI. Nr. 92.
Verhandlungen d. naturforschenden Gesellschaft in Basel. 7. Theil. 3. Heft.
Jahresbericht d. Vereins für Naturkunde zu Zwickau. 1884.
Sitzungsberichte d. k. preuss. Academie der Wissenschaften zu Berlin. Heft 1—39 für 1885.
Den norske nordhavns expedition 1876—78. Zoologie. Vol. XIV. Part. 1 u. 2.
Proceedings of the royal society. Vol. XXXVIII. Nr. 238.

C. Anschaffungen.

Annalen der Chemie v. Liebig. Bd. 229. Heft 1. 2. 3. Bd. 230. 1.
Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie. Bd. 2. Heft 2.
Paläontologische Abhandlungen v. W. Dames u. Kayser. Bd. 2. Heft 5.
Zittel, Handbuch der Paläontologie. 1. Bd. 2. Abth. 4. Liefg.
Jahrbuch des schw. Alpenclubs u. Beilage. Jahrg. 20. 1884/85.
Acta mathematica v. G. Mittag-Leffler. Vol. 6. Nr. 4. Vol. 7. Nr. 1.
Recueil zoologique suisse réd pr. Fol. Vol. 2. Nr. 3.
v. Richthofen, Atlas von China. 1. Abth. 2. Hälfte.

Zeitschrift, electrotechnische. Jahrg. 6. Nr. 7. 8.
Beiträge zur Anatomie und Physiologie von Eckhard. Bd. 11.
Philosoph. transactions of the royal society of London. Vol. 175. Part. 2.
Gazzetta chimica italiana. Indice del Vol. 14 e Vol. 15. fasc. 3—5.
Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel. Bd. 1—3.
Centralblatt, biologisches. 1885. Bd. 5. Nr. 7—14.
Journal de physique pr. Almeida. 1885. 2. Serie. Tome IV. Nr. 5—8.
Transactions of the entomological society of London for 1885. Part. 1. 2.
Wetterbericht der schweiz. meteorologischen Centralanstalt in Zürich vom 7. Juli bis 1. Oct. 1885.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie von Fittica für 1883. Heft 4.
Denkschriften der k. Academie d. Wissenschaften in Wien. Bd. 49.
Zoologische Beiträge von Dr. A. Schneider. Bd. 1. Heft 3.
Neue Denkschriften der allg. schweiz. Ges. f. d. gesammt. Naturwiss. Bd. 29. Abth. 2.
Nova acta regiae societatis scientiarum Upsaliensis. Series III. Vol. XII. fasc. II. 1885.
Transactions of the zoolog. soc. of London. Vol. XI. Part. 10.
Mémoires de la société r. de sciences de Liège. II. Série. Tome XII.
Flora italiana von F. Parlatore. Vol. VI. Part. 2.

2. Herr Prof. Weber hält einen Vortrag über einen neuen Strahlungsmesser (Microradiometer).

3. Herr Dr. Keller berichtet über den rothen Regen am Südfuss der Alpen vom 15. October d. J.

Sitzung vom 23. November 1885.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf:

Marie, M., Histoire des sciences mathématiques et physiques. Tome 6. 7.

Vom eidg. Ober-Bauinspectorat:

Schweiz. hydrometr. Beobachtungen vom Jan.—Juni 1885.

Von Herrn Struve:

Struve, O., Tabulae quantitatum Besselianarum pro annis 1885 ad 1889.

Netto, Ladisl., Die Beschlüsse der Washingtoner Meridianconferenz.

Conférence faite au museum national de Rio de Janeiro le 4. novembre 1884.

Von den Herrn Verfassern:

Tribolet, M. M. de, Sur la carte des bassins erratiques de la Suisse.

Bächtold, M. in Andelfingen. Der erfahrene Führer im Haus- und Blumengarten. Jahrg. 1.

Soret, J. L., Sur le rôle du sens du toucher dans la perception du beau particulièrement chez les aveugles.

Vom bureau international des poids et mesures:

Travaux et mémoires. Tome 4.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Results of meteorolog. observ. for 1882. Washington.

Jahresbericht des Comité d. Nicolai-Hauptsternwarte in St. Petersburg für 1882—1885.

Bulletin de l'académie imp. des sciences de St. Petersbourg. Tome 30. Nr. 2.

Proceedings of the royal society. Nr. 232—37.

Industriezeitung von Riga. Jahrg. 11. Nr. 17. 18.

Atti della reale accademia dei Lincei. Serie 4. Vol. 1. Nr. 21—23.

Atti della società toscana di scienze naturali. Vol. 4.

Memoirs of the R. astronom. soc. of London. Vol. 48. Part. 2.

Archives des sciences physiques et naturelles pour 1885.

Mittheilungen des Vereins der Aerzte in Steiermark. Jahrg. 21.

Vierteljahrsschrift d. astronom. Ges. in Leipzig. Jahrg. 20. H. 3.

Natuurkundig Tijdschrift von Nederlandsch-Indie. 8. Serie. Deel. 5 u. Catalogus.

Beobachtungen des astrophysical. Observatoriums in O'Gyalla. Bd. 7. 1884.

Bulletin mensuel de la soc. des sciences etc. de la Basse-Alsace. Tome 19. Nr. 8—10.
Proceedings of the R. geograph. soc. Vol. 7. Nr. 11.
Entomolog. Zeitung von Stettin. Jahrg. 46. Nr. 10—12.

C. Anschaffungen.

Archives du Musée Teyler. 2. Serie. Vol. 2. Part. 2.
Annalen der Chemie von Liebig. Bd. 230. Heft 2.
Recueil zoologique suisse. Tome 2. Nr. 4.
Zeitschrift, electrotechnische. Jahrg. 6. Heft 9. 10.
Dames und Kayser, Palaeontol. Abhandlgn. Bd. 3. Heft 1.
Geolog. Karte der Schweiz. Blatt 14.
Wetterberichte der schweiz. meteorol. Centralanstalt v. Oct. bis 9. Nov. 1885.
Jahresbericht der zoolog. Station in Neapel für 1884. II.
Acta mathematica. Vol. 7. Nr. 2.
Mémoires de l'academy imp. des sciences de St. Pétersbourg. Série VII. Tome 32. Nr. 14–18. Tome 33. Nr. 1—2.

2. Herr Dr. Tauber erklärt seinen Austritt aus der Gesellschaft.

3. Das Präsidium theilt ein Schreiben des Stadtraths Zürich mit, worin derselbe erklärt, die Kündigung der von der Gesellschaft für die Bibliothek benützten Localitäten einstweilen zurückziehen und den Status quo noch circa 4 Jahre belassen zu können. Es wird beschlossen, dem Stadtrath den Dank der Gesellschaft für diese provisorische Regelung der Angelegenheit auszusprechen.

4. Herr Dr. Imhof berichtet über „neue Resultate über die pelagische und Tiefsee-Fauna der Süsswasserbecken" und „über mikroscopische, pelagische Thiere aus den Lagunen von Venedig". (V. pag. 369 dieses Jahrgangs.)

Sitzung vom 7. December 1885.

1. Herr Dr. Ott legt das Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Zeitschr. d. Ferdinandeums in Tirol u. Vorarlberg. 3. Folge. H. 29.

Boletim da societade de geographia de Lisboa. 5. Serie. Nr. 3. 4.
Industriezeitung von Riga. Jahrg. 11. Nr. 19.
Lotos. Jahrbuch f. Naturwiss. N. F. Bd. 6.
Studies from the biological laboratory of the university of Baltimore (sent by John Hopkins).

B. Anschaffungen.

Forbes, H. O., Wanderungen eines Naturforschers im malayischen Archipel von 1878—83. Bd. 1.
Annalen der Chemie. Bd. 230. Heft 3.
Transactions of the entomolog. society of London 1885. Part. 3.
Journal de physique par Almeida. Tome 4. Nr. 9. 10.
Gazzetta chimica italiana. Anno 15. Nr. 6.
Centralblatt, biologisches. Bd. 5. Nr. 15. 16.
Zeitschrift f. wissensch. Mikroscopie. Bd. 2. Heft 3.
Mémoires de la soc. de physique et d'histoire nat. de Genève. Tome 29. Part. 1.
Wetterberichte der schweiz. meteorol. Centralanstalt v. 10.—23. November 1885.

2. Herr F. Graberg hält einen Vortrag über „das Zeichnen im Dienste der Naturwissenschaft und das Masszeichnen insbesondere." (V. pag. 403)

Sitzung vom 21. December 1885.

1. Herr Dr. Ott legt das Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Vom Fries'schen Fond:

Topographischer Atlas der Schweiz. Lief. 28.

Von den Herren Verfassern:

Graberg, F., Die Ortsflächen der Spitzen gleichseit. Tetraeder zu gegebenen Geraden der Zeichnungsebene.
— Ueber Masszeichen.
Bächtold, M., Der erfahrene Führer in Haus- und Blumengarten. Jahrg. 2. Nr. 1.

Von der Direction der öffentlichen Arbeiten des Cantons Zürich.

Wetli, K., Die Bewegung des Wasserstandes des Zürichsees während 70 Jahren und Mittel zur Hebung seiner Hochwasser.

Von Herrn Prof. J. J. Egli:

18 Broschüren geolog. und ethnolog. Inhalts (englisch).

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Rendiconti dello reale istituto lombardo. Serie II. Vol. 17.

Sveriges geologiska undersökning. Serie Aa. Nr. 87, 93, 95 u. 96. Serie Ab. Nr. 8. Serie C. Nr. 67—77 und Karten.

Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia 1885. Part. 2.

Berichte über die Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B. Bd. 8. Heft 3.

Proceedings of the R. zoological society of London 1885. Part. 3.

Jahresbericht (13.) des westphäl. Provincialvereins zu Münster.

Atti della reale accademia dei Lincei. Serie 4. Vol. 1. Nr. 24—26.

Atti della società toscana di scienze naturali. Vol. 6. Nr. 2.

Bulletin de la soc. des sciences etc. etc. de la Basse-Alsace. Tome 19. Nr. 11.

Bulletin de la société belge de miscroscopie. Année 2. Nr. 1.

Boletim da societade de geographia de Lisboa. 5. Serie. Nr. 5.

Subsidios para a historia do jornalismo.

Industriezeitung von Riga. Jahrg. 11. Nr. 20.

Proceedings of R. geographical society. Vol. 7. Nr. 12.

Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome 20. Nr. 3.

Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig für 1884 mit Atlas.

Zeitschrift für Naturwiss. von Halle. 4. Folge. 4. Band. Heft 4.

Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. 12. Nr. 2.

Proceedings of the royal society. Vol. 39. Nr. 239.

Observations made al the meteorological and magnetical observatory at Batavia. Vol. 6.

C. Anschaffungen.

Beiträge zur geolog. Karte der Schweiz. Lief. 18.

Description géologique des territoires de Vaud, Fribourg et Berne.

Grashof, Theoret. Maschinenlehre. Bd. 3. Lief. 1.
Gazzetta chimica italiana. Anno 15. Nr. 7. 8.
Centralblatt, biologisches. Bd. 5. Nr. 17—19.
Wetterberichte d. schweiz. meteorol. Centralanstalt v. 24. Nov. bis 21. Dec. 1885.
Jahresbericht, zoolog., der Station in Neapel für 1884. Abth. 3.
Abhandlungen, palaeontolog., v. Dames u. Kayser. Bd. 3. H. 2.
Palaeontographica. Beiträge zur Naturgeschichte der Vorwelt. Bd. 32. Heft 1.
Zeitschrift, electrotechnische. Jahrg. 6. Heft 11.
Rühlmann, Handbuch der mech. Wärmetheorie. Bd. 2. Lief. 3.
Griesebach, Symbolae ad floram Argentinicam.
Hausknecht, Monographie der Gattung Epilobium.
Coulomb, Mémoires relatifs à la physique, publ. par la soc. franç. de phys. Tome 1.
Routh, E. J., Elementary treatise on the dynamics of a system of rigid bodies.
Connaissance des temps pour 1887.
Annalen der Chemie von Liebig. Bd. 231. Heft 1.
Mittheilungen, mineralog. u. petrograph., v. Tschermak, Bd. 7. Heft 1—3.
Annales du jardin botanique de Buytenzorg. Vol. 3. 4.
Wallace, A. R., The malay archipelago.
Hoffmeister, W., Die botanischen Ergebnisse der Reise des Prinzen Waldemar von Preussen in den Jahren 1845 u. 1846.
Journal de physique par Almeida. Serie 2. Tome 4. Nr. 11.
Mittheilungen, mineralog. u. petrograph., v. Tschermak 1871—77.
Dasselbe. N. F. Bd. 1.

2. Auf Wunsch der naturforschenden Gesellschaft in Winterthur wird derselben auf Zusehen hin die Benutzung der Bibliothek gestattet unter Vorbehalt einer späteren Regelung dieser Angelegenheit durch die Büchercommission.

3. Herr Professor Schär hält einen Vortrag „über thierische Pfeilgifte."

4. Herr Prof. Heim macht einige Vorweisungen von Producten mechanischer Gesteinsmetamorphosen.

[R. Billwiller.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

371) Der bekannte französische Mathematiker *Ozanam* gab eine zur Zeit bemerkenswerthe Schrift „La Géométrie pratique, contenant la Trigonométrie théorique et pratique, la Longimétrie, la Planimétrie et la Stéréométrie. Paris 1684 in 12" heraus [1]), welche neben einer Anzahl geometrischer Constructionen, dem Titel entsprechend, auch eine kurze Auseinandersetzung der ebenen Trigonometrie enthält. Herr a. Stadtgerichtspräsident *Escher* hat mich nun darauf aufmerksam gemacht, dass 1699 zu Bern „Dans l'imprimerie de Leurs Excellences. Par André Huguenet", also wahrscheinlich auf Staatskosten, ein ähnliches Werkchen unter dem Titel „Neue Ubung der Feldmess-Kunst. Sowol auff dem Papier, als auff dem Feld, In einer neuen Ordnung und besonderen Manier auffgesetzt. Von Herrn Ozonam, Professore Mathesews. Oder: Nouvelle pratique de la Geometrie, sur le papier et sur le terrain. Avec un nouvel ordre et une methode particuliere. Par Mr. Ozonam, Professeur des Mathematiques" erschienen sei [2]). Dasselbe ist jedoch keineswegs eine Neuausgabe der Schrift von 1684, sondern eine ganz freie, und in beiden Sprachen selbstständig, muthmasslich zu Gunsten des Bernerischen Offizierscorps abgefasste Bearbeitung ihres constructiven Theiles, für welche auch die früheren einfachen Holzschnitte durch ganz saubere, nach damaliger Sitte mit Landschaften verzierte Kupferblättchen ersetzt wurden. Meine Hoffnung, dass sich in den Berner-Rathsmanualen einige sichere Angaben über Zweck, Bearbeiter, etc. finden möchten, hat sich jedoch nicht erfüllt: Herr Dr. Blösch, der mit bekannter Gefälligkeit darnach suchte, hat absolut keine betreffende Notiz finden können.

---

[1]) Das der Bibliothek des schweiz. Polyt. zugehörende Exemplar zeigt auf dem Titel die Inscription „D. Jeklini ab A. R. Junioris". Vergl. Nr. 193 und 222 dieser Notizen. — [2]) Das Herrn Escher zugehörige Exemplar zeigt auf dem Titel die Inscription „Sum Adami Ruttgery 1713", und gehörte somit unzweifelhaft dem geschickten Geometer Adam Rüdiger, für welchen ich auf pag. 68 u. f. meiner „Geschichte der Vermessungen in der Schweiz" verweise.

372) Die von Prof. Wilhelm *His* für die „Gedenkschrift zur Eröffnung des Vesalianum, der neu errichteten Anstalt für Anatomie und Physiologie in Basel, 28. Mai 1885" ausgearbeitete, und mir von ihm in freundlichster Weise in Extraabdruck zugesandte Monographie „Zur Geschichte des anatomischen Unterrichtes in Basel" enthält eine ganze Reihe sehr werthvoller und auf sorgfältigem Aktenstudium beruhender Beiträge zur Kulturgeschichte der Schweiz, — so namentlich auch zur Biographie des grossen Mathematikers und Physikers *Daniel Bernoulli*, dem bekanntlich (v. II 159) 1732 durch das Loos die Professur für Anatomie und Botanik zugefallen war, welche er bis 1750 bekleidete, um dann endlich die ihm längst gebührende Professur der Physik zu übernehmen.

373) Am 7. April 1885 verstarb zu Zürich *Johannes Orelli*, Professor der Mathematik am eidg. Polytechnikum. — Am 12. März 1822 zu Mettmenstetten geboren, wo sein Vater als Lehrer an der Primarschule wirkte, entwickelte er sich so rasch, dass er schon im April 1837 in das Lehrerseminar in Küssnacht aufgenommen werden konnte, dem damals noch Thomas Scherr vorstand. Bald nach Orelli's Eintritt wurde Wilhelm Denzler zum Lehrer der Mathematik am Seminar gewählt, und es ist nicht zu verkennen, dass dessen strammer Unterricht einen tiefen Eindruck auf seinen Zögling machte, ja ihm in seinem spätern Lehrerleben fortwährend als Muster vorschwebte. Nach glücklich bestandenem Examen kam Orelli im April 1840 als Vicar an die Primarschule in Arn bei Horgen, und im October desselben Jahres als Lehrer an die Secundarschule in Seuzach bei Winterthur, welcher er in wenigen Jahren den Ruf einer Musteranstalt zu erwerben wusste, und überdiess 1844/5 einen Urlaub von einem Jahre benutzte, um sich in Paris in der französischen Sprache und in der Mathematik weiter auszubilden. Im Jahre 1847 wurde er an die Secundarschule in Winterthur gewählt, und bewährte sich neuerdings als tüchtiger Lehrer, obschon er unter der Führung von Adams und Autenheimer einen Theil seiner Kraft auf eigene Studien verwandte, und überdiess noch häufig Artikel für den Landboten schrieb. Als 1853 die Kantonsschule in Frauenfeld gegründet wurde, berief der damalige Vorsteher der thurgauischen Er-

ziehungsbehörde, der jetzige Schulrathspräsident Dr. Kappeler, zwei zürcherische Sekundarlehrer, Orelli in Winterthur und Mann in Turbenthal, für die Fächer der Mathematik und Physik, und es war nicht zum wenigsten diesem glücklichen Griffe zu verdanken, dass die junge Anstalt so rasch aufblühte. Aber auch in dieser neuen Stellung verlor sich der Trieb nach weiterer Ausbildung keineswegs, und Orelli liess sich im Herbst 1857 wieder einen Urlaub von einem Jahre geben, um am schweiz. Polytechnikum noch höhere Mathematik studiren zu können. Leider fiel jedoch gerade sein Aufenthalt in Zürich in die Zeit, wo Prof. Raabe durch Krankheit genöthigt wurde, von seiner Stelle zurückzutreten, und noch kein gehöriger Ersatz vorhanden war, so dass Orelli nicht befriedigt wurde, ja froh war im Sommer 1858 einem Rufe an die höhere Gewerbeschule in Basel folgen zu können. Er sollte jedoch nicht lange diesem neuen Wirkungskreise angehören; denn als im Januar 1859 die eidgen. Räthe die Errichtung eines Vorkurses am Polytechnikum beschlossen, glaubte die Schulbehörde gerade in ihm den rechten Mann sowohl für die Hauptstelle als für die Leitung dieser neuen Institution zu finden. Und sie hatte sich nicht getäuscht, sondern Orelli genügte den gehegten Erwartungen vollständig, — ja es ist ein grosser Theil der nicht unbedeutenden Leistungen, welche der Vorkurs während seinem etwas mehr als 20-jährigen Bestande aufzuweisen hatte, seinem pädagogischen Geschicke und seiner Energie zu verdanken. Nach der dem Schulrathe aufgezwungenen, jedoch kaum im wahren Interesse des Polytechnikums erfolgten Auflösung des Vorkurses, übernahm Orelli, neben dem schon während längerer Zeit an der Bauschule ertheilten Unterrichte, noch ebensolchen an der chemischen Abtheilung, — erlag jedoch bald einer Folge von Schlaganfällen. — Zu schriftstellerischen Arbeiten blieb Orelli wenig Zeit übrig; aber immerhin ist sein „Lehrbuch der Algebra", das noch 1877 in dritter Auflage erschien, eine ganz hübsche Leistung, und auch seine 1875 in der Vierteljahrsschrift der zürch. naturf. Gesellschaft publizirte Note „Ueber die geometrische Bedeutung der Multiplication complexer Zahlen" darf nicht übersehen werden.

374) Am 17. März des laufenden Jahres 1886 starb zu

Zürich nach kurzem Krankenlager Dr. *Joh. Jakob Horner*, Oberbibliothekar der Stadtbibliothek in Zürich. — Am 6. Februar 1804 zu Zürich geboren, hatte derselbe die gelehrten Schulen seiner Vaterstadt durchlaufen, an deren obern Classen unter Andern sein Vater Joh. Jakob, der sich als Kunstkenner und Archäologe einen guten Namen erwarb, einige philosophische Fächer, — sein Oheim Joh. Caspar aber, der als Astronom und Physiker wohlbekannte Hofrath Horner, die Mathematik lehrte. Nachdem er 1825 nach wohl bestandenem theologischem Examen V. D. M. geworden war, ohne jedoch grosse Lust zu verspüren, sich dem Pfarramte zu widmen, verschaffte ihm sein Oheim durch Vermittlung seines Freundes Alfred Gautier eine Informator-Stelle in Genf, in der Meinung, dass er nebenbei Zeit finden werde, die reichen wissenschaftlichen Hülfsmittel dieser Stadt zu seiner weitern Ausbildung zu benutzen. Da sich jedoch diese Voraussicht in der Folge als irrig erzeigte, so liess Horner seine Stelle fahren und benutzte nun seine volle Zeit, um die Vorlesungen der Gautier, De la Rive, etc. zu besuchen, und sich überhaupt in die mathematischen und physikalischen Fächer tüchtig einzuarbeiten. Als er sich dieser Aufgabe bis in den Sommer 1827 hinein mit bestem Erfolge gewidmet hatte, kam Anfang Juni jenes Jahres der väterliche Freund s. Oheim's, der berühmte Baron von Zach, nach Genf, um von da nach Paris zu reisen, wo er sich um s. Stein-Beschwerden willen der Behandlung des Dr. Civiale unterwerfen wollte: Er liess sich begreiflich den Neffen vorstellen, fand an dem jungen Mann Gefallen, und schlug ihm vor, ihn nach Paris zu begleiten. Dass Horner sich diese Gelegenheit in vorzüglichster Gesellschaft eine so interessante und äusserst bequeme Reise zu machen,[1]) nicht entgehen liess, versteht sich wohl von selbst, und auch Zach war bei seinem leidenden Zustande froh, einen vertrauten Begleiter zu besitzen, — ja schrieb nachher 1827 VI 24 aus Paris, wo er VI 15 angelangt war, ganz vergnügt an s. Zürcher-Freund, wie gut es ihm auf der Reise gegangen sei, da ihn Jakob, welcher sich noch gegenwärtig bei ihm aufhalte, „wie

---

[1]) Zach benützte einen Schlafreisewagen, eine sog. Dormeuse.

seinen Vater bedient, gehegt und gepflegt" habe.[2]) Horner blieb bei Zach bis Ende August[3]), kehrte dann nach dem Wunsche seiner Eltern nach Zürich zurück, leistete dort zunächst seinem Vater, welcher der Stadtbibliothek vorstand, ausgiebige Hülfe, und übernahm überdiess, als sein Oheim im folgenden Jahre in den kleinen Rath gewählt wurde, dessen Stellvertretung am Gymnasium. Als nach dem 1831 erfolgten Tode s. Vaters, zwar nominell das Oberbibliothekariat an den bekannten Philologen Joh. Kaspar Orelli, auf ihn aber als „Unterbibliothekar" die eigentliche Besorgung der Stadtbibliothek überging, war Horner in s. Elemente, zumal ihm 1833 bei Gründung der Kantonsschule auch noch die Lehrstelle für Mathematik am untern Gymnasium zufiel, welche ihm, ohne allzu grosse Ueberlastung, genügende Subsistenzmittel verschaffte. — Was zunächst letztere Stelle anbelangt, welche Horner volle 30 Jahre bekleidete, so war sie allerdings für ihn mehr eine Last, als dass sie ihm eine befriedigende Thätigkeit verschafft hätte; aber wenn auch aus diesem Grunde s. Unterrichte bisweilen der bei der Stellung s. Faches an der Schule doppelt wünschbare Schwung fehlte, so war er im Uebrigen ganz gut, wie ich aus mehrjähriger Erfahrung bezeugen kann[4]), und wie auch die noch 1854 zum zweiten Mal aufgelegte „Anleitung zur ebenen Geometrie für das untere Gymnasium in Zürich" in vollem Maasse zeigt[5]). Bei seinen Schülern war er um seiner Herzensgüte und Gewissenhaftigkeit willen beliebt, und wenn sie auch seinen etwas abstrakten Entwicklungen nicht immer mit grosser Freude folgten, so gab es denn doch wieder Momente, wo Lehrer und Schüler gewissermassen aufwachten. So erzählt z. B. einer seiner frühesten Schüler[6]): „Unvergesslich blieben unserer Klasse

---

[2]) Vergl. Notiz 231. — [3]) Zach schrieb (l. c.) 1827 IX 15 an Schiferli, dass der junge Horner vor 14 Tagen nach Zürich abgegangen sei. — [4]) Ich hatte in den letzten Fünfziger-Jahren s. Schüler bei ihrem Uebergange an das obere Gymnasium zu prüfen, und wohnte noch später als Mitglied der Aufsichtscommission wiederholt s. Unterrichte bei. — [5]) Eine weitere literarische Leistung war s. Programmaufsatz „Sechszehn ungedruckte Briefe von Leibnitz. Zürich 1844 in 4°. — [6]) Friedrich Bürkli in der „Zürcherischen Freitags-Zeitung" vom 26. März 1886.

die paar Stunden vor dem Examen, in welchen der Lehrer nach vollendeter Repetition in kurzen, aber sein weitumfassendes Wissen bekundenden Zügen uns lehrte, wohin die Mathematik weiter führen werde, und zu was Allem sie nützlich und unentbehrlich sei. Alle bedauerten damals, nicht fleissiger im Erlernen der trockenen Anfänge einer so interessanten Wissenschaft gewesen zu sein, und meinten, der Herr Lehrer hätte uns diese Ausführungen früher geben sollen." — Wenn Horner, namentlich in spätern Jahren, in der Schule bisweilen etwas schläfrig und verdrossen war, so stellte er dagegen auf der Stadtbibliothek seinen ganzen Mann, und entwickelte da, so lange er bei voller Kraft war, unterstützt von umfassenden sprachlichen und litterarischen Kenntnissen, sowie von einem feinen Takte, eine unglaubliche Thätigkeit für Bereicherung, bestmögliche Aufstellung und genaue Catalogisirung[7]). Mit den Schätzen seiner Bibliothek so vertraut, wie selten ein Bibliothekar, und dabei von unermüdlicher Gefälligkeit, leistete er unzähligen Forschern des In- und Auslandes die grössten Dienste, und wenn ihm selbst wenig Zeit zu eigenen litterarischen Productionen übrig blieb[8]), so participirte er durch s. Nachweise und Mittheilungen an sehr vielen Werken Anderer in sehr bedeutender Weise[9]). Allerdings machte er bei dieser Gelegenheit auch viele höchst interessante Bekanntschaften, — wurde bei wiederholten Reisen in's Ausland überall sehr zuvorkommend aufgenommen[10]), — und da er die Interessen seiner l. Bibliothek nie vergass, so fielen derselben manche namhafte Geschenke zu, welche ohne ihn derselben kaum zugegangen wären. Es wurde dieses vorzügliche Wirken Horner's auch überall anerkannt: Nicht nur rückte er 1849 nach Orelli's Hinschiede zum Oberbibliothekar vor, sondern 1852 ernannte ihn die philo-

---

[7]) Es ist fast unbegreiflich, wie er neben diesen Arbeiten noch Zeit fand, auch Jahrzehnte lang die Bibliotheken der naturforschenden Gesellschaft und der Museumsgesellschaft zu besorgen. — [8]) Ausser den oben erwähnten zwei Schriften, verfasste er meines Wissens nur noch einige Neujahrsblätter. — [9]) Jch bin Horner in dieser Richtung ebenfalls viel Dank schuldig. — [10]) So z. B. in England, wohin er im Sommer 1845 mit Benutzung eines

sophische Facultät der Zürcher-Hochschule „honoris causa“ zum Doctor der Philosophie, und als er 1863 von s. Lehrstelle zurücktrat und sich nun ganz dem Bibliothekariate widmen konnte, sorgte der Stadtrath dafür, dass er dadurch keine ökonomische Einbusse erlitt. Der von ihm 1864 in 4 starken Octavbänden ausgegebene „Catalog der Stadtbibliothek in Zürich“, bei dessen Abfassung ihm allerdings, wie überhaupt seit 1849 in Besorgung der Bibliothek, sein Jugendfreund Dr. Salomon Vögelin als Unterbibliothekar ausgezeichnete Dienste leistete, ist nach Anlage und sorgfältiger Ausführung eine Musterarbeit, und wird, obschon sich das grössere Publicum keine Idee von dem Betrage der darin comprimirten Arbeit machen kann, auf lange hinaus das ihm schuldige dankbare Andenken sichern helfen. — Natürlich kamen nach und nach auch für Horner die Tage, von welchen namentlich der an regelmässige Thätigkeit Gewöhnte sagen muss „sie gefallen mir nicht,“ und er musste nach und nach gar manche ihm fast zum Bedürfniss gewordene Arbeit an jüngere Kräfte abtreten. „Aber von der Stadtbibliothek“ so schliesse ich mit den Worten des schon oben benutzten Nachrufes in der Freitags-Zeitung, „konnte er sich bis zu seinem Tode nicht trennen. Es nahmen jedoch mit jedem Jahre sein Gehör und sein Gedächtniss bedenklicher ab, — freilich merkwürdiger Weise weniger für Das, was er, d. h. die Stadtbibliothek, wünschte, als für Das, was man von ihm, d. h. von der Stadtbibliothek, wünschte. Und so musste man sich vor einigen Monaten entschliessen, ihm die Bürde, nicht die Würde, des Oberbibliothekariates abzunehmen. Es blieb ihm sein gewohnter Ehrenplatz im Bibliothekzimmer, den er auch bis wenige Tage vor seinem Tode mit der alten Pünktlichkeit einnahm, und an welchem er noch immer wesentliche Dienste leisten konnte.“ — Ich könnte zwar allerdings noch manches über Horner's Charakter, und sein Verhältniss zum Oheime, der ihm ein zweiter Vater war, beifügen; aber ich ziehe vor, hiefür auf die bereits von mir publicirten Briefe zu verweisen, welche Letzterer an s. Freund Gautier schrieb[11]), um nur noch zu er-

---

zweimonatlichen Urlaubes reiste. — [11]) Vergl. meine Notiz 352, und zwar voraus die Briefe von 1825 IX 14 und 1828 III 9. —

wähnen, dass der Neffe nach dem Tode s. Oheims diese Correspondenz weiter führte, und dass ich bei Durchsicht seiner Briefe gar manchen Anhaltspunkt für gegenwärtige Notiz gewann[12]).

375) Seit ich in No. 343 eine kurze Notiz über den Botaniker *Heinrich Wydler* gegeben habe, ist sein in Note 2 berührtes „Curriculum vitae" in den „Verhandlungen der schweiz. naturf. Gesellschaft bei ihrer 67. Jahresversammlung in Luzern im Jahre 1884" wirklich fast ganz zum Abdrucke gekommen. Einige dabei durch die Redaction vorgenommene Kürzungen finde ich zwar im Allgemeinen ganz gerechtfertigt, will aber doch zwei übergangene Stellen, welche mir für die ältere Schulgeschichte Zürich's nicht ohne Interesse scheinen, hier nachtragen. — Ueber die von ihm besuchten Zürcher-Stadtschulen sagt Wydler: „Im Allgemeinen war der Unterricht sehr geistlos und nichts weniger als anregend. Doch zeichnete sich der Unterricht in der deutschen Sprache durch Herrn Hardmeier aus, der mich aus der Menge hervorzog, weil ich gute deutsche Aufsätze machte. Das Lateinische lehrte auf sehr schläfrige Weise Herr Pfarrer Hafner; über die Grammatik und einige lateinische Sentenzen bin ich nicht hinausgekommen: von Erklärung eines Schriftstellers war keine Rede. Auch im Griechischen, durch denselben Herrn Hafner gelehrt, bin ich nicht über das τύπτω hinausgekommen. Die Geographie der Schweiz lehrte ein Hr. Helfer Cramer nach einem Auszug aus Körner; einmal verlor er sein Heft und erbat sich das meinige zur Abschrift, wofür er mir dann 10 Schillinge gab. Naturgeschichte dictirte nach Auszügen aus Götze's europäischer Fauna und Funke's Naturgeschichte Herr Pfarrer Wirz; aus Naturbeobachtung geschöpfte Kenntnisse besass er wohl nicht, — die Blüthen von Lotus corniculatus (Hornklee), die ich ihm einmal brachte, wusste er mir nicht zu benennen*)." — Zweitens fügte Wydler

---

[12]) Ich werde einige Auszüge aus diesen Briefen unter einer spätern Nummer veröffentlichen.

*) In der Kunstschule machte ich beim Lehrer der Mineralogie eine ganz ähnliche Erfahrung; aber die Schuld war weniger

seiner Angabe „In der Botanik bin ich gänzlich Autodidact“ in einer Anmerkung bei: „Einige botanische Stunden, die ich bei Dr. Römer hatte, können nicht zählen. Einige Zeit vor meinem Austritte aus der Schule erfuhr ich nämlich von meinem Kameraden Rudolf Schulthess (später Professor der Naturgeschichte in Zürich), dass er die botanischen Vorlesungen des Dr. Römer besuchen würde. Ich beneidete ihn darum sehr, und war begierig, auch daran Theil zu nehmen. Dr. Römer war Director des botanischen Gartens und gab den Schülern des medizinisch-chirurgischen Institutes in der Botanik Unterricht. Leider fiel von den zwei wöchentlich darauf verwendeten Stunden die eine auf eine Gymnasialstunde, die andere hingegen auf den Abend, wo ich frei war. Schulthess, der in der Schule grössere Fortschritte als ich machte, bekam von dem damaligen Lateinlehrer Wolf die Erlaubniss, jene Stunde am Gymnasium auszusetzen; mir wurde diess verweigert. Was that ich. Ich besuchte die Vorlesung in der freien Abendstunde; was in der andern vorkam, wurde gewöhnlich kurz repetirt. Von lebenden Pflanzen wurden keine vorgewiesen. Der ganze Unterricht beschränkte sich auf die höchst langweilige Erklärung der Termen nach Hayne's termini botanici, wozu der schwerfällige Römer die dazu gehörigen illuminirten Abbildungen vom Canapée aus seinen Zuhörern zeigte, welche im Halbkreise um ihn herum sassen. Den Schluss des Curses bildete das Linneische System Aus diesem Collegium trug ich rein nichts davon. Zudem wurden die Vorlesungen durch das ungeberdige Benehmen der Zuhörer oft sehr gestört.“

376) Ich lasse nun wieder (im Anschlusse an 369) eine Reihe der an Alfred Gautier gerichteten Briefe folgen:

Al. Bouvard: Paris 1825 XII 23. — Je ne puis vous exprimer, Monsieur, combien j'ai été flatté de la faveur que j'ai

---

an den Lehrern als an den Behörden, die bei Besetzung von Stellen mehr die Person und ihre Sippschaft, als ein bestimmtes Fach in's Auge fassten: Der Neugewählte hatte gewöhnlich das Pensum zu übernehmen, das ihm seine ältern Collegen am liebsten abtraten, und konnte dann zusehen, wie er sich mit demselben zurecht finde.

reçue par votre dernière lettre du 7 du courant, relativement à la délibération de votre savante société de physique et d'histoire naturelle, qui a daignée m'admettre au nombre de ses membres honoraires. Cette faveur que la société a daigné m'accorder, je n'avais aucun titre pour l'espérer; mais puisque la société m'a jugé digne de cette grace, veuillez, Monsieur, présenter à la société ma vive reconnaissance pour la faveur que je viens de recevoir, qui m'honore infiniment. Je regrette beaucoup, Monsieur, de n'être pas souvent dans le cas d'en profiter; mes occupations à Paris me laissant peu d'instants pour voyager; mais lorsque je pourais m'absenter, ce sera un motif de plus pour diriger mes pas du côté de Genève et de mon pays natal, auquel je suis toujours très attaché[1]). Quant à vous, Monsieur, recevez à cet égard mes sincères remercimens. — La lunette de nuit de Cauchoix est terminée; elle est chez moi; mais avant de vous l'envoyer j'ai désiré l'essayer sur le ciel; elle m'a parue bonne et égale à la mienne. J'attends vos ordres pour vous la faire parvenir. — J'ai aussi à vous remercier de la brochure que vous avez publiée sur la dernière Comète. J'ai vû dans le Journal de M. Schumacher, que vos calculs sont d'accord. Quant à la dernière de Pons, et que j'ai annoncée dans les journaux, il n'a pas été possible de la voir à Paris, à cause du mauvais tems; elle a probablement disparue depuis longtems. — Mr. Gambart est de retour à Marseille, sans pouvoir emporter les instrumens de Gambey; mais il va les recevoir, ils sont maintenant terminés excepté la lunette méridienne avec son cercle méridien. J'espère cependant que dans le courant de l'année prochaine, il recevra cet instrument; alors son observatoire sera parfaitement monté en bons instrumens, et surtout, chose principale, que l'astronome en saura tirer le plus grand parti, étant jeune et entièrement dévoué à la science, et des plus capables, tant pour les observations et les calculs. — Veuillez, je vous prie Monsieur, offrir à vos dignes parents mon hommage respectueux sans oublier notre ami, Mr. Maurice. Tous

---

[1]) Bouvards Geburtsstätte soll eine Sennhütte am Mont-Joli bei Chamounix gewesen sein.

ses amis à Paris ont été bien affligés de l'accident qui lui est arrivé; mais votre dernière lettre nous a rassuré entièrement à cet égard.

Ad. Gambart: Marseille 1826 III 22. — La Comète découverte le 9 de ce mois à Marseille a été observée malgré le clair de lune le 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21 *). Le rapport qui existe entre l'orbite à laquelle ces premières observations m'ont conduit, ct celles des Comètes de 1772 et surtout de 1805, me paraît mériter l'attention des astronomes.

Fr. Trechsel: Berne 1826 V 7. — Permettez que je Vous adresse un petit-fils avec la prière de vouloir Vous intéresser un peu pour lui. C'est un petit mémoire sur un objet d'optique que mon fils *Fritz* [1]), votre disciple et votre protégé bien dévoué, a composé au milieu de beaucoup d'études théologiques, pour s'en délasser et pour ne pas négliger tout-à-fait les parties physico-mathématiques, ses études favorites. Il vient de remporter le grand prix de notre académie par une dissertation de longue haleine sur St.-Augustin, — et il pense qu'il est enfin tems de donner signe de vie à ses professeurs et à ses chers amis de Genève [2]). Vous avez tant de bonté et d'amitié pour nous, que j'ose Vous prier de vouloir parcourir ce petit écrit, et si malgré une critique un peu sévère Vous jugez, qu'il contient quelque chose digne de l'attention, veuillez le faire voir à notre savant et excellent collègue M. Maurice, à fin qu'il en fasse, si cela lui plaît, tel usage qu'il jugera convenable pour la Bibliothèque universelle. J'ai eu quelque part, il est vrai, aux expériences citées dans le mémoire, j'ai lû même dans notre Société une courte notice sur le travail de Mr. Zschokke, dont nous ne partageons pas l'opinion, — mais cependant le petit mémoire, tel qu'il est, appartient à Fritz. Sans doute qu'il contiendra bien des fautes et des parties faibles et nommément des fautes du style, —

---

*) Wurde von Biela schon II 27 gesehen.

[1]) Später Dr. Theol. und Pfarrer am Münster zu Bern, wo er 1885 I 30 in dem hohen Alter von 80 Jahren verstarb. Seine Leistungen als Kirchenhistoriker sichern ihm ein bleibendes Andenken.

[2]) Die Arbeit bezog sich auf die farbigen Schatten. Vergl. II 432.

peut-être que son ami, M. Louis Vaucher, aurait l'amitié d'y jeter un coup d'œil et de corriger au moins les plus graves de ces dernières. Enfin veuillez être le tuteur et le parrain de ce tendre et faible petit-fils.

J. Plana: Turin 1826 V 14. — Permettez-moi de vous faire mes félicitations sur votre mariage, qui doit avoir lieu bientôt d'après ce qui m'a été rapporté. Je ne doute nullement que vous allez offrir un nouvel exemple du bonheur que l'on peut trouver dans l'état conjugal, lorsqu'on possède autant de vertus que vous et votre digne épouse. Je souhaite que Mr. votre Père puisse reprendre assez de santé, du moins, pour goûter sans des souffrances physiques tout le plaisir qui remplira son âme dans cette circonstance. — Je vous dois bien des remercîmens pour tout l'intérêt que vous m'avez témoigné à l'occasion de la maladie de ma femme. Maintenant, elle est encore convalescente, mais bientôt ses forces seront revenues. En vérité, j'ai passé deux mois au milieu des souffrances morales; j'avais à craindre à la fois pour la vie de ma femme et de mon unique frère. Je respire enfin, et je puis reprendre mes occupations.

J. Plana: Turin 1826 XI 29. — J'ai reçu votre lettre du 21 Août au moment où je me disposais à partir pour Milan avec ma femme et ma petite fille. Il y a quatre jours que je suis de retour, et je ne veux pas différer davantage pour vous donner de mes nouvelles, et vous exprimer ma satisfaction pour le bonheur conjugal dont vous jouissez. Dans mes rêves de voyage il y a aussi celui d'aller vous revoir à Genève pour présenter mes hommages à Mad. votre épouse. Alors vous serez comme moi un Papa, et vous serez moins surpris de me voir renoncer à la gravité géométrique pour badiner, à mon âge, avec mon enfant. — Depuis quelques jours je ne fais rien, et je ne saurai vous parler de choses sérieuses. Cependant je dois vous assurer sérieusement que le Baron de Zach est très malade; il souffre du mal de la pierre, et il est douteux s'il pourra s'en tirer. Je sais qu'il quittera le séjour de Gênes aussitôt qu'il sera en état de supporter les fatigues du voyage en Allemagne. Vous voyez par là, mon cher Mr., que la Corr. astr. risque d'expirer avec le *premier* Cahier du 15me Volume.

— Je regrette d'être en opposition avec Mr. de Laplace sur quelques points; mais la science est mon unique objet. Je sais les égards qui sont dûs à un homme si justement célèbre, et je m'efforce de concilier la franchise des sentimens avec la modération qui doit toujours être observée dans les discussions scientifiques. Sans cela on risque de donner des mauvais exemples qui sont souvent expliqués par les affections malignes qui dominent les gens du monde. Au reste, vous êtes en état de juger jusqu'à quel point je puis avoir tort ou raison du côté de la Science. Je recevrais vos remarques avec reconnaissance.

Fr. Trechsel: Berne 1826 X 7. — Nous vous devons ainsi qu'à Mr. Maurice bien des obligations pour l'excellent parti que ce dernier a bien voulu et sçû tirer du petit mémoire de Fritz. Le jugement en a été trop favorable. Nous aurions pourtant désiré que le terme de „réfutation", qui parait prétentieux et aurait pu blesser, eut été évité. Si le Manuscript de ce mémoire est encore parmi les papiers de M. Maurice, auquel je suis obligé beaucoup, veuillez le nous renvoyer par occasion. — Je vous envoie ci-joint l'excellent mémoire de notre ami Horner sur le calcul des observations barométriques, que je devais vous communiquer depuis longtems. Les reflexions qui y sont contenues, me paraissent bien justes, surtout celle qui concerne les différences de niveau trop fortes obtenus par les observations du midi. J'ai eu l'occasion (par mes observations très exactes aux bains de Weissenburg au mois de Juillet) de constater le fait, et l'explication donnée par M. Horner me paraît très heureuse.

Ad. Gambart: Marseille 1826 XI 6. — Les trois observations (Oct. 29, 30, 31) que l'état du ciel m'ait permis de faire jusqu'ici de la Comète que j'ai découverte le 28 du mois dernier dans le Bouvier m'ont conduit à une orbite, dont voici les éléments: Passage au périhélie 1826: 322^j,7172 (18 Nov.) Tems compté de minuit:

Distance périhélie	0,0174
Longitude du périhélie	160°.32.43
Longitude du nœud ascend.	237 .17.50
Inclinaison	89 .39.43

Mouvement direct.

Une conséquence très remarquable de cette orbite, c'est que le 18 novembre, jour même du passage au périhélie, la terre étant en 1ˢ 25°33′ de longitude, la Comète se projettera sur le disque du Soleil:

Entrée de la Comète	$7^h.3$ du matin.
Sortie „ „ „	10 .2
Plus courte distance au centre .	5′

Les données sur lesquelles reposent ces derniers résultats relatifs à l'époque où doit arriver le phénomène, sont évidemment trop peu sûres pour qu'il soit permis d'y compter. Mais le passage lui-même peut être considéré dès aujourd'hui, je crois, comme certain. En effet, pour qu'il n'eut pas lieu, il faudrait que les élémens rapportés ci-dessus, s'écartassent d'une manière tout-à-fait extraordinaire de la vérité. Or c'est ce qui ne me paraît nullement probable. Les circonstances sont favorable à la détermination du nœud. En outre, si la Comète était à son périhélie dès le 17, ou qu'elle ne s'y trouvât que le 20 au lieu du 18, le passage n'en arriverait pas moins. Peut-être faudrait-il même étendre davantage ces limites. Mais je n'ai fait aucun calcul là-dessus. — J'aurai désiré avoir quelques données plus précises sur cet important phénomène; mais il aurait fallu pour cela une quatrième observation au moins, et depuis plusieurs jours je l'ai inutilement attendue.

Ad. Quetelet: Bruxelles 1826 X 22. — J'ai reçu avec bien de la reconnaissance, mon cher Monsieur, la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, et votre excellent ouvrage sur le problème des trois corps qui y était joint. — Notre ministre d'instruction, qui est un homme éclairé et qui a de plus d'excellentes intentions, vient de créer ici une commission de statistique; on s'est alors naturellement adressé à moi pour les observations météorologiques, mais j'ai fait observer à notre administrateur de l'instruction qu'il serait peut-être bon de faire des observations suivies sur plusieurs points du royaume; les relations nombreuses que j'ai ici, m'ont permis de lui présenter des Savans qui observeraient dans l'intérêt seul de la science. Il a accepté avec empressement et m'a donné le soin de veiller à ce qui concerne la construction des instrumens, qui devront être faits avec soin et bien comparés

avant d'être distribués. — J'ai lû avec un vif intérêt dans les journaux ce que vous dites des Observatoires de l'Angleterre. J'en ai pris note comptant moi-même aller peut-être bientôt en Angleterre. Je reviens maintenant de France où j'ai été passer un mois avec mon épouse. J'avais avec moi les plans de notre future observatoire, qui ont reçu l'approbation des Savans qui les ont vûs. Ceci m'a donné un peu plus de confiance. J'ai fait à Paris la connaissance de Mr. Babbage qui est un bien aimable homme. J'ai dîné avec lui chez Mr. Bouvard, où dînaient aussi MM. De la place, Poisson et plusieurs autres savans. Mr. Herschel devait être de la partie, mais il n'a fait que passer par Paris. J'ai été parfaitement accueilli par les savans et j'ai trouvé en cela un nouvel encouragement. J'ai parlé souvent de vous avec MM. Poisson, Bouvard, etc., et ces Messieurs pensaient à vous avec bien de plaisir. — Je fais imprimer ce moment à Paris une petite astronomie, que j'ai peut-être eû tort de composer. Quoi qu'il en soit, dès que l'impression sera achevée je vous prierai d'en agréer un exemplaire et de le voir avec indulgence. — Dans le moment je m'occupe avec une douzaine de mes anciens élèves repartis dans plusieurs villes du royaume, de faire des observations sur les étoiles filantes, afin de déterminer leurs directions, leurs hauteurs, leur vitesse. J'ai déjà reçu des résultats intéressans, mais je publierai le tout plus tard.

Ad. Gambart: Marseille 1826 X 29. — Une Comète a été observée hier au soir à Marseille, dans la constellation du Bouvier, par $14^h\,38^m$ d'ascension droite et $36°,1$ de déclinaison boréale *). Cette Comète est assez apparente; elle est accompagnée d'une légère lueur en forme de queue.

J. Plana: Turin 1826 XI 16. — Je vois avec plaisir que vous êtes informé de la discussion scientifique qui s'est élevée entre Mr. de Laplace et moi au sujet de la grande inégalité de Jupiter et de Saturne †). Remarquez bien que la valeur de

---

*) Wurde von Pons schon X 22 gesehen.

†) Bezieht sich ohne Zweifel auf seine „Note sur un Mém. de Mr. de La Place ayant pour titre : Sur les deux grandes inégalités de Jupiter et de Saturne, imprimé dans la Conn. d. t. p. 1829 (Mem. Tur. XXXI, ausgeg. 1827)."

$(5n^1—2n)\ \delta\alpha$, que je donne pag. 8 de mon Mémoire ne peut jamais se réduire à zéro. En vérité, je ne sais comment Mr. de Laplace a pu croire à l'existence de l'équation $\delta\alpha = 0$: Et encore moins je puis deviner comme il a pu juger un tel résultat démontré par la courte démonstration qu'il croit avoir donné dans son Mémoire. Certes, si j'ai tort, c'est de bonne foi; car je ne vois pas ce que l'on peut opposer contre les calculs que j'ai publiés pour prouver le contraire. Au reste, cette discussion ne paraît pas avoir indisposé Mr. de Laplace contre moi, d'après ce que Mr. Maurice a eû la bonté de m'écrire avant son départ de Paris. — Je dois vous remercier des complimens que vous me faites au sujet de ma nomination de membre correspondant de l'Académie des Sciences de Paris. Je n'ose pas croire de les mériter; mais ils me démontrent votre amitié, et sous ce rapport je suis très satisfait. — Le pauvre Baron de Zach est cloué dans son lit, tourmenté par le mal de la pierre. Par surcroît de malheur il a été exilé des Etats du Roi de Sardaigne; et il devrait être déjà très loin de Gênes, si les Médecins n'avait pas déclaré qu'il est physiquement impossible de le faire voyager dans ce moment. En vérité, j'ignore ce qui a pû occasionner une mesure aussi sévère contre ce Savant justement célèbre. — Présentez, je vous prie, mes hommages respectueuses à Mad^e. votre épouse, et faites agréer mes complimens à Mr. Auguste De la Rive. C'est un jeune homme bien intéressant; mais je n'ai pû passer avec lui que deux momens; j'étais alors accablé par certaines affaires de l'Université, à cause de l'ouverture prochaine des cours.

J. Nicollet: Paris 1826 XI 19. — Merci mille fois, mon cher ami, pour votre aimable et obligeante lettre; elle me remplit de confusion, et j'ai le cœur bien gros d'être si en arrière envers vous qui avez toujours été si bon pour moi. Ne m'en voulez pas, vous n'êtes pour rien dans la cause du long silence et dans la vie sauvage que j'ai menée depuis deux ans envers la plupart de mes amis. J'ai espéré longtems de vous embrasser l'été dernier et de racheter tous mes péchés dans de longs entretiens que je me promettais avec vous; mais j'ai été souffrant pendant sept mois et il m'a été impossible de réaliser

mes projets. Il n'y a pas plus de trois semaines que je commence à être plus content de ma santé; pendant les mois d'août et de septembre, je comptais chaque semaine me mettre en route, mon passeport était prêt, mes paquets faits, et deux fois ma place a été arrêtée; mais une maudite névralgie au côté gauche me rendit incapable de supporter le voyage; la mauvaise saison est arrivée, et j'ai renoncé au bonheur de revoir nos montagnes et mes amis avec d'autant plus de regret que des affaires importantes de famille reclamaient impérieusement ma présence*). Je remets le tout à la belle saison prochaine, et je me console un peu en pensant que je pourrai compenser la peine d'attendre par l'avantage de jouir plus longtems du plaisir de me retrouver avec vous. — Mais, mon ami, je suis encore profondément affligé de la perte de Mr. *Pictet*†). Sa mort me laisse encore une impression semblable à celle que j'éprouvai en perdant mon père, — il fut si bon pour moi! Je n'oublierai qu'il me protégea dans les premiers pas de ma pénible carrière; son portrait est en face de moi, au-dessus de mon bureau; chaque jour je donne un souvenir à la mémoire de l'homme célèbre qui m'accorda une bienveillante et honorable amitié et souvent même, dans la disposition mélancolique à laquelle mon caractère est enlié, cette image ressemblante m'arrache des larmes. Le besoin de revoir sa respectable famille n'était pas un des moindres désirs de mon voyage. Sans doute, ma présence eût reveillé la douleur qu'une loi inévitable commande d'oublier; mais aussi, une communauté de sentimens, de regrets et d'affliction, nous eut fait trouver quelque douceur et quelque consolation à reparler des vertus du savant que les sciences et la société ne pleurent pas moins que nous. Voyez mon ami, voyez pour moi Mr. et Mad^me^. Prévost et leurs aimables enfans; transmettez à tous mes sentimens: par votre généreux intervention ils seront plus disposés à m'honorer de l'indulgence dont j'ai besoin pour ne leur avoir pas écrit directement, quand mon cœur et ma reconnaissance

---

*) Nicollet war von Cluse in Savoyen gebürtig.

†) Marc-Auguste Pictet, am 19. Aprril 1825 zu Genf verstorben. Vergl. Biogr. III 373—94.

m'en feraient un devoir. Qu'on ne me juge pas sur des apparences, je suis un *loup-garou*, si mal façonné par une première éducation, que mon caractère semble prendre quelquefois une allure de légèreté et d'ingratitude; mais il n'en est rien, et je serais bien malheureux si l'on devait toujours m'appliquer les règles ordinaires des convenances. — Recevez, mon ami, mes sincères complimens sur l'accroissement de bonheur que le mariage vous a procuré. Dieu n'est pas moins juste que grand, en vous faisant époux heureux et astronome habile; il a montré sa divine sagesse, distribuant les biens à ceux qui ont les vertus et la science propres à reconnaître ses deux attributs. Vous êtes heureux, vous êtes riche, par conséquent: allons, mon ami, chantons ensemble, et pour vous seulement, *alleluia!* — Je vous remercie pour la distribution que vous avez faites de mes brochures, et je vous remercie encore pour tout ce que vous me dites d'obligeant et de flatteux; votre suffrage ne fera pas moins de plaisir à Mr. *Brousseaud* qu'à moi. Il n'est pas encore de retour; il a mesuré cet été une base de vérification du Parallèle, dans les Landes de Bordeaux; c'est ce qui nous a empêché d'aller à Marennes pour relever notre Azimuth de l'extrémité de l'arc; cette expédition est remise au printems prochain. — Avez-vous des nouvelles du R. Pr. Lamon du Grand St-Bernard; ayez la bonté de lui faire tenir cette lettre. J'ai l'intention de faire un petit mémoire sur la météorologie des Alpes, et si j'en déduis quelques résultats un peu importants, je le destinerai à notre Société de Physique. — La lettre d'Herschel que vous m'avez renvoyée, vous prouve l'espoir que j'ai eu de vous embrasser l'été dernier. Nous avions projeté Herschel et moi d'aller au St-Bernard; le rendez-vous était chez vous, mais arrivé à Lyon, il a été obligé de repartir promptement pour Londres. Il est possible qu'il revienne l'été prochain. — Rappelez-moi au souvenir de nos connaissances et amis communs, tels que MM. de la Rive, Schaub, Prévost, Pascalis, etc. — Des Comètes se succèdent, mais nous ne pouvons rien observer depuis six semaines par le mauvais tems. — M. South va revenir habiter Paris. — Ecrivez-moi souvent: je serai plus exact.

Ad. Gambart: Marseille 1826 XI 22. — En annonçant le

6 de ce mois le passage de la Comète du Bouvier sur le Soleil, je ne pouvais point en fixer l'instant précis; mais une pareille annonce suffisait pour mettre les Astronomes à même de diriger leurs recherches de manière à ne pas laisser échapper le phénomène s'il avait lieu pendant le jour. — Les observations que j'ai faites les 7, 8, 9 et 10 dernier m'ont permis d'arriver à une connaissance beaucoup plus approchée des élémens de l'orbite. La nouvelle distance périhélie diffère très sensiblement de la première. J'ai été conduit à augmenter l'inclinaison qui se trouve la plus grande qui ait été observée jusqu'ici. Le mouvement héliocentrique, de direct qu'il paraissait d'abord, est devenu retrograde; mais il serait possible que de nouvelles recherches donnassent encore un changement à cet égard. Ainsi l'on pourra voir, en rassemblant les travaux auxquels aura donné lieu cette comète, des orbites fondées sur des observations également bonnes, qui diffèreront quant au sens du mouvement: Cette circonstance tient à la grande inclinaison du plan de la trajectoire sur l'écliptique:

Passage au périhélie 1826: $322^{j},8085$ (18. Nov.) tems moyen compté de minuit:

Distance périhélie	0 ,02314
Longitude du périhélie	314° 57′ 28″
Longitude du nœud ascend. . .	236 9 54
Inclinaison	89 59 24

Mouvement rétrograde.

Cette nouvelle orbite qui représente d'une manière assez satisfaisante les observations du 29 Oct. au 10 Novembre, permet de déterminer avec une certaine exactitude les circonstances du passage de la Comète par son nœud descendant le 18 Novembre:

Entrée sur le disque du Soleil à .	$5^{h}\,25^{m}$	du matin
Passage par le nœud	7 1	„ „
Sortie du disque	8 38	„ „

Plus courte distance du centre 2′ 40″.

Le passage sur le Soleil a donc eu lieu à très peu près comme je l'avais indiqué. Une erreur de 6′ sur la latitude, la plus forte que l'on puisse admettre, ne pourrait changer que d'une demie heure l'instant de chacune des deux phases du

phénomène. En la supposant dans le sens défavorable, la sortie aurait toujours eu lieu après 8^h. Ainsi je suis persuadé que la Comète s'est projetée sur le soleil assez longtems encore après le lever de cet astre. Espérons que la science retirera de l'ensemble des observations qui auront été faites, toutes les lumières qu'elle doit attendre de cette conjonction nouvelle, l'un des phénomènes les plus importants qui pussent nous être offerts. L'observation du passage d'une Comète manquait à l'astronomie physique. — A Marseille je n'ai point été favorisé. Le Soleil n'a commencé à se dégager des nuages qu'à $8^h\,35^m$. Je n'ai aperçu sur son disque que les taches que j'avais remarquées la veille*). — La Comète reparaîtra dans 4 ou 5 jours et nous aurons une orbite parfaite. Ainsi *n'avoir rien vû, sera avoir vû;* car nous pourrons dire tel jour, à telle heure et telle dixième d'heure, elle était là.

Ad. Gambart: Marseille 1826 XII 20. — Je dois vous remercier et vous assurer que j'ai vraiment été sensible au témoignage d'amitié que vous avez bien voulu me donner en m'entretenant de vos recherches sur la cause des singulières anomalies que présentent les résultats donnés par votre cercle. Vous n'aurez point compté à tort sur ma discrétion. J'étais encore malade lorsque votre lettre m'est parvenue. Je ne pus cependant résister au désir d'établir immédiatement mon cercle; il me semblait que le placer et me lancer dans la route que vous m'indiquez serait l'affaire de quelques jours, et j'éprouvais d'avance le plaisir de répondre à votre appel. Mes projets ont encore été déjoués cette fois: A l'heure qu'il est j'ai à peine braqué la lunette sur le ciel. — L'instrument avait été placé dans sa caisse de voyage, comme il devait l'être, sur son pied; ainsi le limbe est toujours resté vertical. La lunette et le contrepoids avaient été enlevés. Mais Mr. *Gambey* avait si fortement lié ensemble les rayons des cercles limbes et verniers, que ce dernier se trouvait *renfoncé* d'une quantité considérable. Je ne m'apperçus de cela qu'en juin et j'en fus vraiment éffrayé: A mesure que je coupai les cordons, le métal

---

*) Die Beobachtung misslang auch in Genf, Paris, etc.

sembla à la vérité revenir dans son état primitif, il cédait avec bruit à sa force élastique, qui me dit que les formes n'ont point été altérés? La dépression du cercle vernier reste considérable, et je ne puis croire qu'elle fut aussi forte à Paris. La carte que je joins ici vous donnera une idée de cette *marche.* Serez vous assez bon pour me dire quelle est celle de votre instrument comparativement sans des précautions extrêmes, que l'on ne peut prendre dans la pratique. Il est impossible de répondre de trois secondes sur la lecture à chacun des Verniers ce qui ne laisse pas que d'être fort désagréable. Je vous avouerai que toutes ces choses m'ont un peu dégoûté de cet instrument. Je suis de ces gens qui veulent tout ou rien; or mon cercle devait être mieux à Paris qu'il n'est ici. L'examen déjà fait des divisions n'accuse pourtant aucune erreur, et c'est un grand point. Mais tout n'empêche pas que je répugne à en approcher. La partie de mon équatorial qui est parallèle à l'axe du monde a été faussée d'une ligne sur sa longueur. L'emballage était absurde. Si Mr. Gambey était payé pour nuire à l'Observatoire de Marseille il ne s'y prendrait pas différemment qu'il a fait jusqu'ici dans toutes les circonstances; aussi si l'on m'avait crû il n'aurai pas été chargé d'une seule vis pour moi: j'avais mes raisons pour ne pas vouloir que l'on mit l'établissement à sa mercie. *Tout ceci entre nous au moins.* — *Biot,* vous le savez peut-ètre, a trouvé dernièrement des différences de 6″ entre les résultats au nord et au midi. Il n'en est pas moins revenu enthousiasmé de son cercle et de Gambey. *Nicollet* a été encore plus malheureux puisqu'il a eu des discordances de 10″. Gambey en était outré. Dans le fait ses cercles paraissent plus défectueux dans ce rapport que tous les autres. La fameuse différence entre Montjouis et Barcélone, qui a tant tourmenté ce pauvre Méchain n'étais que de 3″. — Je ne puis rien vous apprendre sur le passage du 18. Il a fait mauvais tems partout. Je n'ai encore qu'une observation depuis la réapparition; j'en attends d'autres pour donner le dernier degré de précision à mes élémens. Puissé-je un jour n'avoir plus à m'occuper de pareilles choses: Voilà le vœu que je forme depuis assez de tems déjà; mais je crains qu'il ne soit point exaucé de si tôt, et de n'avoir pas

le tems d'avancer au bonheur. Car, mon cher Monsienr, je suis sursaturé d'astronomie. Je vois d'ailleurs tous les dégoûts dont on veut me nourrir, et mon caractère, bien loin de devenir flexible, ne fait que roidir avec l'âge. — Mr. Carlini m'annonce que Mr. de *Zach* veut venir chercher à Marseille la santé du corps et la tranquillité de l'esprit. Si les nouvelles plus récentes que j'ai reçues sont vraies, le pauvre homme arrivera tout juste pour se faire enterrer; il serait attaqué de la pierre et de la façon la plus rigoureuse. Ainsi plus de Correspondance astronomique. Il nous faut pourtant un journal dans le midi et même un journal tout en français. Qui donc s'en chargera? J'ai pensé à vous, la chose vous irait à merveille. Vous êtes central; vous avez d'ailleurs de la justice dans le caractère. Hâtez-vous donc, de peur que quelqu'un moins capable vous prévienne: tout le monde vous secondera. Quant à moi, je n'hésiterais pas un moment à tenter cette entreprise si j'en aurais la capacité, ou bien seulement si je savais écrire. Si vous reculez j'en accuserai votre mariage. Etes-vous vraiment content de votre nouvelle position? N'allez pas me mentir, car je connais la vérité à l'écriture des gens quand je ne leur vois pas le bout du nez. Aussi bien vous avez peut-être fait sagement. Vous y mettez du vôtre, parce que vous êtes bon, et puis peut-être y-a-t-il des femmes sensés chez vous. Mr. Quetelet s'est aussi mis dans son ménage. Le mariage n'est pourtant pas d'une nécessité absolue. Il en doit être au reste comme de ces médecines qui font du bien aux uns, tandis qu'elles ne conviennent du tout aux autres. Mais n'oubliez pas qu'il nous convient que vous vous chargez de notre journal astronomique. Rien n'oblige qu'il soit aussi volumineux que celui de Mr. de Zach qui l'était plus je crois que ne la comporte la matière.

J. Plana: Turin 1827 II 1. — Voici ce que le Baron de Zach vient de m'écrire au sujet des Cahiers de sa Corr^{e}. qui vous manquent: „Je ne vous réponds que deux mots de mon lit de douleurs; mais c'est que j'ai le plus pressé à vous dire, c'est que je n'ai plus une seule feuille de la Corr^{e}. astr^{e}. avec moi. J'ai tout envoyé en Allemagne avec mes livres; mais j'ai écrit à Mr. de Lindenau, qui enverra à Mr. Gautier à Genève

les Cahiers qu'il a demandés." J'espère en conséquence que tôt ou tard vos désirs seront satisfaits à cet égard. — J'attends tous les jours le Dr. Civiale, qui doit passer par Turin pour se rendre à Gênes. J'espère qu'il délivrera le Baron de Zach des tourmens qui l'affligent. Nous verrons, si la nouvelle méthode de broyer la pierre dans la vessie est applicable avec succès dans ce cas, qui ne manquera de contribuer à augmenter les bruits favorables ou contraires à cette invention nouvelle. Je sais que Mr. Maunoir n'est pas tout-à-fait disposé à l'approuver. Mais il faut, ce me semble, songer que l'ancienne méthode est précédée d'un appareil qui frappe davantage l'imagination du malade. Et à l'âge de 73 ans, on peut succomber par des coups, qui physiquement parlant, paraissent peu de choses en comparaison de la pierre. Au reste, je n'y entends rien, et *je me borne à souhaiter vivement la guérison d'un Savant qui n'a cessé de rendre des services à la science.* — L'ouvrage sur la théorie de la Lune me retient ici, et me donne des peines de plusieurs genres. Cependant j'espère que j'en viendrai à bout. Mes peines seront ignorées, comme de raison; et il se passera bien des années avant que les Astronomes et Géomètres soient disposés à accorder que la théorie de la Lune porte principalement sur les coéfficiens numériques *absolus* qui doivent multiplier les quantités d'un ordre déterminé. On accorde bien cela en général; mais pour embrasser toutes les fonctions qui concourent à la formation de certains termes il faut s'engager dans des calculs éffrayans. Et alors on préfère adopter les résultats connus plutôt que de vérifier ceux qui y sont contraires. Par surcroît de malheur, les termes plus difficiles à obtenir par la théorie sont peu sensibles à l'observation, et alors on mesure leur importance d'après la grandeur du coéfficient de l'inégalité. Et en ce sens il faut avouer que rien ne serait plus inutile qu'une théorie de la Lune.

Ad. Gambart: Marseille 1827 V 9. — Les vérifications faites jusqu'ici de la division de mon cercle me porteraient à croire que Gambey divise en effet rigoureusement; car vous savez que c'est là une de ses prétentions. J'aime mieux attribuer les petites différences que j'ai rencontrées aux erreurs inséparables des lectures qu'à la division elle même. D'ailleurs

ces lectures comme je crois vous l'avoir dit déjà, sont rendues plus incertaines par une parallaxe énorme. — C'est en mars que j'ai commencé l'examen de mes niveaux; leurs échelles sont divisées en millimètres. Ni dans l'un ni dans l'autre la courbure m'a paru uniforme. Pour le premier $5^{mm} = 2'',50$ ou $2'',94$ selon que le centre de la bulle se trouve 15^{mm} à droite ou 15^{mm} à gauche de zéro de l'échelle. J'en ai écrit à Gambey pour savoir s'il lui serait possible d'obtenir quelque chose de plus satisfaisant. En attendant sa réponse je vous serais obligé si vous vouliez me dire si vous êtes plus heureux. Donnez moi aussi en même tems, tout ce que vous pouvez savoir des niveaux de Munich, où je suppose que l'on doit avoir atteint le plus haut degré de perfection dans ce genre. — J'arrive aux observations. Elles sont en petit nombre, et c'est pour cela sans doute que je n'ai trouvé que des écarts de 2" entre les résultats donnés par une même étoile: J'ai trouvé la latitude

par la Polaire	43° 17′ 50″,4	. . . 3	obs.
Aldébaran	49 ,5	. . . 2	„
α de l'aigle	47 ,7	. . . 3	„
α d'Orion	46 ,9	. . . 2	„
Procyon	47 ,9	. . . 2	„
Rigel	46 ,4	. . . 4	„
Sirius	47 ,3	. . . 2	„

Je pourrais supposer d'après cela ma latitude peu différente de 43° 17′ 49″,2 au lieu de 50″,1 qu'a trouvé M. de Zach par la Polaire. — L'erreur constante de mon cercle étant ainsi constatée, je suis resté quelque tems avant de croire qu'elle peut dépendre de la flexion de la lunette; vous allez voir pourquoi. En 1825 j'avais parlé à Mr. Gambey de cette flexion. Il n'en admit pas la possibilité, et me fit le détail d'expériences directes qu'il avait entreprises là dessus. Il fixait invariablement une lunette par son milieu, et chargeait graduellement le bout objectif auquel était suspendu le bassin d'une balance. Un niveau placé sur le tube et dans le sens des génératrices devait indiquer les plus légères flexions. Or Mr. Gambey prétend que les *plus légères flexions* ne se sont manifestées qu'avec des charges considérables et tout-à-fait disproportionnées. J'avais oublié de vous citer cette chose dans le tems, parcequ'elle

s'était effacée entièrement de ma mémoire. Quoiqu'il en soit, aujourdhui je suis persuadé que c'est vous qui avez raison, et j'ai entrepris une série d'observations avec un contrepoids plus considérable et tel qu'il fait équilibre précisement au *poids du bout objectif de la lunette* librement suspendu. Dans ce nouvel état de choses où il n'est guère possible de supposer une flexion dans le sens de la présenter, je trouve la latitude par

la Polaire	43° 17′ 49″,4 . . .	6 obs.
α de l'aigle	49 ,9 . . .	1 „
Rigel	49 ,7 . . .	1 „
Sirius	48 ,3 . . .	1 „
α d'Orion	47 ,8 . . .	1 „

La latitude serait de 43° 17′ 49″,1, c'est ce que donnaient les observations précédentes. Au reste vous pensez bien que je ne me fie pas trop à tout ceci. Je vous en parle plutot pour vous déterminer à me comuniquer ce que vous avez fait vous-mêmes. — Je sais de Mr. Bonvard, qui le tient de Mr. Civiale, que Mr. de *Zach* doit passer incessament par Marseille se rendant à Paris, où il va se faire opérer; il écrivait à Mr. Civiale qu'il se serait trouvé à Marseille dès les premiers jours d'Avril sans une maladie de la duchesse, sa femme aujourdhui. — Peut-être je vais vous voir cet été, mais ce n'est encore qu'un projet. Je voudrais m'établir dans un village de vos pays et y vivre deux mois entiers sans songer à mon metier. Je crois que la chose sera facile.

Ad. Gambart: Marseille 1827 V 20. — Nous avons maintenant une petite Comète dans la tête de Cassiopée. Je l'ai aperçu hier à 3^h du matin. La machine la plaçait par $0^h\,20^m$ *AR* et 48° 22′ *D*. L'aurore l'ayant bientôt effacée, je n'ai pu en prendre une position exacte en la rapportant à quelques-unes des étoiles connues du voisinage. — Je l'ai revue à 10^h du soir après son passage au méridien inférieur, car elle est circompolaire pour nous. A $14^h\,32^m$ de tems sidéral elle se trouvait *précisément* sur le parallèle de ξ, qu'elle précédait de $11^m\,2^s$ au fil horaire à 1^h du matin; lorsqu'elle fut dégagée des vapeurs de l'horizon, elle se voyait assez dans une lunette grossissant 50 fois. Elle présente l'apparence d'une petite nébulosité ronde, assez bon terminée et dont le diamètre est tout

au plus, autant que j'en puis juger, de 2′. Sa lumière se condense assez fortement vers le centre, en sorte que j'espère que les observations auront assez d'exactitude pour nous donner bientôt de bons élémens.

Zach: Genève 1827 VI 1. — Le Baron de Zach arrivé en cette ville, désire vivement l'honneur de faire la connaissance personnelle de Monsieur le Professeur Gautier. Il serait venu lui-même lui présenter ses devoirs, mais la nature de son mal ne lui permet pas de quitter sa chambre. Il prie par conséquent Monsieur le Professeur de faire la bonne œuvre de venir voir un pauvre Malade logé à l'hôtel de la Balance Nr. 4.

Ad. Gambart: Marseille 1827 VI 22. — Une Comète invisible à l'œil nu à été observée hier au matin à Marseille dans les pieds de Cassiopée *). Le 21 vers $2^h1/_2$: $AR = 2^h1^m$, $D = +65,°5$; Mouvement diurne en $AR = +4°,5$, en $D = +5°$.

J. Nicollet: Genève 1827 XI 16. — J'ai reçu votre aimable et obligeant billet, mon cher Monsieur, et je m'empêche de vous annoncer que j'accepte votre invitation pour dîner à Chougny Lundi. — Vous ne me dites pas à quelle heure vous serez à Genève aujourd'hui, comment pourrons-nous vous rejoindre? Je vais dîner à Sécheron avec mes amis Bartholomy, genevois-parisiens, mais je serai de retour aux Balances à 7^h au plus tard; si vous voulez avoir la bonté de m'y faire parvenir le mot d'ordre je m'y conformerai. — J'ai été inquiet de ne pas vous savoir à Genève en voyant le soleil; il m'eut été pénible de perdre un beau jour pour les expériences que je tiens à y faire, — mais le ciel devient nuageux et mes regrets diminuent. Ce soir nous nous entendrons pour Rolle, Coppet, etc.

J. J. Delcros: Paris 1828 IV 4. Le Capitaine Filhon, se rendant à Genève, veut bien se charger de deux exemplaires d'une notice sur la constitution géognostique des environs d'Aix en Provence. Je vous prie d'en remettre un à la Société de physique de Genève et de faire tenir l'autre à la Société helvétique. Je vous en aurai offert un, si je ne savais que les objets dont vous vous occupez sont placés plus haut. J'ai pré-

---

*) Wurde von Pons und Gambart gleichzeitig gesehen.

senté à l'Académie une autre notice géognostique qui a été approuvée et qui sera insérée dans les Mémoires des Savans étrangers. Lorsqu'elle sera imprimée je vous en enverrai des exemplaires pour les deux Sociétés helvétique et genevoise. J'en ai un troisième presque achevée sur le même sujet; ayez la bonté de me dire si elle pourrait être insérée dans la Bibl. univ., et à quelle époque elle paraîtrait, car j'en suis pressé à cause de certaines chicanes. — Vous allez être bien étonné de me voir ainsi lancé dans la géognosie. Hélas! Monsieur, il faut bien faire quelque chose. On me défend d'être Astronome. J'ai rabattu mon vol sur la terre, et j'y ai encore rencontré des Zoïles tout prêts à me chasser de cette nouvelle et modeste carrière. — Cependant je n'abandonne point la géodésie. J'ai terminé ma mesure de la Méridienne de Marseille au phâre de Planier. J'ai mesuré une base avec les règles en platine près de la ville d'Aix. Je l'ai liée avec les bases de Melun et de Perpignan, de Brest, d'Ensisheim, etc. Tout cela s'accorde bien et forme un ensemble géodésique unique en Europe. La méridienne de Marseille s'étend actuellement jusqu'à Sédan. Toute la partie géodésique en est terminée. Mais il reste à faire les observations astronomiques. C'est ce qu'on ne veut pas me permettre, sous le prétexte passablement ridicule, que je ne suis pas Colonel, comme s'il n'y avait que des Colonels capable de cela. J'ai observé le ciel étant Lieutenant, et on ne veut pas que je l'observe étant Commandant. C'est le résultat de certaines jalousies, qui datent de cette malheureuse publication de l'Eclipse de Soleil de Longeville, dont vous devez-vous rappeler, et pour laquelle j'ai manqué tomber dans la plus absolue disgrace. Et ces gens-là prennent le titre de libéraux en France. — J'ai vu ici Mr. le Professeur Trechsel qui me promit de me rappeler à votre souvenir et de vous faire une excuse. J'étais dans ce moment dans la plus affreuse situation. Mon épouse cruellement malade; un de mes enfans prêt à mourir; jugez si je pouvais avoir la force de vous écrire pour profiter de l'occasion de Mr. Trechsel? J'ai conservé ma femme, mais j'ai perdu une de mes filles. — Je m'occuperai l'hiver prochain à revoir tous mes nivellemens barométriques. Je calculerai toutes mes observations et je vous prierai de faire insérer la partie helvétique dans votre Bibliothèque universelle.

J. Plana: Turin 1828 V 10. — Je vous prie d'agréer de ma part un exemplaire de l'Ouvrage sur la triangulation de la Savoie, que je vous expédie par le Courrier d'aujourd'hui. Il est composé de deux volumes et d'un espèce d'Atlas, ou planches, faites par un des officiers de l'Etat major Piémontais. La partie astronomique et l'Introduction placée à la tête du premier volume appartiennent à Mr. Carlini et à moi. Je désire que vous puissiez en être content.

J. Plana: Turin 1828 VI 12. — A l'heure qu'il est vous saurez peut-être que l'Institut de France a décidé que la médaille de Lalande serait décernée cette année à moi et à Mr. Carlini, comme prix obtenu pour l'Ouvrage sur la triangulation de la Savoie. En vérité je suis flatté, pour mon compte, d'une marque aussi éclatante d'approbation, qui dévance toutes mes espérances. — J'ai à me reprocher de n'avoir pas répondu dans le temps à votre lettre du mois de Janvier. J'étais tout absorbé dans le calcul de mes observations, et la composition d'un Mémoire sur les réfractions. Dans peu de jours je vous enverrai un exemplaire de ce nouvel ouvrage. Je vous prie de l'aggréer et de le lire avec indulgence. Mes réflexions sur les réfractions vous paraîtront parfois un peu sévères: Mais, soit vérité, soit erreur, j'ai voulu écrire ce que je sentais après avoir médité sur ce sujet. — Vous avez raison de dire dans votre lettre, que la *flexion* „est une source d'erreurs dans la mesure des arcs verticaux". Dans mon cercle méridien, cette erreur est très-petite, on peut dire qu'elle est sensiblement nulle; mais elle existe pour un cercle répétiteur de 18 pouces de Reichenbach, que je possède. Je ne conçois pas pourquoi Mr. Nicollet, dans son récent Ecrit sur les observations de Méchain n'a pas songé à cette cause d'erreur d'une manière plus explicite. — J'apprends avec plaisir qu'on va construire un nouvel observatoire dans votre ville. Si le peu d'expérience que je puis avoir acquis en ce genre, pouvait vous être de quelque utilité, j'en serais charmé.

Zach: Elfenau près Berne 1828 VI 17. J'ai bien regretté, qu'à mon dernier passage par Genève, je n'ai pu avoir le bonheur de Vous y trouver. Je m'étais flatté pouvoir me présenter à Vous dans un état passable de santé, et de Vous remercier

de vive voix pour tout l'intérêt que Vous avez si amicalement pris à ma longue et douloureuse maladie; je me suis, tant soit peu dédommagé ayant eu de Vos bonnes nouvelles de Mr. Wartmann: mais j'espère de me mieux indemniser dans le courant de cet Eté, lorsque je reviendrai Vous faire ma visite à Genève. — C'est avec le plus grand plaisir que j'ai appris, que Vous allez, tout de bon, reconstruire un nouveau temple à Uranie, plus digne de la ville qui passe pour l'Athènes de la Suisse, et qui devrait aussi en être l'Alexandrie. Ce nouvel établissement ne peut manquer sa vraie destination sous Votre direction, qui avez vû, visité et examiné les plus célèbres observatoires de l'Europe; le vôtre, que Vous allez construire, et dont Vous avez eu la bonté de me faire une esquisse dans Votre lettre, me semble, on ne peut pas mieux, adapté et approprié à Vos besoins, à Vos moyens et à Vos localités. Vous avez parfaitement raison de déclarer, que Vous n'avez pas la prétension de vouloir égaler, ou de rivaliser, avec ces grands et magnifiques Observatoires des grandes Empires; le Vôtre, même dans l'intérêt de la Science, doit être modifié sur un tout autre plan. Entre nous, soyons de bon compte, à quoi sert par exemple, dans nos petits observatoires, la bannale corvée d'observations méridiennes du Soleil, de la lune, des planètes, des étoiles? Lorsque les tables et les catalogues de ces astres étaient à dégrossir, on ne se servait pour cela que des observations faites dans les grands observatoires, garnis des instrumens les plus parfaits. Disons la verité! L'on ne s'est servi à cet effet, qu'exclusivement de toutes autres, de celles fait à l'observatoire royal de Greenwich. Dans nos jours, où l'on ne peut plus faire que limer, polir, nos théories et nos tables des mouvemens célestes, il faut des observations plus délicates encore, faites avec de grands instrumens de la dernière perfection dont les célèbres observatoires sont meublés avec somptuosité, et même avec luxe. Ces observations auront dont toujours la préeminence sur toutes les autres, faites dans des petites observatoires, qui ne serviraient à rien, et ne seraient que de *l'Opus operatum*. — Les petits observatoires devraient par conséquent avoir un autre but, et tels que le Vôtre être principalement consacérs à l'instruction dans la pratique de cette science; ensuite à ce

genre d'observations qui sont d'une utilité plus générale et plus recherchée. Mais la longitude et la latitude d'un observatoire une fois bien établies, les observations méridiennes d'ascensions droites et déclinaisons des astres reléguées, que reste-t-il donc à faire? Les éclipses d'étoiles par la lune, sont, comme tout le monde sait, les seuls bons moyens pour déterminer exactement les positions géonomiques; aujourdhui que tant d'amateurs, des voyageurs, des navigateurs, font ce genre d'observations sur tous les points de notre Globe, il faut nécessairement, pour en tirer parti, avoir des correspondantes faites dans des lieux bien déterminés, — plus on en aura, plus on parviendra à bien fixer ces élémens géographiques. Les petits observatoires pourront donc s'occuper très-utilement en observant en quantité de ces éclipses luno-sidérales, qui sont encore en très-petit nombre. A présent que les positions des étoiles jusqu'à la 6me grandeur sont d'une grande précision, ces observations peuvent encore servir à donner des positions très-exactes de la lune, qui auraient toutes les qualités requises pour corriger les erreurs des tables de ce satellite. Il ne faut pour cela qu'une pendule, un instrument de passage, et une bonne lunette. — Ce qui intéresse et occupe dans ce moment le plus l'astronomie moderne, c'est une plus fréquente réapparition de ces corps célestes mystérieux et peu connus, qui paraissent se familiariser davantage avec nous, et sur lesquels on appelle de tout part l'attention des astronomes observateurs. Les apparitions de ces astres vagabonds sont pour l'ordinaire d'une durée très-courte, leurs observations sont par conséquent toujours en très petit nombre. sur-tout en considérant combien le ciel couvert en dérobe en certaines saisons et climats. Les grands et les plus célèbres observatoires fournissent fort peu de ces observations, lesquelles, au reste, par leurs conformations, ne sont pas susceptibles d'une grande précision; les petits observatoires pourraient donc en procurer un plus grand nombre, et à cet effet, il faudroit les pourvoir surtout de bons équatoriaux. Tous les autres instrumens plus dispendieux seraient inutiles pour un tel observatoire, et je vois par le plan du votre, que Vous êtes parfaitement de cette opinion. Le nombre et la qualité de ces instrumens étant fixés, leur placement se prononce de soi-même, et l'on ne peut

mieux le faire, que comme Vous les avez disposés dans votre lettre. — Bientôt nous ne manquerons pas des nouvelles en Astronomie; voilà, outre le journal de Schumacher, un autre qui a paru à Munich en allemand, sous le titre de *Anleitung*) für Erd- und Himmelskunde.* L'auteur en est Mr. *Gruithuisen*, Professeur d'astronomie à l'Université de Munich. Le premier cahier a paru, mais je ne l'ai point vû encore. En attendant je Vous dirai, ce que Vous savez peut-être déjà, que M. *Plana* vient de publier son premier Recueil d'observations. Il a aussi repris le problème de la réfraction, et il a publié un grand mémoire sur ce sujet de 160 pages. — *Bessel* vient de publier le 13e Recueil de ses Observations. Cet infatigable astronome a repassé toute la théorie de l'orbite terrestre, et il a trouvé de grands changemens à faire. Depuis quelque tems on avait déjà remarqué que les erreurs des tables solaires allaient en augmentant; M. Bessel a trouvé une correction notable à faire à la longitude du périhélie, qui entraîne une pour l'anomalie. et par suite dans l'équation du centre; il a aussi changé un peu le moyen mouvement; d'excellentes tables solaires en seront probablement le résultat. M. Bessel a aussi trouvé que tous les astronomes qui se sont occupés jusqu'à présent des expériences sur la longueur du pendule, se sont trompé en y appliquant les effets de la resistance de l'air sur les oscillations; il fait imprimer actuellement un grand mémoire à ce sujet dans le Recueil des mémoires de l'Académie R. des Sc. à Berlin. — Vous avez apparemment vû la brochure de M. *Nicollet;* un correspondant m'écrit qu'elle est capable de faire sortir du tombeau Mr. Méchain. — Les tables géonomiques de M. *Coulier* ont parues. C'est un ouvrage que le bureau des longitudes aurait dû faire, et qui n'a pas été encouragé comme il l'aurait dû l'être. Je désire bien que Vous puissez en faire un extrait dans la Bibl. univ.; comme j'ai souscrit pour plusieurs exemplaires, j'ai écrit à l'auteur à Paris de Vous en envoyer un. — J'ai appris à Marseille qu'un grand nombre de capitaines des vaisseaux de la marine marchande (ceux de la marine royale n'oseraient le faire) se proposent de présenter une pétition à

---

*) Sollte heissen: Analekten.

la chambre des Députés, pour porter des plaintes contre le bureau des longitudes, et de la négligeance avec laquelle les Conn. des tems sont calculées, qui fourmillent de fautes les plus graves. M. *Gambart* a proposé, et s'était engagé de calculer un Almanac nautique dont le prix ne serait que de 40 sous, et qui ne contiendrait que ce qui est nécessaire aux navigateurs. Il a été furieusement relancé par ce bureau, et il a manqué perdre sa place; mais je viens de voir toute à l'heure dans une feuille allemande, que M. *Oltmanns* a publié à Tubingue chez Cotta, une *Connaissance des tems pour 1829 à l'usage des marins.* J'ignore ce que c'est, si c'est une contrefaction de la C. d. t. de Paris, ou bien, si c'est un Almanach nouvellement calculé par M. Oltmanns; je soupçonne qu'il y a là anguille sous roche; j'ai écrit à Tubingue pour avoir cet Almanac, dont le titre est en français; je saurai Vous dire ensuite ce qu'il en est. — Je ne sais si Vous avez connaissance des *Nouvelles additions aux problèmes d'astronomie nautique et de navigation par M. Guépratte de Brest.* On y trouve des tables abrégées du Soleil, mais surtout des nouvelles tables pour calculer la hauteur des astres, si utiles et nécessaires aux marins. — M. *Delcros*, que Vous connaissez personnellement, est occupé dans ce moment d'une grande triangulation qui couvrira tout le pays compris par le méridien de Paris, la perpendiculaire d'Amiens et la mer.

Ad. Gambart: Marseille 1828 VI 21. — J'étais encore à Paris pour mes péchés, quand votre dernière lettre du 21 avril m'est parvenue; et je ne suis de retour à Marseille que depuis peu de jours, après une absence de six mois qui a été bien pénible puisque je n'ai cessé d'être malade, mais d'une manière à ne pas me laisser espérer de recouvrer mon état ordinaire de santé d'ici à longtems. Vous n'aviez peut-être pas su que Mr. Bouvard a été menacé de perdre la vue par une ophthalmie des plus graves et des plus opiniâtres; c'est là ce qui détermina mon départ en Décembre. Mon séjour à Paris que j'avais fixé à un mois au plus, a d'abord été prolongé par une première maladie qui m'a retenue 29 jours absolument couché et un mois et demi dans la chambre; ensuite j'ai voulu hâter l'achèvement de ma lunette méridienne dont vous entendez parler depuis longtems, et tacher de l'arracher à Mr. Gambey.

Les procédés de cet homme passent toute croyance et je ne veux pas les qualifier. L'instrument était à mon arrivée comme je l'avais laissé en 1825, et pourtant depuis longtems Mr. Gambey est soldé et bien payé . . . bref la maladie l'a emporté et je suis encore revenu sans rien, laissant ma lunette à peu de chose près dégrossie et placée sur deux piliers provisoirs en bois; il pouvait y avoir encore pour un mois plein de travail, mais ce mois peut entraîner des années. — Vous parlez d'améliorer votre observatoire, ce qui vous conduira sans doute à avoir recours à Mr. Gambey pour de nouveaux instrumens. Je ne puis dans cette conjecture, ne pas vous donner un avis salutaire qui vous épargnera bien des soucis. C'est de ne rien commander absolument à cet homme sans passer un acte par lequel il vous devra des dédomagemens pécuniaires pour les retards dont il se rendrait coupable. Aínsi par exemple, voici ce qui vient se passer: Mr. Bouvard était chargé de commander pour l'observatoire de Bruxelles une lunette méridienne de 6 pouces d'ouverture, 7 pieds de foyer avec cercle méridien d'un mètre *); mais éclairé par une triste expérience, Mr. Bouvard ne pouvait se remettre à la discrétion d'un homme qui avait abusé et abusait encore d'une manière peu honnète de sa facilité. Il a donc fait signer un acte à Mr. Gambey par lequel celui-ci s'engage à livrer l'instrument fin Mars 1829, faute de quoi Gambey lui payera 500 francs pour chaque mois de retard; une close porte en outre, que si Mr. Gambey renonçait par un motif quelconque à se charger du dit instrument, il serait passible d'une somme de 5000 frs. à titre des dommages intérêts. Je ne crois pas que l'on puisse agir désormais différemment; quant à moi je sais fort bien que jamais Mr. Gambey n'aura ma pratique sans se lier d'une manière bien positive. (Fortsetzung folgt.)

---

*) Gautier fügt in einer Note bei: „Elle coute 21,500 frs. tout compris".

[R. Wolf.]

Vierteljahrschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,
Prof. der Astronomie in Zürich.

Dreissigster Jahrgang. Viertes Heft.

Zürich.

In Commission bei S. Höhr.

1885.

Inhalt.

Seite.

Wolf, astronomische Mittheilungen 321
Wolfer, Sonnenfleckenpositionen 331
Imhof, zoologische Mittheilungen 369
Fiedler, über die Büschel gleichseitiger Hyperbeln, den Feuerbach'schen Kreis und die Steiner'sche Hypocycloide 390

Graberg, die Zeichnung im Dienste der Naturwissenschaft und die Masszeichen insbesondere 403
Billwiller, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . . . 404
Wolf, Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Forts.) . . 416

Von der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich sind früher herausgegeben worden und ebenfalls durch die Buchhandlung **S. Höhr** zu beziehen:

Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Heft 1—10 à 1 Fr. für Mitglieder. 8. Zürich 1847—56. Im Buchhandel Fr. 1.35.

Meteorologische Beobachtungen von 1837—46. 10 Hefte. 4. Zürich. 1 Fr.

Denkschrift zur Feier des hundertjährigen Stiftungsfestes der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Mit einem Bildniss. 4. Zürich 1846. ½ Fr.

Heer, Dr. O. Ueber die Hausameise Madeira's. Mit einer Abbildung. 4. Zürich 1852. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

— Der botanische Garten in Zürich. Mit einem Plane. 4. Zürich 1853. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

— Die Pflanzen der Pfahlbauten. Neujahrstück der Naturf. Gesellschaft auf 1866. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Neunundzwanzig Jahrgänge. 8. Zürich 1856—1884 à ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel Fr. 4.—.

Aus den obigen Mittheilungen ist besonders abgedruckt zu haben:

Pestalozzi, H., Ing. Oberst. Ueber die Verhältnisse des Rheins in der Thalebene bei Sargans. Mit einem Plane der Gegend von Sargans. 8. Zürich 1847. ¼ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 40 Cts.

Bei der meteorologischen Centralanstalt oder durch die Buchhandlung **S. Höhr** können auch bezogen werden:

Schweizerische meteorologische Beobachtungen, herausgegeben von der schweiz. meteorologischen Centralanstalt. Jahrgänge 1864—1884 à 20 Fr. Serien der älteren Jahrgänge werden zu etwas reducirten Preisen abgegeben.

Druck von Zürcher und Furrer.

UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 03550 4813

FEB 4 1911